ПРЕДИСЛОВИЕ

В пособии в конспективной форме изложены основы теории и технических приложений механики жидкости и газа. Пособие написано с учетом противоречивых условий. С одной стороны, в соответствии с ФГОС ВПО область профессиональной подготовки бакалавров включает в себя решение достаточно широкого круга задач, связанных с механикой жидкости и газа. С другой — крайне ограниченное время, отводимое на данную дисциплину в учебных планах. В связи с этим часть материалов предназначена непосредственно для привития бакалаврам умений и навыков, необходимых для профессиональной деятельности. Другая часть материалов может рассматриваться как факультативная или рекомендуемая для самостоятельного изучения или для подготовки магистров и аспирантов.

ВВЕДЕНИЕ

Механика жидкостей и газов, или гидромеханика, так же как и другие области механики, разделяется на статику, кинематику и динамику. Часть гидромеханики, изучающая условия равновесия жидкостей и газов, называется ***гидростатикой***. ***Кинематика*** жидкостей и газов изучает их движение во времени, не интересуясь причинами, вызывающими это движение. Предметом изучения ***гидродинамики*** являются движения жидкостей и газов с учетом действующих сил.

Гидромеханика в качестве основного метода исследований использует строгий математический анализ. Вначале независимо, а затем параллельно гидромеханике развивалась ***гидравлика*** — прикладная инженерная наука о равновесии и движении жидкостей, основанная преимущественно на экспериментальных данных и разрабатывающая приближенные методы расчета течений жидкости в трубах, каналах и реках.

В основе гидромеханики лежит допущение ***сплошности*** жидкости или газа. Это допущение позволяет считать, что в бесконечно малом объеме сохраняются физические свойства среды, а при теоретическом решении задач дает возможность применять математический аппарат непрерывных функций, т. е. дифференциальное и интегральное исчисления. Введение этого допущения накладывает ограничения на круг решаемых задач. Очевидно, что для разряженных газов, когда длина пробега молекул соизмерима с размером канала, — гидромеханика не применима, в этом случае следует применять механику кнудсеновских сред.

Основным свойством жидкостей и газов является их легкая подвижность, или ***текучесть***.

Известно, что все тела состоят из движущихся и взаимодействующих между собой молекул. Механика не занимается изучением движения отдельных молекул, а исходит из допущения, что все пространство непрерывно (сплошным образом) заполнено веществом.

Условие сплошности для жидкостей и газов выполняется, если характерные линейные размеры области течения (диаметр трубы, размах крыла и др.) велики по сравнению с параметрами, характеризующими движение молекул. Для газов таким параметром является длина свободного пробега молекул. Для жидкостей — амплитуда колебаний молекул.

Легкая подвижность, или текучесть, позволяет ввести понятие ***вязкости*** как свойства жидкостей и газов оказывать сопротивление при их перемещении.

Гидромеханика изучает законы движения так называемых ***ньютоновских жидкостей***, для которых напряжения, вызываемые наличием вязкости, выражаются линейно через скорости деформаций.

Для неньютоновских жидкостей эта зависимость значительно сложнее. Законы движения неньютоновских жидкостей изучает ***реология.***

В гидромеханике иногда пользуются моделью ***идеальной жидкости***, для которой вязкость принимается равной нулю, т. е. она обладает бесконечно большой текучестью. Такая модель применима в тех случаях, когда силами вязкости можно пренебречь по сравнению с другими действующими силами.

Гидромеханика прошла большой и сложный путь развития. Ее предыстория уходит в древние времена.

Так, например, рождение научной дисциплины гидравлики, точнее — гидростатики, обычно связывают с именем Архимеда (277–212 гг. до н. э.).

Особое развитие гидравлика получила в средние века благодаря трудам Леонардо да Винчи (1452–1519), Г. Галилея (1564–1642), Э. Торричелли (1608–1647), Б. Паскаля (1623–1662), И. Ньютона (1642–1726).

Начало гидромеханике как науке было положено в XVII столетии трудами академиков Российской Академии Наук Леонарда Эйлера (1707–1783) и Даниила Бернулли (1700–1782).

Дальнейший этап в истории развития гидромеханики (конец XVIII и начало XIX в.) характеризуется математической разработкой гидродинамики идеальной жидкости. В этот период вышли труды французских математиков Лагранжа (1736–1813) и Коши (1789–1857).

Основы теории движения вязкой жидкости были заложены французским ученым Навье (1785–1836) и английским физиком и математиком Стоксом (1819–1903). Главным успехом гидродинамики в этот период был выход за пределы схемы идеальной жидкости: вывод уравнений движения вязкой жидкости, называемых уравнениями Навье — Стокса. Тем не менее, совершенно несправедливо связывать уравнения движения вязкой жидкости только с именами Навье и Стокса. Однако исторически это вполне понятно: Навье, во всяком случае, был первым, а Стокс дал окончательное обоснование этим уравнениям в русле континуальной механики.

Впервые эти уравнения для несжимаемой жидкости получил Навье (1821), исходя из представлений молекулярной механики. Более общие уравнения, относящиеся ко всем жидкостям, однородным и неоднородным, с учетом сжимаемости, были получены Пуассоном (1829) на основе своеобразной физической схемы межмолекулярного взаимодействия, которая в дальнейшем не получила развития. Далее вывод этих уравнений в рамках континуальной механики был выполнен Сен-Венаном (1843) и Стоксом (1849) с учетом граничных условий. Поэтому вполне справедливо называть эти уравнения именами Навье, Сен-Венана и Стокса.

Наряду с теоретическими работами в середине и конце XVIII в. развивалось техническое направление механики жидкости. В результате усилий многих ученых и инженеров — А. Пито (1695–1771), А. Шези (1718–1798), Ж. Борда (1733–1799), Г. Дарси (1803–1858), Д. Вентури (1746–1822) и др. — были получены эмпирические формулы для определения скорости движения, потерь напора жидкости по длине и на местных сопротивлениях.

Особая роль в формировании механики жидкости принадлежит английскому ученому О. Рейнольдсу (1842–1912). Им определены условия перехода ламинарного движения в турбулентное, установлены принципы гидродинамического подобия.

Из работ в области механики жидкости и газа начала XX в. следует выделить фундаментальные работы Л. Прандтля (1875–1953), создавшего основы современной теории пограничного слоя, а также работы Т. Кармана (1881–1963), разработавшего приближенный метод расчета характеристик пограничного слоя.

Широко известны работы русских ученых, таких как Д. И. Менделеев (1834–1907), И. С. Громеко (1851–1889), Н. П. Петров (1836–1920), Н. Е. Жуковский (1847–1921), С. А. Чаплыгин (1869–1942), А. Н. Крылов (1863–1945), Н. Н. Павловский (1884–1937) и многие другие.

Современный этап развития гидромеханики характеризуется появлением ее новых разделов: физико-химической и электромагнитной гидродинамики, газодинамики сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростей.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

При проведении теоретического анализа поведения жидкостей и газов в гидромеханике пользуются понятием «***сплошная среда***» — материальное тело, непрерывно распределенное в пространстве. Введение этого понятия позволяет проводить дифференцирование, предопределяет плавное изменение параметров в любой точке пространства. Правомерность этой гипотезы доказана согласием теории и эксперимента в многочисленных задачах гидромеханики.

Плотность среды в произвольной точке пространства определяется соотношением

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}, \tag{1.1}$$

где Δm — масса жидкости, находящейся в объеме ΔV. Размерность $[\rho]$ = кг/м^3. Плотность среды зависит от температуры T и давления p. Связь

$$\rho = \rho(p, T) \tag{1.2}$$

называется ***уравнением состояния***. Для газов — это уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{mR_M T}{M} \Leftrightarrow \frac{p}{\rho} = RT, \tag{1.3}$$

где m — масса газа; R_M — универсальная газовая постоянная ($R_M = 8314$ Дж/(кмоль·К); $R = R_M/M$ — удельная газовая постоянная (для воздуха R = 287 Дж/(кг·К); T — абсолютная температура, К; M — молярная масса газа, кг/кмоль.

Вязкость жидкости характеризует способность ее сопротивляться сдвиговым усилиям.

Если между двух параллельных пластин (рис. 1.1) поместить жидкость, то для приведения верхней пластины в движение со скоростью u_0 необходимо приложить силу F, причем при ламинарном режиме течения

$$F = \mu S \frac{u_0}{\delta}, \tag{1.4}$$

где S — площадь пластин, м^2; δ — расстояние между ними, м; μ — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом динамической вязкости.

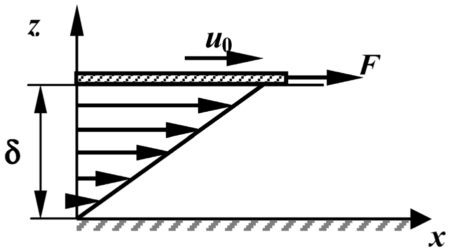

Рис. 1.1

Схема течения в канале Куэтта

Размерность в системах СИ и СГС соответственно:

$$[\mu] = \frac{[F]\cdot[\delta]}{[S]\cdot[u]} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{м/с}} = \text{Па}\cdot\text{с} = \frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}};$$

$$[\mu] = \frac{\text{г}}{\text{см}\cdot\text{с}} = \text{Пуаз}.$$

В условиях ламинарного течения между пластинами установится линейный профиль скоростей (см. рис. 1.1), тогда

$$\frac{u_0}{\delta} = \frac{du}{dz}.$$

Кроме того, $F/S = \tau$, где τ — касательное напряжение. Тогда соотношению (1.1) можно придать вид

$$\tau = \mu\frac{du}{dz}. \tag{1.5}$$

Уравнение (1.5) выражает закон внутреннего трения Ньютона при одномерном течении.

Наряду с коэффициентом динамической вязкости в гидродинамике используется и ***коэффициент кинематической вязкости***:

$$\nu = \mu/\rho. \tag{1.6}$$

Размерность в СИ: $[\nu]$ = м^2/с, в СГС: $[\nu]$ = см^2/с = 1 стокс (Ст); 1 Ст = 10^{-4} м^2/с.

Вязкость воды при 20°С ν = 1 сСт = 10^{-2} Ст = 10^{-6} м^2/с; μ = = 10^{-3} Па·с.

Вязкость жидкостей и газов существенно зависит от температуры, причем с ростом температуры вязкость газов возрастает, а жидкостей — падает (рис. 1.2).

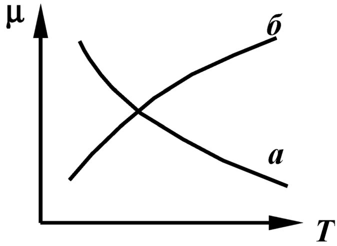

Рис. 1.2

Характер зависимости динамической вязкости μ *от температуры T*:

а — для жидкости; *б* — для газа.

Жидкости, которые при постоянной температуре характеризуются уравнением (1.5) с постоянным коэффициентом μ, называются ***ньютоновскими*** (вода, керосин, спирт и др.). Реологическая характеристика их (зависимость $\tau = \tau(du/dz)$) имеет вид прямой, проходящей через начало координат (рис. 1.3).

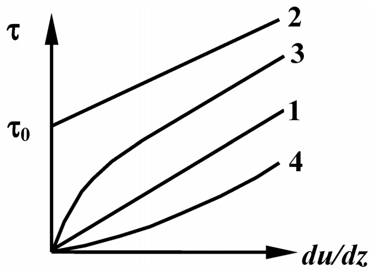

Рис. 1.3

Вид реологических характеристик жидкостей:

1 — ньютоновской; *2* — бингамовской; *3* — псевдопластической; *4* — дилатантной.

Жидкости с характеристиками любого другого вида называются ***неньютоновскими***. К ***бингамовским жидкостям*** относятся глинистые и цементные растворы, пасты, пена, масляные краски и пр. К ***псевдопластическим*** — суспензии из ассиметричных частиц, растворы полимеров, целлюлоза и пр. К ***дилатантным*** — клейстер, крахмал. ***Дисциплина, изучающая механику неньютоновских жидкостей, называется реологией***.

В теоретической гидромеханике для упрощенного решения задач введено понятие ***идеальной жидкости***. Это сплошная среда, у которой $\nu = \mu = 0$; $\rho \neq 0$.

Сжимаемость жидкости характеризуется коэффициентом объемного сжатия (коэффициентом сжимаемости) β_p (Па$^{-1}$):

$$\beta_p = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial p} = -\frac{1}{\upsilon}\frac{\partial \upsilon}{\partial p} = \frac{1}{E_0},$$

где $\upsilon = 1/\rho$ — удельный объем, м^3/кг; E_0 — объемный модуль упругости, Па.

Для характеристики сжимаемости движущегося газа используется понятие скорости звука.

Скорость звука c — скорость распространения малых возмущений давления в сплошной среде, обусловленных изменением во времени скорости движения. В однородной среде

$$c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{kRT} = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}},$$

где k — показатель адиабаты.

При решении конкретных задач, несмотря на значительную сжимаемость газов по сравнению с жидкостями, при скоростях в средах $\upsilon < 0{,}1c$ сжимаемостью можно пренебречь. Поэтому понятие «***несжимаемая жидкость***» нашло широкое применение.

Поверхностное натяжение σ^*, Н/м. Это свойство проявляется на границе раздела фаз и оказывает влияние на равновесие или движение жидкости в тех случаях, когда изменяется форма или величина поверхности раздела фаз. По физическому смыслу это ***свободная потенциальная энергия единицы поверхности раздела, обусловленная действием сил притяжения на расположенные в непосредственной близости от нее молекулы***.

Поверхностное натяжение приходится учитывать при работе с жидкостными приборами для измерения давления, образовании капель и в других случаях, когда прочие силы малы.

Испарение. Это свойство капельной жидкости изменять свое агрегатное состояние, в частности превращаться в пар.

Если на поверхности раздела фаз «жидкость — пар» парциальное давление пара $\boldsymbol{p}_{\text{п}}$ меньше ***давления насыщенных паров*** $\boldsymbol{p}_{\text{н.п}}$, то происходит испарение жидкости, если больше, то конденсация пара. Снижение локального давления в движущейся жидкости ниже давления насыщенного пара нередко сопровождается образованием пара в объеме жидкости (холодное вскипание жидкости), т. е. потерей ее сплошности. Если при дальнейшем движении происходит рост давления, то ранее образовавшийся пар конденсируется, и полости, ранее занятые паром, мгновенно заполняются жидкостью. Это явление в технической гидродинамике называется ***кавитацией*** (от *лат.* cavitas — полость).

Контрольные вопросы

1. В чем заключается гипотеза сплошности жидкости?
2. Каковы отличия жидкости от твердых тел и газов?
3. Что такое плотность жидкости, от чего она зависит?
4. Что такое динамическая и кинематическая вязкости? Как они определяются?
5. Каков характер зависимости вязкости газов и жидкостей от температуры?
6. В каких условиях не стоит пренебрегать сжимаемостью жидкости в гидравлике?
7. Что следует понимать под давлением насыщенных паров?
8. Каковы особенности реологических характеристик неньютоновских жидкостей.
9. Реологическая характеристика жидкости. Классификация жидкостей.
10. В чем состоит физический смысл объемного модуля упругости?
11. Какие причины вызывают кавитацию?
12. Что такое «холодное» кипение?
13. Какова физическая природа явления поверхностного натяжения?

2. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ ЖИДКОСТИ

2.1. Основные понятия

Скорость жидкости может быть задана двумя способами. Первый из них (метод Лагранжа), наиболее естественный, предполагает известными траектории движения каждой жидкостной частицы, имеющей в начальный момент времени координаты r_0 или (a, b, c); $\vec{r} = \vec{r}\left(\vec{r}_0, t\right)$ или $x = x(a, b, c, t)$; $y = y(a, b, c, t)$; $z = z(a, b, c, t)$. Переменные $\vec{r}_0$ или a, b, c называются ***переменными Лагранжа***. В этом случае мгновенную скорость можно вычислить так:

$$u_x = \frac{dx}{dt};\ u_y = \frac{dy}{dt};\ u_z = \frac{dz}{dt};\ \vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Отметим, что этот метод описания движения жидкости не получил широкого применения из-за сложности получаемых уравнений движения.

Второй метод (метод Эйлера) заключается в непосредственном описании поля скоростей в пространстве и времени: $\vec{u} = \vec{u}\left(\vec{r}, t\right)$ или $u_x = u_x(x, y, z, t)$; $u_y = u_y(x, y, z, t)$ и $u_z = u_z(x, y, z, t)$.

Этот метод получил преимущественное применение.

Движение называется ***установившимся***, или ***стационарным***, если скорость в каждой точке пространства не изменяется во времени (например, истечение жидкости из отверстия в днище сосуда при постоянном уровне жидкости). Если же скорость изменяется во времени, то движение называется ***неустановившимся***, или ***нестационарным***.

Линия тока *— это линия, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости $\vec{u}$ направлен по касательной*

Из определения следует, что $\vec{u} \| d\vec{r}$, т. е. их векторное произведение $\vec{u} \times d\vec{r} = 0$, или, так как $\vec{u} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k}$, а $d\vec{r} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$, то

$$\left(u_y dz - u_z dy\right)\vec{i} + \left(u_z dx - u_x dz\right)\vec{j} + \left(u_x dy - u_y dx\right)\vec{k} = 0$$

или

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}. \tag{2.1}$$

Уравнение (2.1) — это дифференциальное уравнение линии тока.

***Траектория** — это линия, по которой материальная точка перемещается в пространстве и во времени.*

За время dt точка пройдет путь $d\vec{r} = \vec{u}dt$. В проекции на оси координат $dx = u_x dt$; $dy = u_y dt$; $dz = u_z dt$ или

$$dt = \frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}. \qquad (2.2)$$

Уравнение (2.2) — дифференциальное уравнение траектории, по форме совпадает с уравнением для линии тока (2.1). Однако решения их различны: при нахождении уравнения линии тока интегрирование уравнения необходимо проводить для данного момента времени $t = \text{const}$. ***Линия тока и траектория совпадают при установившемся движении жидкости***.

Трубка тока. Через каждую точку произвольного контура l проведем линии тока (рис. 2.1). Полученная трубчатая поверхность называется ***трубкой тока***. Если контур l мал настолько, что можно считать скорость постоянной в каждой точке охватываемого им сечения, то трубка тока называется ***элементарной.***

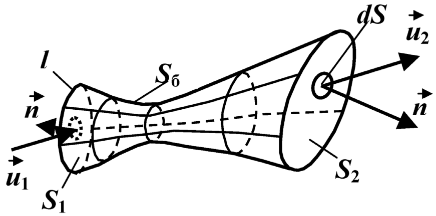

Рис. 2.1

Трубка тока

Объемный расход жидкости через произвольное сечение dS с нормалью $\vec{n}$ элементарной трубки тока (рис. 2.2) вычислим из простых рассуждений: объем жидкости, протекший через сечение dS за время dt, равен объему цилиндра, и так как длина его образующей равна udt, то $\vec{u} \cdot \vec{n} dS dt = dV$, т. е. расход

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \vec{u} \cdot \vec{n} dS = u_n dS = u dS_n, \qquad (2.3)$$

где u_n — проекция $\vec{u}$ на нормаль $\vec{n}$; $dS_n = d\vec{S} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{n})$ — площадь сечения, перпендикулярная линиям тока, или «***живое сечение***».

По аналогии ***массовый расход жидкости*** в элементарной трубке тока:

$$dG = \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \rho u_n dS = \rho u dS_n. \qquad (2.4)$$

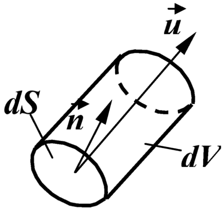

Рис. 2.2

Элементарная трубка тока

Расход жидкости через произвольную площадку S можно вычислить, просуммировав расходы по элементарным пронизывающим ее трубкам, т. е.

- объемный расход:

$$Q = \int\limits_S u_n dS \, ; \tag{2.5}$$

- массовый расход:

$$G = \int\limits_S \rho u_n dS \, . \tag{2.6}$$

Размерность: $[Q]$ = м^3/с; $[G]$ = кг/с.

Средняя расходная скорость υ в живом сечении S_n связана с объемным расходом соотношением

$$Q = \upsilon S_n. \tag{2.7}$$

Выбор диаметра трубопровода промышленных сетей принимается обычно из условий: скорости воды и других маловязких жидкостей 1–3 м/с; воздуха 10–30 м/с; пара до 10 м/с.

Ускорение при движении жидкости вычисляется по формуле

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt}. \tag{2.8}$$

Если известно поле скоростей (по методу Эйлера), то при вычислении ускорения следует помнить, что $\vec{u} = \vec{u}\left(x, y, z, t\right)$. Тогда

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial t},$$

а переменные dx, dy, dz не произвольны, а связаны между собой уравнением траектории (2.2), т. е. $dx/dt = u_x$; $dy/dt = u_y$; $dz/dt = u_z$.

Итак,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + u_x\frac{\partial\vec{u}}{\partial x} + u_y\frac{\partial\vec{u}}{\partial y} + u_z\frac{\partial\vec{u}}{\partial z}. \tag{2.9}$$

Составляющая ускорения $\partial\vec{u}/\partial t$ называется ***локальным ускорением***, она характеризует изменение скорости в данной точке пространства. Очевидно, что при установившемся движении $\partial\vec{u}/\partial t = 0$. Сумма слагаемых $u_x\,\partial\vec{u}/\partial x + u_y\,\partial\vec{u}/\partial y + u_z\,\partial\vec{u}/\partial z$ называется ***конвективным ускорением***, она характеризует изменение скорости в данный момент времени вдоль линии тока. Конвективное ускорение всегда равно нулю в прямых каналах (или трубках тока) постоянного сечения при течении несжимаемой жидкости.

В проекциях на оси x, y, z уравнение (2.9) примет вид

$$\left.\begin{aligned}
a_x &= \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z};\\
a_y &= \frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z};\\
a_z &= \frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

2.2. Уравнение неразрывности

Уравнение неразрывности *— это уравнение материального баланса*.

Зафиксируем в пространстве произвольный объем V (рис. 2.3). Масса жидкости в объеме:

$$m = \int_V \rho dV.$$

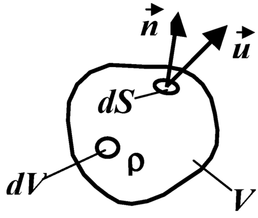

Рис. 2.3

Фиксация произвольного объема V в пространстве
(*для вывода уравнения неразрывности*)

Изменение массы во времени

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV \qquad (2.11)$$

может произойти только за счет притока жидкости, который равен суммарному массовому расходу жидкости через поверхность S объема V.

Если $\vec{n}$ — внешняя нормаль к поверхности dS, то с учетом (2.6) приток

$$G = -\int_S \rho u_n dS. \qquad (2.12)$$

Приравняв выражения (2.11) и (2.12), получим уравнение неразрывности в интегральной форме

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho u_n dS = 0. \qquad (2.13)$$

Слагаемое (2.12) с учетом теоремы о кратных интегралах (теоремы Остроградского — Гаусса, см. приложение А) можно преобразовать к виду

$$\int_S \rho u_n ds = \int_V \left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial y} \right] dV = \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{u}) dV.$$

Подставим это выражение в (2.13) и просуммируем подынтегральные функции. Получим

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) \right] dV = 0.$$

Поскольку предел интегрирования V произволен, то последний интеграл может быть равен нулю только при условии, что

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0. \qquad (2.14)$$

Уравнение (2.14) — это ***уравнение неразрывности в дифференциальной форме***.

Для несжимаемой жидкости ρ = const; $\partial\rho/\partial t$ = 0, и уравнение примет вид

$$\operatorname{div} \vec{\mathrm{u}} = 0 \qquad (2.15)$$

или

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \qquad (2.16)$$

Для потока несжимаемой жидкости в трубке тока, ограниченной двумя живыми сечениями S_1 и S_2, уравнение (2.12) принимает вид

$$\int_S u_n dS = 0$$