

ЧАСТЬ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АБЕРРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Схемы вычислений и контроль при расчете параксиальных лучей

В оптических вычислениях постоянно приходится иметь дело с расчетом хода двух параксиальных лучей, один из которых исходит из осевой точки плоскости предмета (первый параксиальный луч), а второй исходит из внеосевой точки плоскости предмета и проходит через центр входного зрачка (второй параксиальный луч). Пусть для примера оптическая система задана нижеприведенными параметрами:

$$n_1 = 1$$

$$r_1 = 58,21$$

$$d_1 = 8,8 \text{ БК10} \quad n_2 = 1,5713; \nu_2 = 55,79$$

$$r_2 = -44,36$$

$$d_2 = 5,0 \text{ } \Phi 1 \quad n_3 = 1,6169; \nu_3 = 36,70$$

$$r_3 = 743,0$$

$$n_4 = 1$$

$$s_1 = -\infty; 1: 3,5; 2\omega = 20^\circ; s_P = -10,5 \text{ мм.}$$

Показатели преломления n сред во всех пространствах приводятся для той длины волны, для которой будут вычисляться монохроматические aberrации, а коэффициенты дисперсии ν – для того спектрального интервала, для которого будут вычисляться хроматические aberrации.

Расчет первого параксиального луча целесообразно выполнять по формулам углов и высот:

$$n_{k+1}\alpha_{k+1} - n_k\alpha_k = \frac{n_{k+1} - n_k}{r_k} h_k, \quad (1)$$

$$h_{k+1} = h_k - d_k\alpha_{k+1}, \quad (2)$$

где r_k – радиус кривизны поверхности с порядковым номером k , d_k – расстояние вдоль оптической оси между поверхностями с порядковыми номерами k и $k+1$, n_k и n_{k+1} – показатели преломления сред в пространствах с порядковыми номерами k и $k+1$ соответственно, α_k и α_{k+1} – углы между первым параксиальным лучом и оптической осью в тех же пространствах, h_k – высота параксиального луча на поверхности с номером k .

Часто вычисления по формулам (1) и (2) выполняют при последовательно меняющихся друг за другом значениях k , начиная с $k = 1$. Поступая таким обра-

зом, приходится применять эти формулы столько раз, сколько оптических поверхностей содержит оптическая система.

Более рационально вычисления выполнять по схеме (особенно при большом количестве поверхностей), структура которой непосредственно следует из формул (1) и (2). Ниже приведен пример вычисления по такой схеме расчета хода первого параксиального луча для приведенной выше оптической системы при $s_1 = -\infty$; $\alpha_1 = 0$; $h_1 = 100$; $n_1\alpha_1 = 0$.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
r	n	δn	$\delta n/r$	h	$\delta(n\alpha)$	$n\alpha$	α	d	ad
58,21	1,5713	0,5713	0,0098145	100	0,98145	0,98145	0,62461	8,8	5,49657
-44,36	1,6169	0,0456	-0,001029	94,503,44	-0,09724	0,88421	0,54685	5,0	2,73426
743,0	1,0	-0,6169	-0,0008303	91,76918	-0,07620	0,80801	0,80801		

В столбцах (1), (2) и (9) записываются конструктивные параметры заданной оптической системы (r_k , n_k , d_k). При этом показатель преломления среды первого пространства не записывается, но учитывается при вычислении величины $n_1\alpha_1$.

Столбец (3) формируется из разностей $n_{k+1} - n_k$ чисел столбца (2). При этом также учитывается не записанное в столбце (2) значение n_1 .

Столбец (4) формируется делением построчно чисел столбца (3) на числа столбца (1).

В первой строке столбца (5) записывается значение высоты h_1 . Этим значением может быть любое число. В рассматриваемом примере принято $h_1 = 100$. Числа последующих строк этого столбца получают вычитанием из известного уже значения предыдущей высоты h_k числа в соответствующей строке столбца (10), как это и следует из формулы (2).

Если по условию $s_1 \neq -\infty$, то величине угла α_1 можно задать любое значение, например $\alpha_1 = -1$ (знак «минус» указывает на то, что в пространстве предметов луч идет снизу вверх). В этом случае $h_1 = s_1\alpha_1$.

Столбец (6) формируется умножением построчно столбца (4) на столбец (5).

Столбец (7) формируется как сумма $(n_{k+1}\alpha_{k+1} - n_k\alpha_k) + n_k\alpha_k = \delta(n\alpha) + n\alpha$ из строк столбцов (6) и (7). При нахождении числа первой строки столбца (7) необходимо учитывать значение $n_1\alpha_1$, которое в столбце (7) не записывается.

Столбец (8) формируется делением значения столбца (7) на соответствующее значение столбца (2) построчно. Столбец (10) формируется умножением чисел столбца (8) на числа столбца (9) построчно.

В результате расчета будут вычислены значения высот h луча на всех поверхностях (столбец (5)) и значения углов α луча во всех пространствах (столбец (8)). При этом вычисления по описанной схеме заняли всего три строки, т. е. столько, сколько поверхностей содержит оптическая система.

Если разделить значения всех углов α на значение угла в последнем пространстве, то в рассматриваемом примере получим

$$\alpha_1 = 0,$$

$$\alpha_2 = \frac{0,62461}{0,80801} = 0,77302,$$

$$\alpha_3 = \frac{0,54685}{0,80801} = 0,67679,$$

$$\alpha_4 = 1.$$

Эти значения углов называют ПРИВЕДЕННЫМИ.

Приведенные углы при $s_1 = -\infty$ ($\alpha_1 = 0$) можно получить сразу в результате расчета первого параксиального луча, если положить $h_1 = f'$ (т. е. если предварительно известно фокусное расстояние системы).

В результате расчета первого луча при $\alpha_1 = 0$ станут известными высота h_p луча на последней поверхности и угол α_{p+1} в последнем пространстве (p – число поверхностей системы). После этого вычисляют заднее фокусное расстояние (фокусное расстояние в пространстве изображений) f' , задний фокальный отрезок $s'_{F'}$ и расстояние $s'_{H'}$ от вершины последней поверхности до задней главной плоскости соответственно по формулам

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{p+1}}, \quad s'_{F'} = \frac{h_p}{\alpha_{p+1}}, \quad s'_{H'} = s'_{F'} - f'.$$

В нашем примере будем иметь

$$f' = \frac{100}{0,80801} = 123,761,$$

$$s'_{F'} = \frac{91,76918}{0,80801} = 113,574,$$

$$s'_{H'} = 113,574 - 123,761 = -10,187.$$

Для контроля правильности расчета первого параксиального луча и вычисления кардинальных элементов в пространстве предметов необходимо далее рассчитать параксиальный луч в обратном ходе (справа налево). Для этого поворачивают систему на 180° так, чтобы последняя поверхность оказалась первой, предпоследняя – второй и т. д. При этом последняя среда окажется первой, предпоследняя второй, а знаки радиусов кривизны поверхностей поменяются на обратные. Рассчитав через повернутую систему параксиальный луч в прямом ходе по тем же формулам (1) и (2) при $\overline{\alpha_1} = 0$ и выбранной высоте $\overline{h_1}$, получают значения углов во всех пространствах и высот на всех поверхностях. После этого вычисляют кардинальные элементы в пространстве предметов по очевидным формулам

$$f = -\frac{\overline{h_1}}{\overline{\alpha_{p+1}}}, \quad s_F = -\frac{\overline{h_p}}{\overline{\alpha_{p+1}}}, \quad s_H = s_F - f$$

(стрелка над буквами указывает, что соответствующая величина относится к системе в обратном ходе луча).

Ниже приводится пример расчета первого параксиального луча в обратном ходе при $\overleftarrow{\alpha}_1 = 0$ и $\overleftarrow{h}_1 = 100$ через заданную систему.

r	n	δn	$\delta n/r$	h	$\delta(n\alpha)$	$n\alpha$	α	d	αd
-743,0	1,6169	0,6169	-0,0008303	100	-0,08303	-0,08303	-0,051351	5,0	-0,25676
44,36	1,5713	-0,0456	-0,001028	100,258	-0,10306	-0,18609	-0,11843	8,8	-1,04221
-58,21	1,0	-0,5713	-0,0098145	101,300	0,99421	0,80812	0,80812		

$$f = -\frac{100}{0,80812} = -123,744; \quad s_F = -\frac{101,300}{0,80812} = -125,352;$$

$$s_H = -125,352 + 123,744 = -1,609.$$

Об отсутствии ошибок при расчете первого параксиального луча в прямом и обратном ходе судят по соотношению

$$f' = -\frac{n'}{n} f$$

$(n = n_1, n' = n_{p+1})$. Если при расчете имеются ошибки, то это соотношение выполниться не будет.

Расчет второго параксиального луча выполняется по формулам

$$n_{k+1}\beta_{k+1} - n_k\beta_k = \frac{n_{k+1} - n_k}{r_k} \bar{y}_k, \quad (3)$$

$$\bar{y}_{k+1} = \bar{y}_k - d_k\beta_{k+1}. \quad (4)$$

Эти формулы аналогичны формулам (1) и (2). Разница между ними только в том, что высоты и углы второго параксиального луча обозначаются буквами \bar{y} и β (вместо h и α). Расчет выполняют по той же схеме, что и расчет первого параксиального луча.

Так как расстояние s_p от вершины первой поверхности до входного зрачка считается заданным, то $\bar{y}_1 = s_p\beta_1$. Величине угла β_1 можно придать любое численное значение, но для последующих вычислений aberrаций чаще всего полагают $\beta_1 = +1$.

Ниже приведен расчет второго параксиального луча через заданную систему при $\beta_1 = 1$, $\bar{y}_1 = s_p\beta_1 = -10,5 \cdot 1 = -10,5$.

r	n	δn	$\delta n/r$	\bar{y}	$\delta(n\beta)$	$n\beta$	β	d	$d\beta$
58,21	1,5713	0,5713	0,0092145	-10,5	-0,10305	0,89695	0,57083	8,8	5,02332
-44,36	1,6169	0,0456	-0,001028	-15,523	0,01596	0,91291	0,56461	5,0	2,82803
743,0	1,0	-0,6169	-0,0008303	-18,346	0,015233	0,92876	0,92816		

Обратимся теперь к вопросу о контроле расчета второго параксиального луча.

На рисунке 1 условно показан ход второго параксиального луча через некоторую оптическую систему из p поверхностей. Углы луча в первом и последнем пространствах обозначены через β_1 и β_{p+1} , высоты луча на первой и последней поверхностях – через \bar{y}_1 и \bar{y}_p , расстояние от заднего фокуса системы до выходного зрачка – через z' , расстояние от вершины последней поверхности до центра выходного зрачка – через $s'_{p'}$. Линейное увеличение в зрачках может быть представлено как β_1/β_{p+1} или как $-z'/f'$, т. е.

$$\frac{\beta_1}{\beta_{p+1}} = -\frac{z'}{f'}.$$

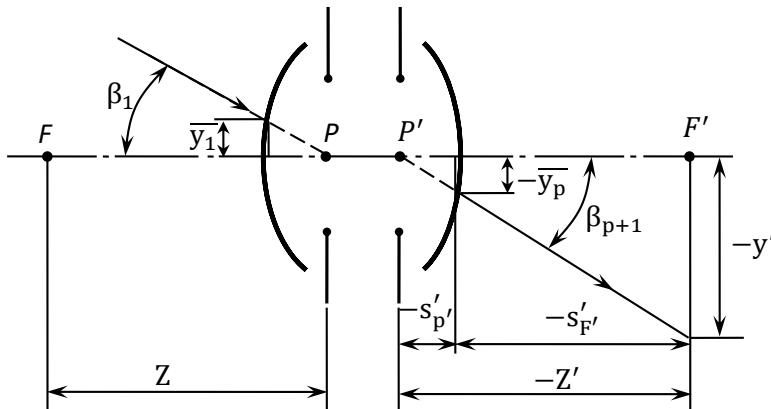


Рис. 1. К выводу формулы для контроля расчета второго параксиального луча

Подставим сюда $\beta_1 = 1$ и, очевидно, из рисунка значение $z' = s'_{p'} - s'_{F'} = \bar{y}_p/\beta_{p+1} - s'_{F'}$. Тогда после простейших преобразований не трудно получить

$$f' + \bar{y}_p - \beta_{p+1}s'_{F'} = 0. \quad (5)$$

Величины f' и $s'_{F'}$, связаны с первым параксиальным лучом, а величины \bar{y}_p и β_{p+1} – со вторым параксиальным лучом. Поэтому выражение (5) является условием, выполнение которого свидетельствует об отсутствии ошибок в расчете хода второго параксиального луча. В нашем примере по (5) имеем

$$123,761 - 18,346 - 0,92816 \cdot 113,574 = 0,$$

т. е. в расчете ошибки отсутствуют.

2. Вычисление монохроматических сумм Зейделя

Монохроматические суммы Зейделя S_I , S_{II} , S_{III} , S_{IV} и S_V , определяющие соответственно сферическую aberrацию, кому, астигматизм, кривизну поверхности изображения и дисторсию 3-го порядка, выполняются по формулам:

$$\left. \begin{aligned}
S_I &= \sum_{k=1}^{k=p} h_k P_k, \\
S_{II} &= \sum_{k=1}^{k=p} h_k P_k \left(\frac{\delta \beta}{\delta \alpha} \right)_k, \\
S_{III} &= \sum_{k=1}^{k=p} h_k P_k \left(\frac{\delta \beta}{\delta \alpha} \right)_k^2, \\
S_{IV} &= - \sum_{k=1}^{k=p} \frac{\delta \nu_k}{r_k}, \\
S_V &= \sum_{k=1}^{k=p} (S_{III} + J^2 S_{IV})_k \left(\frac{\delta \beta}{\delta \alpha} \right)_k
\end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Напомним, что символ δ означает разность стоящего за ним выражения в пространствах с порядковыми номерами $k+1$ и k , J – инвариант Лагранжа-Гельмгольца, $\nu_k = 1/n_k$, $\overline{r_k} = r_k/f'$,

$$\begin{aligned}
W_k &= \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\frac{1}{n_{k+1}} - \frac{1}{n_k}} \left(\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k} \right) = \left(\frac{\delta \alpha}{\delta \nu} \right)_k \delta(\alpha \nu)_k, \\
P_k &= \left(\frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\frac{1}{n_{k+1}} - \frac{1}{n_k}} \right)^2 \left(\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k} \right) = W_k \left(\frac{\delta \alpha}{\delta \nu} \right)_k.
\end{aligned}$$

Вычисления непосредственно по формулам сумм приводят к большим затратам времени и места (особенно при большом количестве поверхностей). Поэтому это делается по специальной схеме, структура которой следует из формул для сумм. Ниже приведен пример вычисления сумм оптической системы, заданной в п. 1 на с. 3.

α	$\delta \alpha$	n	ν	$\delta \nu$	$\frac{\delta \alpha}{\delta \nu}$	$\alpha \nu$	$\delta \alpha \nu$
0	0,77289	1	1	-0,36358	-2,12578	0,	0,49188
0,77289	-0,09614	1,5713	0,63642	-0,01795	5,35599	0,49188	-0,07333
0,67675	0,32325	1,6169	0,61847	0,38153	0,84725	0,41855	0,58145
1,0		1	1			1	

$W = \frac{\delta\alpha}{\delta\nu} \delta\alpha\nu$	$P = \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\nu}\right)^2 \delta\alpha\nu$	h	hp	β	$\delta\beta$	$\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}$
-1,04563	2,22278	1	2,22278	1	-0,42917	-0,55528
-0,39275	-2,10357	0,94503	-1,98794	0,57083	-0,00622	0,064697
0,49263	0,41738	0,91769	0,38303	0,56461	0,36355	1,12467
			$\bar{S}_I = 0,61787$	0,92816		
$hP \frac{\delta\beta}{\delta\alpha}$	$hP \left(\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}\right)^2$	r	\bar{r}	$-\frac{\delta\nu}{\bar{r}}$	$S_{III} + S_{IV}$	$(S_{III} + S_{IV}) \frac{\delta\beta}{\delta\alpha}$
-1,23427	0,68537	58,21	0,47042	0,77288	1,45825	-0,80974
-0,12861	-0,00832	-44,36	-0,35849	-0,05007	-0,05839	-0,00378
0,43078	0,48449	743,0	6,00453	-0,06354	0,42095	0,47343
$\bar{S}_{II} =$ $= -0,93210$	$\bar{S}_{III} = 1,16154$		$\bar{S}_{IV} = 0,65927$		$\bar{S}_V = -0,34009$	

В приведенном примере используется результат расчета первого параксиального луча, рассчитанного при $h_I = 1$, $\alpha_I = 0$, $\alpha_{p+1}=1$, т. е. при $f' = 1$, $J = -1$. Вычисленные при этом суммы Зейделя принято обозначать через \bar{S} (сверху черта для каждой суммы).

Если суммы вычислять на основе расчета первого параксиального луча, рассчитанного при $h_1 = f'$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_{p+1} = 1$, то $J = -f'$, вместо \bar{r} применяют r , а в обозначениях сумм применяют знак S (без черты сверху). При этом можно показать, что $S_I = f' \bar{S}_I$, $S_{II} = f' \bar{S}_{II}$, $S_{III} = f' \bar{S}_{III}$, $S_{IV} = \bar{S}_{IV}/f'$, $S_V = f' \bar{S}_V$.

Если величина $\delta\alpha$ имеет малое численное значение, то вычисление сумм S_{II} , S_{III} и S_V по приведенным выше формулам (6) приведет к неточным результатам. Точность вычислений повысится, если слагаемое, входящее в выражение для суммы и имеющее малое численное значение $\delta\alpha$, привести к другому виду, в котором степень $\delta\alpha$ будет понижена.

Входящее в сумму S_{II} слагаемое, содержащее малую величину $\delta\alpha$, можно привести к виду

$$S_{II} = hP \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} = h \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\nu}\right)^2 \delta(\alpha\nu) \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} = h \frac{\delta\alpha}{\delta\nu} \cdot \frac{\delta\beta}{\delta\nu} \delta(\alpha\nu).$$

Следовательно, ошибка при применении полученного выражения будет меньше, так как $\delta\alpha$ в первой степени.

Для содержащего в сумме S_{III} слагаемого с малым $\delta\alpha$ можно записать

$$S_{III} = hP \left(\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}\right)^2 = h \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\nu}\right)^2 \delta(\alpha\nu) \left(\frac{\delta\beta}{\delta\alpha}\right)^2 = h \left(\frac{\delta\beta}{\delta\nu}\right)^2 \delta(\alpha\nu).$$

Здесь $\delta\alpha$ удалось вообще исключить.

Можно показать, что слагаемое с малым $\delta\alpha$, относящееся к сумме S_V , приводится к виду

$$S_V = \beta'^2 - \beta^2,$$

где β' и β – углы между вторым параксиальным лучом и оптической осью соответственно за поверхностью и перед поверхностью, для которой $\delta\alpha$ мало. Вывод этого выражения изложен в [12] на с. 100.

Приведенные выше формулы (6) для сумм S_{II} , S_{III} и S_{IV} удобны при расчетах на калькуляторе, но не годны при вычислениях на ЭВМ, так как входящее в эти суммы выражение $\delta\beta/\delta\alpha$ может оказаться очень большой величиной или принять неопределенный вид (например, вид $0 \cdot \infty$). Указанное выражение можно исключить из формул для сумм следующим образом.

В соответствии с инвариантом Лагранжа – Гельмгольца

$$J = n\alpha y = n\alpha\beta(s_p - s) = n\alpha\beta s_p - n\alpha\beta s = n\alpha\bar{y} - n\beta h.$$

Отсюда следует

$$\beta = \frac{\bar{y}}{h}\alpha - \frac{J}{nh}.$$

Аналогично для пространства изображений

$$\beta' = \frac{\bar{y}}{h}\alpha' - \frac{J}{n'h}.$$

Из двух последних выражений получаем:

$$\left. \begin{aligned} \beta' - \beta &= \frac{\bar{y}}{h}(\alpha' - \alpha) - \frac{J}{h} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right), \\ \delta\beta &= \frac{\bar{y}}{h}\delta\alpha - \frac{J}{h} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right), \\ \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} &= \frac{\bar{y}}{h} - J \frac{\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}}{\alpha' - \alpha} \cdot \frac{1}{h}. \end{aligned} \right\}$$

Используя последнее выражение, формулы (6) для суммы S_{II} , S_{III} и S_V после несложных преобразований можно привести к виду:

$$S_{II} = \sum_{k=1}^{k=P} \bar{y}_k P_k - J \sum_{k=1}^{k=P} W_k, \quad (7)$$

$$S_{III} = \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\bar{y}_k^2}{h_k} P_k - 2J \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\bar{y}_k}{h_k} W_k + J^2 \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k}}{h_k}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
S_V = & \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\bar{y}_k^3}{h_k^2} P_k - 3J \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\bar{y}_k^2}{h_k^2} W_k + J^3 \sum_{k=1}^{k=P} \frac{1}{h_k^2} \left(\frac{1}{n_{k+1}^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) + \\
& + J^2 \sum_{k=1}^{k=P} \frac{\bar{y}}{h_k^2} \left[3 \left(\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k} \right) + \frac{\alpha_{k+1}}{n_k} - \frac{\alpha_k}{n_{k+1}} \right].
\end{aligned} \tag{9}$$

Выражения для величин W и P , входящие в (6)–(9), имеют одинаковый вид, т. е.

$$W_k = \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\frac{1}{n_{k+1}} - \frac{1}{n_k}} \left(\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k} \right) = \left(\frac{\delta \alpha}{\delta \nu} \right)_k \delta(\alpha \nu)_k, \tag{10}$$

$$P_k = \left(\frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\frac{1}{n_{k+1}} - \frac{1}{n_k}} \right)^2 \left(\frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k} \right) = W_k \left(\frac{\delta \alpha}{\delta \nu} \right)_k. \tag{11}$$

3. Универсальные формулы для меридиональной и сагиттальной составляющих поперечной aberrации 3-го порядка внemerидионального (косого) луча

Выше рассмотрены общие случаи, когда оптическая система создает промежуточное изображение. Поэтому предмет для последующей части оптической системы является aberrационным. Но чаще всего плоскость предмета располагается перед всей оптической системой и предмет является безаберрационным.

При безаберрационном предмете формулы для составляющих поперечной aberrации 3-го порядка внemerидионального (косого) луча имеют вид:

$$\left. \begin{aligned}
-2n' \alpha' \Delta g' = & \frac{m_1(m_1^2 + M_1^2)}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1^3} S_I - \frac{(3m_1^2 + M_1^2)y_1}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1^2 \beta_1} S_{II} + \\
& + \frac{m_1 y_1^2}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1 \beta_1^2} (3S_{III} + J^2 S_{IV}) - \frac{y_1^3}{(s_1 - s_{p1})^3 \beta_1^3} S_V, \\
-2n' \alpha' \Delta G' = & \frac{M_1(m_1^2 + M_1^2)}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1^3} S_I - \frac{2m_1 M_1 y_1}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1^2 \beta_1} S_{II} + \\
& + \frac{M_1 y_1^2}{(s_1 - s_{p1})^3 \alpha_1 \beta_1^2} (S_{III} + J^2 S_{IV}).
\end{aligned} \right\} \tag{12}$$

В этих формулах положение внemerидионального луча в пространстве предметов однозначно определяется величинами s_1 , s_{p1} , m_1 , M_1 и y_1 . От этих величин нетрудно перейти соответственно к величинам s' , s'_{p1} , m' , M' и y' , определяющим положение луча в пространстве изображений:

$$\left. \begin{aligned} -2n'\alpha'\Delta g' &= \frac{m'(m'^2 + M'^2)}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha'^3} S_I - \frac{(3m'^2 + M'^2)y'}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha'^2 \beta'} S_{II} + \\ &+ \frac{m'y'^2}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha' \beta'^2} (3S_{III} + J^2 S_{IV}) - \frac{y'^3}{(s' - s'_{p1})^3 \beta'^3} S_V, \\ -2n'\alpha'\Delta G' &= \frac{M'(m'^2 + M'^2)}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha'^3} S_I - \frac{2m'M'y'}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha'^2 \beta'} S_{II} + \\ &+ \frac{M'y'^2}{(s' - s'_{p1})^3 \alpha' \beta'^2} (S_{III} + J^2 S_{IV}). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) имеют универсальный характер, так как на их основе можно получить формулы для составляющих поперечной аберрации при различных положениях плоскостей предмета и изображения и условий нормировки параксиальных лучей.

1. Плоскости предметов и изображений расположены на конечном расстоянии:

а) условия нормировки параксиальных лучей:

$$\alpha_1 = 1; h_1 = s_1 \alpha_1 = s_1; \beta_1 = 1; \bar{y}_1 = s_{p1} \beta_1 = s_{p1}.$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta g' &= -\frac{\beta}{2n_1} [tg\sigma_1(tg^2\sigma_1 + tg^2\Omega_1)S_I + (3tg^2\sigma_1 + tg^2\Omega_1)tg\omega_1 S_{II} + \\ &+ tg\sigma_1 tg^2\omega_1 (3S_{III} + J^2 S_{IV}) + tg^3\omega_1 S_V], \\ \Delta G' &= -\frac{\beta}{2n_1} [tg\Omega_1(tg^2\sigma_1 + tg^2\Omega_1)S_I + 2tg\sigma_1 tg^2\Omega_1 tg\omega_1 S_{II} + \\ &+ tg\Omega_1 tg^2\omega_1 (3S_{III} + J^2 S_{IV})]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь β – линейное увеличение оптической системы;

б) условия нормировки параксиальных лучей: $\alpha' = 1; h_1 = s_1 \alpha_1 = s_1 \frac{n_1}{n} \beta; \beta_1 = 1; \bar{y}_1 = s_{p1}.$

$$\left. \begin{aligned} \Delta g' &= -\frac{1}{2n'} [tg\sigma'(tg^2\sigma' + tg^2\Omega')S_I + (3tg^2\sigma' + tg^2\Omega')tg\omega' S_{II} + \\ &+ tg\sigma' tg^2\omega' (3S_{III} + J^2 S_{IV}) + tg^3\omega' S_V], \\ \Delta G' &= -\frac{1}{2n'} [tg\Omega'(tg^2\sigma' + tg^2\Omega')S_I + 2tg\sigma' tg\Omega' tg\omega' S_{II} + \\ &+ tg\Omega' tg^2\omega' (S_{III} + J^2 S_{IV})]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

2. Плоскость предметов расположена в бесконечности, а плоскость изображений – на конечном расстоянии.

Условие нормировки параксиальных лучей: $\alpha_1 = 0$;
 $h_1 = f'$; $\beta_1 = 1$; $\bar{y}_1 = s_{p1}\beta_1 = s_{p1}$.

Так как $\lim_{s_1 \rightarrow -\infty} (s_1 - s_{p1})\alpha_1 = \lim_{s_1 \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{s_{p1}}{s_1}\right) s_1 \alpha_1 = h_1$, то из (12) следует:

$$\left. \begin{aligned} \Delta g' &= -\frac{1}{2n'} \left[\frac{m_1(m_1^2 + M_1^2)}{f'^3} S_I + \frac{3m_1^2 + M_1^2}{f'^2} \operatorname{tg} \omega_1 S_{II} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_1}{f'} \operatorname{tg}^2 \omega_1 (3S_{III} + J^2 S_{IV}) + \operatorname{tg}^3 \omega_1 S_V \right], \\ \Delta G' &= -\frac{1}{2n'} \left[\frac{M_1(m_1^2 + M_1^2)}{f'^3} S_I + \frac{2m_1 M_1}{f'^2} \operatorname{tg} \omega_1 S_{II} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{M_1 \operatorname{tg}^2 \omega_1}{f'} (S_{III} + J^2 S_{IV}) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

4. Рабочие формулы монохроматических aberrаций 3-го порядка меридиональных лучей и элементарных пучков лучей

Полагая в (15) $\Omega' = 0$, выражения для составляющих поперечной монохроматической aberrации 3-го порядка меридионального луча примут вид:

$$\begin{aligned} \Delta g' = \Delta y' &= -\frac{1}{2n'} \left[\operatorname{tg}^3 \sigma' S_I + 3 \operatorname{tg}^2 \sigma' \operatorname{tg} \omega_1 S_{II} + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{tg} \sigma' \operatorname{tg}^2 \omega_1 (3S_{III} + J^2 S_{IV}) + \operatorname{tg}^3 \omega_1 S_V \right], \\ \Delta G' &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) при $S_{II} = S_{III} = S_{IV} = S_V$ для поперечной сферической aberrации будем иметь

$$\Delta y' = -\frac{1}{2n'} \operatorname{tg}^3 \sigma' S_I. \quad (18)$$

Для продольной сферической aberrации

$$\Delta s' = -\frac{1}{2n'} \operatorname{tg}^2 \sigma' S_I. \quad (19)$$

Если плоскость предметов расположена в бесконечности, то при $\alpha_1 = 0, \alpha' = 1, h_1 = f'$

$$\Delta s' = -\frac{1}{2n'} \left(\frac{m_1}{f'} \right)^2 S_I, \quad (20)$$

$$\Delta s' = -\frac{1}{2n'} \frac{m_1^2}{f'} \bar{S}_I . \quad (21)$$

При $S_I = S_{III} = S_{IV} = S_V$ для меридиональной комы

$$\Delta y' = -\frac{3}{2n'} \operatorname{tg}^2 \sigma' \operatorname{tg} \omega_1 S_{II} . \quad (22)$$

Если плоскость предметов расположена в бесконечности, то при $\alpha_1 = 0, \alpha' = 1, h_1 = f'$ комы

$$\Delta y' = -\frac{3}{2n'} \left(\frac{m_1}{f'} \right)^2 \operatorname{tg} \omega_1 S_{II} , \quad (23)$$

$$\Delta y' = -\frac{3}{2n'} \frac{m_1^2}{f'} \operatorname{tg} \omega_1 \bar{S}_{II} . \quad (24)$$

Кроме того, имеется связь между меридиональной комой 3-го порядка и коэффициентом изопланатизма η в виде

$$\Delta y' = 3\eta y' , \quad (25)$$

где y' – величина изображения предмета,

$$\eta = \frac{n \sin \sigma}{\beta \cdot n' \sin \sigma'} - 1 + \frac{\Delta s'}{s'_{p'} - s'} .$$

При $S_I = S_{II} = S_V$ из (15) следует, что

$$\Delta y' = -\frac{1}{2n'} \operatorname{tg} \sigma' \operatorname{tg}^2 \omega_1 (3S_{III} + J^2 S_V) .$$

Из этого выражения можно получить формулы для меридиональной и сагиттальной кривизны поверхности изображения и астигматизма 3-го порядка:

$$z'_m = -\frac{n' y'^2}{2 J^2} (3S_{III} + J^2 S_{IV}) , \quad (26)$$

$$z'_s = -\frac{n' y'^2}{2 J^2} (S_{III} + J^2 S_{IV}) , \quad (27)$$

$$z'_s - z'_m = \frac{n' y'^2}{J^2} S_{III} . \quad (28)$$

Если плоскость предметов расположена в бесконечности, то при $\alpha' = 1, \beta_1 = 1$ будем иметь

$$z'_m = -\frac{1}{2n'} \operatorname{tg}^2 \omega_1 (3S_{III} + J^2 S_{IV}) , \quad (29)$$

$$z'_s = -\frac{1}{2n'} tg^2 \omega_1 \left(S_{III} + J^2 S_{IV} \right), \quad (30)$$

$$z'_s - z'_m = \frac{1}{n'} tg^2 \omega_1 S_{III}. \quad (31)$$

При $S_I = S_{II} = S_{III} = S_{IV} = 0$ для дисторсии имеем:

$$\Delta y' = -\frac{1}{2n'} tg^3 \omega_1 \overline{S_V}. \quad (32)$$

5. Суммы Зейделя оптических систем из бесконечно тонких компонентов

Если оптическая система состоит из t бесконечно тонких компонентов, то высоты первого и второго параксиальных лучей на всех поверхностях некоторого компонента равны некоторым величинам h_i и \bar{y}_i соответственно. Для краткости введем обозначения:

$$P_i = \sum_{k=1}^{k=q} P_k, \quad (33)$$

$$W_i = \sum_{k=1}^{k=q} W_k, \quad (34)$$

в которых P_k и W_k вычисляются по (11) и (10) соответственно. Тогда суммы Зейделя всей системы можно привести к виду:

$$\left. \begin{aligned} S_I &= \sum_{i=1}^{i=t} h_i P_i, \\ S_{II} &= \sum_{i=1}^{i=t} \bar{y}_i P_i - J \sum_{i=1}^{i=t} W_i, \\ S_{III} &= \sum_{i=1}^{i=t} \frac{\bar{y}_i^2}{h_i} P_i - 2J \sum_{i=1}^{i=t} \frac{\bar{y}_i}{h_i} W_i + J^2 \sum_{i=1}^{i=t} \Phi_i, \\ S_{IV} &= \sum_{i=1}^{i=t} \Phi_i \pi_i, \\ S_V &= \sum_{i=1}^{i=t} \frac{\bar{y}_i^3}{h_i^2} P_i - 3J \sum_{i=1}^{i=t} \frac{\bar{y}_i^2}{h_i^2} W_i + J^2 \sum_{i=1}^{i=t} \frac{\bar{y}_i}{h_i} \Phi_i (3 + \pi). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

В этих формулах:

Φ_i – оптическая сила i -го компонента. Величина π_i компонента, определяющая сумму S_{IV} , а следовательно, и кривизну поверхности изображения, называется коэффициентом Пецаля и вычисляется по формуле

$$\pi_i = \sum_{j=1}^{j=m} \frac{\overline{\Phi_j}}{n_j}, \quad (36)$$

в которой $\overline{\Phi_j}$ – приведенная сила j -й линзы i -го компонента при $\Phi_i = 1$, n_j – показатель преломления стекла j -й линзы i -го компонента, m – число линз i -го компонента.

6. Основные параметры \bar{P} и \bar{W} бесконечно тонкого компонента и их связь с величинами P и W

На основании (33) и (34) для одного бесконечно тонкого компонента имеем:

$$P = \sum_{k=1}^{k=q} P_k = \sum_{k=1}^{k=q} \left(\frac{\delta \alpha}{\delta v} \right)_k^2 \delta(\alpha v)_k, \quad (37)$$

$$W = \sum_{k=1}^{k=q} W_k = \sum_{k=1}^{k=q} \left(\frac{\delta \alpha}{\delta v} \right) \delta(\alpha v)_k. \quad (38)$$

Если плоскость предмета расположена на конечном расстоянии от компонента, то величины P и W зависят от «внутренних» конструктивных элементов систем – радиусов кривизны поверхностей, показателей преломления стекол линз – и от внешнего элемента – положения точки пересечения первого параксиального луча с оптической осью до его преломления на компоненте ($\alpha_1 \neq 0$).

Если первый параксиальный луч рассчитать при условии $\alpha_1 = 0$, $\alpha' = 1$, $h_1 = 1$ и по результатам этого расчета вычислить по формулам (37) и (38) величины P и W , то полученные некоторые другие значения этих величин обозначают как \bar{P} и \bar{W} .

Величины \bar{P} и \bar{W} будут зависеть только от «внутренних» конструктивных элементов – радиусов кривизны поверхностей (углов α) и показателей преломления стекол линз.

Приведенное выше выражение (36) для коэффициента Пецаля π также зависит только от «внутренних» элементов компонента.

Величины \bar{P} , \bar{W} и π , вычисленные соответственно по формулам (36)–(38), называют основными параметрами бесконечно тонкого компонента.

Величины P и W выражаются зависимостями от \bar{P} и \bar{W} формулами:

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru