

## ПРЕДИСЛОВИЕ

С прогрессом в области промышленности и строительства в России тесно связано развитие начертательной геометрии. Осваивая эту дисциплину, студенты развивают пространственное воображение.

Предметом начертательной геометрии является изложение и обоснование способов построения изображений пространственных форм на плоскости.

Изображения, построенные по правилам, изучаемым в начертательной геометрии, позволяют представить мысленно форму предметов и их взаимное расположение в пространстве, определить их размеры, исследовать геометрические свойства, присущие изображаемому предмету [10].

В настоящее время основная масса чертежей выполняется на компьютере. Для этого студент должен иметь определенный уровень знаний по начертательной геометрии, уметь анализировать чертеж объекта, расчленять сложную форму на простые составляющие геометрические тела [10].

В учебнике использован не только отечественный опыт в области создания учебной литературы, но и собственный опыт чтения авторами лекций и проведения практических занятий по начертательной геометрии.

Наличие в учебнике значительного числа примеров построения облегчает студентам дневного и заочного отделения самостоятельное изучение начертательной геометрии.

Замечания и указания на погрешности изложения и оформления чертежей авторы принимают с благодарностью.

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. **Точки, расположенные в пространстве**, обозначают прописными буквами латинского алфавита (A, B, C, ...) или римскими цифрами (I, II, III, ...).

2. **Ортогональные проекции точек** обозначают прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами с нижним индексом:  $A_1, B_1, C_1, D_1, \dots, 1_1, 2_1, 3_1, 4_1, \dots$  – на горизонтальной плоскости проекций;  $A_2, B_2, C_2, D_2, \dots, 1_2, 2_2, 3_2, 4_2, \dots$  – на фронтальной плоскости проекций.

3. **Прямые линии** в пространстве, задаваемые отрезками, обозначают двумя латинскими буквами (AB, CD, EF...); проекции отрезков прямых линий:  $A_1B_1, C_1D_1, A_2B_2, C_2D_2, \dots; 1-2, \dots; 1_1-2_1, 1_2-2_2, \dots; 1-A, 1_1-A_1, \dots$

4. **Плоскости**, расположенные в пространстве, обозначают одной (P, Q, R, S, T, ...) или тремя прописными буквами латинского алфавита (ABC); проекции отсеков плоскостей:  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ ; плоскости проекций: горизонтальную –  $\Pi_1$ , фронтальную –  $\Pi_2$ , профильную –  $\Pi_3$ ; плоскости, заданные следами –  $\text{Рп}_1; \text{Рп}_2; \dots$

5. **Поверхности** обозначают прописными буквами греческого алфавита:  $\Gamma, \Pi, \Sigma, \Phi, \dots$

6. **Углы** обозначают строчными буквами греческого алфавита:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varphi, \dots$ ; символическими записями  $\angle ABC$ ; прямой угол графически на изображении обозначается дугой с точкой внутри.

7. **Проекции теней** от точек, прямых и плоскостей в ортогональных проекциях обозначают прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами с нижним индексом, указывающим плоскость проекций:  $\text{Ап}_1, \text{Вп}_2, \dots, 1_{\text{п}_1}, 2_{\text{п}_2}, \dots$  и с добавлением значка «штрих», обозначающего тени на других поверхностях:  $\text{Ап}'_1, \text{Ап}'_2, \text{Ап}'_3, \dots, 1'_{\text{п}_1}, 2'_{\text{п}_2}, 3'_{\text{п}_3}, \dots$

8. **АксонOMETрические и перспективные проекции** точек, прямых и плоскостей обозначают прописными буквами с добавлением значка «штрих» или без него:  $A', AB', A'B'C', \dots; A, AB, ABC, \dots$ ; вторичные проекции точек, прямых и плоскостей – прописными буквами с нижним индексом и добавлением значка «штрих» или без него:  $A_1, B_2, \dots, 1_1, 2_2, \dots A'_1, B'_2, \dots, 1'_1, 2'_2$ .

9. **АксонOMETрические и перспективные проекции** теней от точек, прямых и плоскостей обозначают буквами с добавлением нижнего индекса, обозначающего соответствующую плоскость проекций:  $\text{Ап}_1; \text{Вп}_2; \text{Сп}_3, \dots$  и с добавлением знака «штрих», обозначающего тени на других поверхностях  $A', B' \dots 1', 2'$  или  $A'', B'' \dots 1'', 2''$  – если этих поверхностей несколько.

10. **Примеры других обозначений**: совпадение (тождественность) двух геометрических элементов обозначают знаком  $\equiv (A \equiv B)$ ; пересечение прямых, плоскостей – знаком  $\times (AB \times CD)$ ; параллельность – знаком  $\parallel (AB \parallel CD)$ , принадлежность одного геометрического элемента другому обозначают знаком  $\ni$  или  $\in$  (знак включения ( $B \in CD$ )); результат геометрических операций обозначают знаком  $= (A_1 = \Pi_1 \times SA)$ .

## ГЛАВА 1. МЕТОДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ

Геометрическое тело – множество всех принадлежащих ему точек, связанных между собой и ограниченных в пространстве соответствующим образом. Предметами изображения на плоских чертежах являются одномерные геометрические тела (точка, линия), двухмерные (плоская фигура, отсек поверхности), трехмерные (любая объемная фигура). Сложные геометрические тела можно рассматривать как состоящие из более простых трехмерных фигур, которые определяются точками, линиями, поверхностями.

Геометрические тела на чертежах получают методом отображения. Каждой точке трехмерного пространства соответствует конкретная точка двухмерного пространства на чертеже. Изображение геометрического тела на плоскости можно получить путем проецирования его точек на эту плоскость.

Геометрическая связь между геометрическим телом, расположенным в пространстве, и его отображением на чертеже на плоскости устанавливается по законам проецирования, которые базируются на принципе взаимно-однозначного соответствия.

В зависимости от направления проецирующих лучей различают два вида проецирования:

- метод центрального проецирования;
- метод параллельного проецирования.

### 1.1. Центральное проецирование

*При центральном проецировании* проецирующие лучи исходят пучком из одной точки  $S$ , называемой *центром проецирования* (рис. 1.1).

Они обязательно проходят через проецируемую точку и центр проецирования. Этот проецирующий луч пересекает некую плоскость  $\Pi_1$ , которая называется *плоскостью проекций*. В точке пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций получаем точку  $A_1$ , которая называется *центральной проекцией* точки  $A$  [12, 14].

Проецируемые точки могут располагаться между центром проекции  $S$  и плоскостью проекций  $\Pi_1$  (точка  $A$  и  $K$ ), за центром проекций  $S$  (точка  $B$ ), а также позади плоскости проекций  $\Pi_1$  (точка  $C$ ).

На проецирующем луче находится бесчисленное множество точек, которые проецируются на плоскость проекций в одну точку. Например, точка  $A$  и точка  $K$  лежат на одном проецирующем луче. Следовательно, центральные проекции точек  $A$  и  $K$  совпадают ( $A \equiv K$ ).

При заданной плоскости проекций и центра проецирования одна точка в пространстве имеет одну центральную проекцию. Но одна центральная проекция точки не дает однозначного определения точки в пространстве [12, 14].

*Основные свойства центрального проецирования:*

1. Проекция точки на плоскость есть точка.
2. Проекцией прямой линии на плоскость в общем случае является прямая линия.
3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции этой линии.

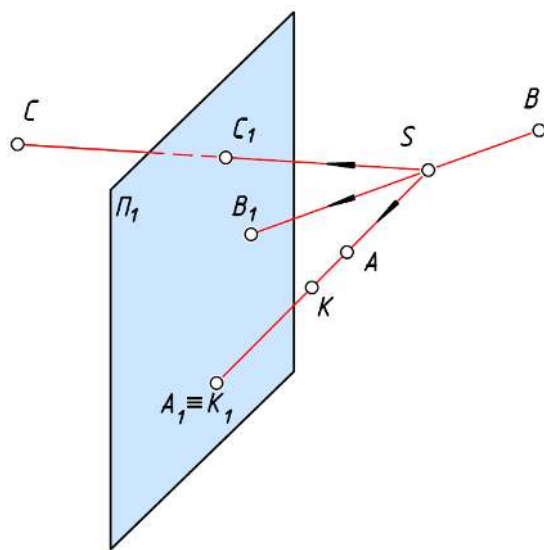


Рис. 1.1 – Построение проекций точек A, B, C, K методом центрального проецирования

Метод центрального проецирования лежит в основе перспективных изображений (рис. 1.2).



Рис. 1.2 – Пример применения метода центрального проецирования

## 1.2. Параллельное проецирование

Если центр проекций удален в бесконечность, то все проецирующие лучи становятся параллельными и проецирование называется *параллельным*. В этом случае задается направление проецирования  $s$  [11, 12, 14].

Параллельное проецирование делится на *прямоугольное* (ортогональное) и *косоугольное*. У прямоугольных проекций угол между проецирующим лучом и плоскостью проекций составляет  $90^\circ$  (рис. 1.3а), у косоугольных проекций он отличен от  $90^\circ$  (рис. 1.3б).

*Основные свойства параллельного проецирования:*

1. Проекция точки на плоскость есть точка.
2. Проекцией прямой линии на плоскость в общем случае является прямая линия.
3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции этой линии.

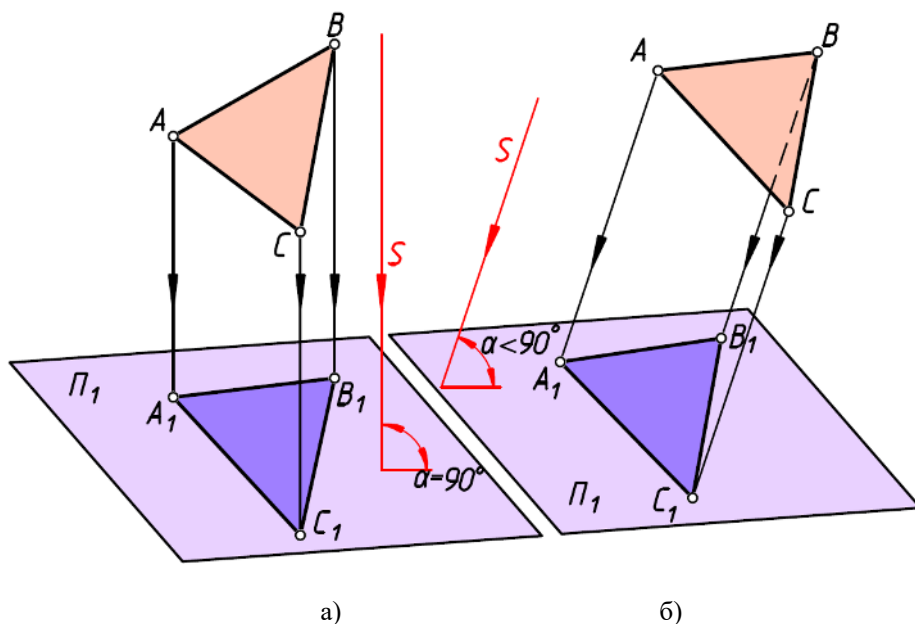


Рис. 1.3 – Метод параллельного проецирования

4. Проекциями параллельных прямых являются параллельные прямые.
5. Если отрезок прямой линии делится точкой в каком-либо отношении, то и проекция отрезка делится проекцией точки в том же отношении.
6. Проекция фигуры не меняется при параллельном переносе плоскости проекций.

Метод параллельного проецирования лежит в основе построения аксонометрических проекций (рис. 1.4).

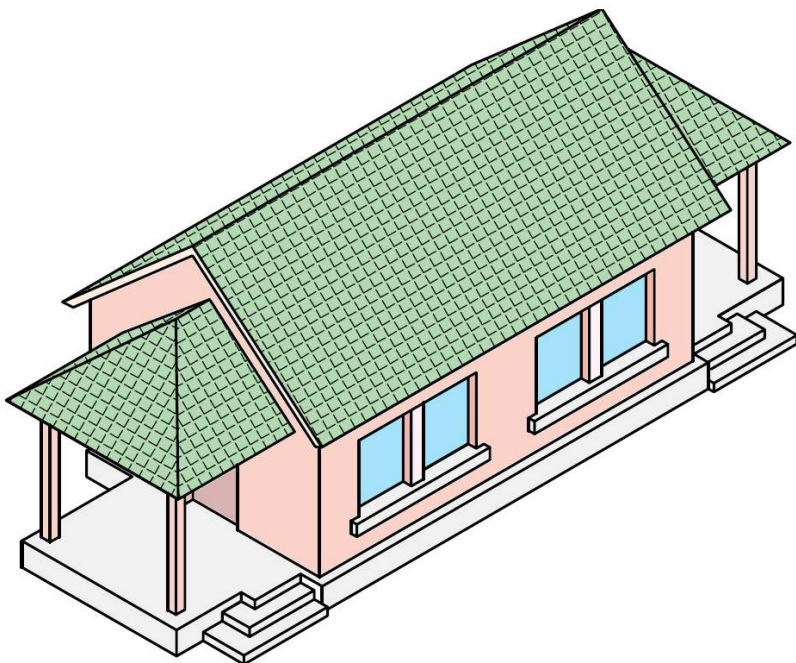


Рис. 1.4 – Пример применения метода параллельного проецирования

### 1.3. Системы плоскостей проекций. Комплексный чертеж

Различают ортогональное проецирование:

- на одну плоскость проекций  $\Pi_0$ , которая называется плоскостью нулевого уровня (рис. 1.5);
- на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций – горизонтальную  $\Pi_1$  и фронтальную  $\Pi_2$ ;
- на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций:  $\Pi_1$  – горизонтальную,  $\Pi_2$  – фронтальную и  $\Pi_3$  – профильную.

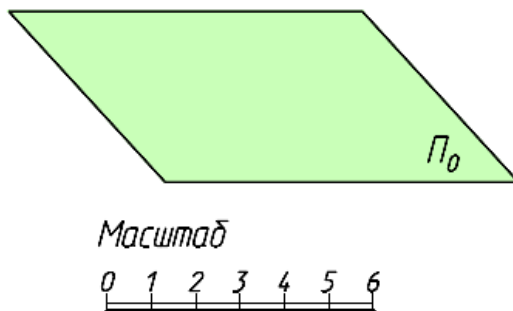


Рис. 1.5 – Плоскость нулевого уровня

В системе двух плоскостей проекций взаимно перпендикулярные плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , пересекаясь, делят пространство на 4 части, которые называются *четвертями* или *квадрантами* (рис. 1.6). Линия пересечения этих плоскостей называется *осью проекций*  $Ox$  [11, 12, 14].

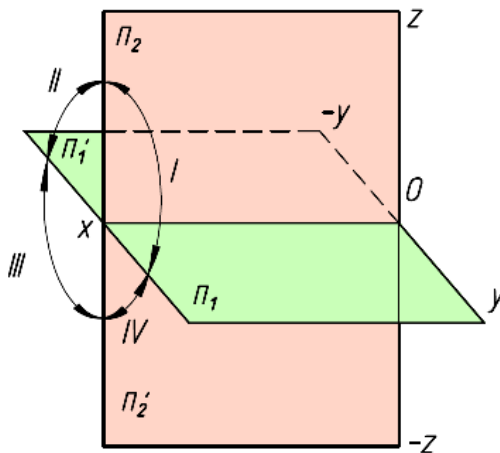


Рис. 1.6 – Система двух плоскостей проекций

Система трех плоскостей проекций – три взаимно перпендикулярные плоскости (горизонтальная, фронтальная, профильная). Линии пересечения плоскостей проекций – *оси*  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Плоскости проекций делят пространство на 8 частей, ограниченных трехгранными углами и называемых *октантами* (рис. 1.7).

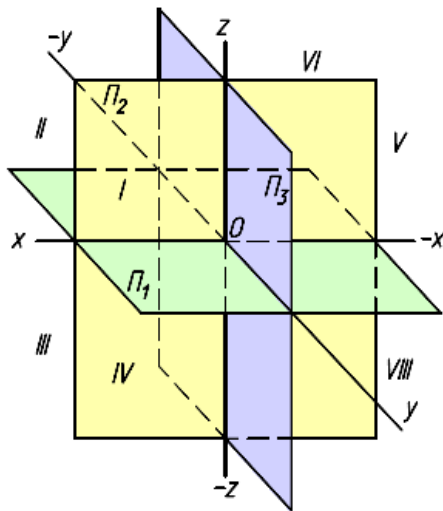


Рис. 1.7 – Система трех плоскостей проекций

Выдающуюся роль в развитии начертательной геометрии как науки сыграл знаменитый французский геометр и инженер времен Великой французской революции Гаспар Монж (1746–1818).

Монж дал первое научное изложение общего метода изображения пространственных фигур на плоскости. Г. Монж предложил рассматривать плоский чертеж как результат совмещения взаимно перпендикулярных плоскостей проекций. Это совмещение плоскостей проекций достигается путем вращения вокруг прямой их пересечения (оси проекций).

Чертеж, полученный в результате поворота горизонтальной плоскости  $\Pi_1$  вокруг оси  $x$  и профильной плоскости  $\Pi_3$  вокруг оси  $z$  до совмещения с фронтальной плоскостью проекций  $\Pi_2$ , называется *комплексным чертежом* или *эпюром*.

Пример проецирования схематизированного здания на три плоскости проекций и комплексный чертеж показаны на рисунке 1.8.

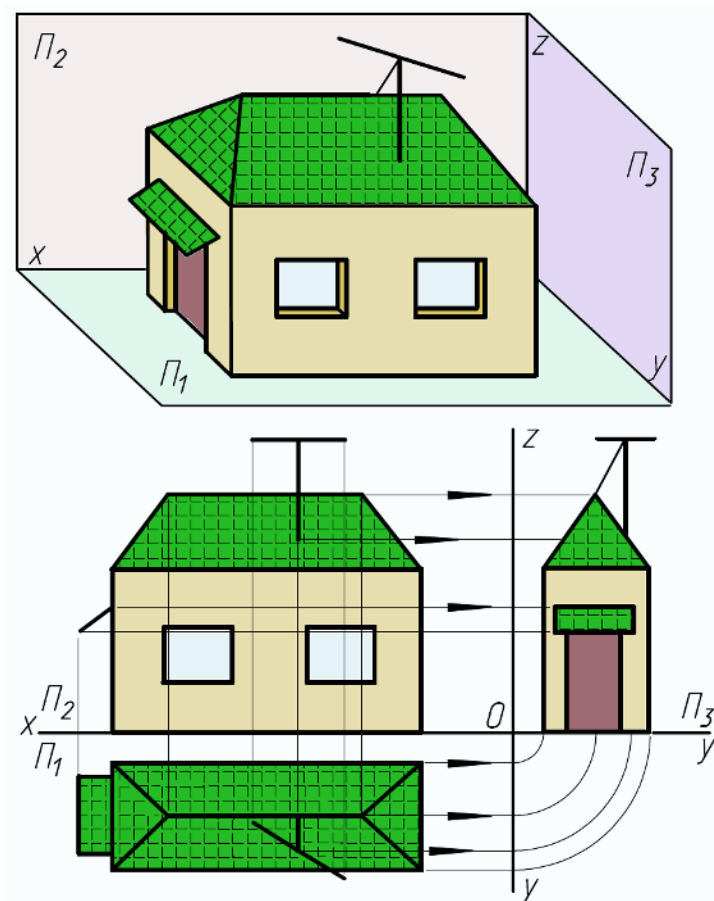


Рис. 1.8 – Пример применения метода ортогонального проецирования



## ГЛАВА 2. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ

### 2.1. Проецирование точки на одну плоскость проекций

При заданной плоскости проекций и направлении проецирования каждой точке пространства соответствует определенная проекция.

Проецирование точки на одну плоскость проекций (рис. 2.1) лежит в основе проекций с числовыми отметками. Проецирование на одну плоскость проекций используется при составлении чертежей объектов, у которых размеры по высоте значительно меньше размеров по ширине и длине (строительные площадки, насыпи, дамбы, плотины и т. д.) [11, 12, 14].

Точки проецируются ортогонально на одну плоскость проекций, которая называется плоскостью нулевого уровня –  $\Pi_0$ .

Так как одна проекция точки не определяет ее положение в пространстве, рядом с проекцией этой точки проставляется числовая (высотная) отметка. Например, точка А располагается выше плоскости  $\Pi_0$  на 4 м (обозначение  $A_4$ ). Числовая (высотная) отметка может быть отрицательной, если точка лежит под плоскостью  $\Pi_0$  (обозначение  $B_{-5}$ ).

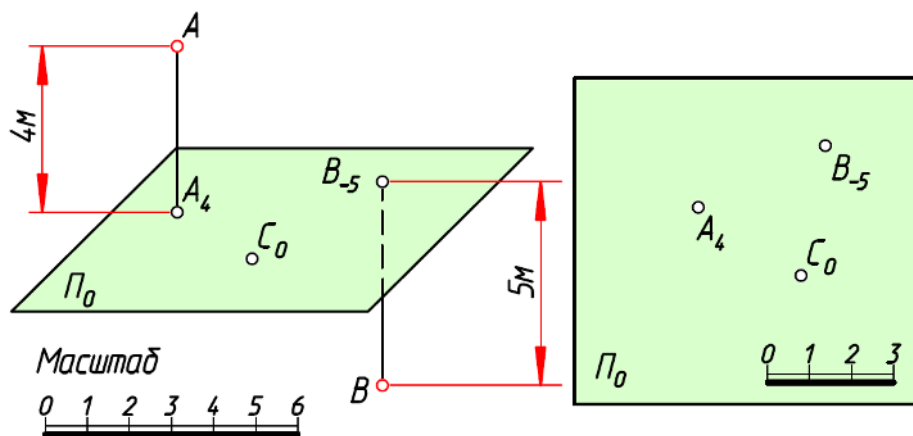


Рис. 2.1 – Пример изображения точек на одной плоскости проекций

### 2.2. Проецирование точки на две плоскости проекций

В системе двух плоскостей проекций точка проецируется на две взаимно перпендикулярные плоскости (рис. 2.2).

На комплексном чертеже две проекции одной точки лежат на линии проекционной связи, перпендикулярной оси  $x$ . По комплексному чертежу можно определить положение точки относительно плоскостей проекций и значения координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

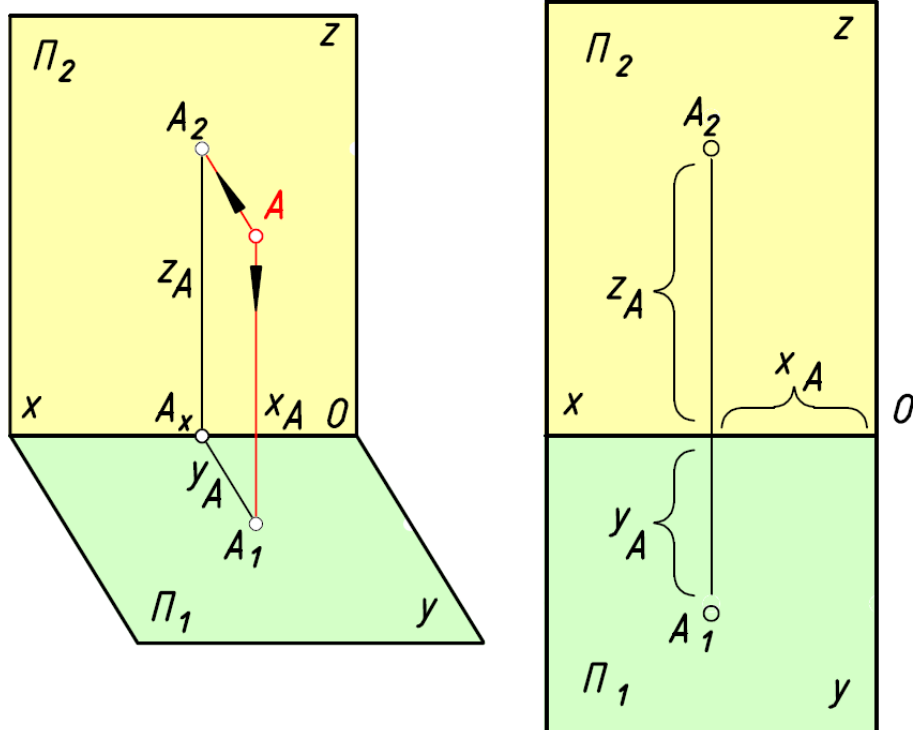


Рис. 2.2 – Пример изображения точек на две плоскости проекций

Чтобы построить горизонтальную проекцию точки  $A_1$ , необходимо знать координаты  $x$  и  $y$ , для построения фронтальной проекции точки  $A_2$  – координаты  $x$  и  $z$ .

Построим эюрп точки  $A$  с координатами  $(x; y; z)$  в I четверти (рис. 2.3). Начинаем построение с точки  $A_1$ . От точки  $O$  на оси  $x$  откладываем  $x_A$ , точку обозначаем  $A_x$ . Проводим перпендикулярно оси  $Ox$  линию проекционной связи, на которой вниз откладываем  $y_A$ . Полученную точку обозначаем  $A_1$  – горизонтальная проекция точки  $A$ . От точки  $A_x$  вверх откладываем координату  $z_A$ . Точку обозначаем  $A_2$  – фронтальная проекция точки  $A$ .

В I четверти все три координаты были положительными величинами. При построении точки во II, III и IV четвертях координаты будут положительными и отрицательными, поэтому чтобы построить проекцию точки  $A$  ( $A_1$ ) во II четверти, необходимо величину  $y_A$ , имеющую знак «минус», отложить от точки  $A_x$  вверх. И таким образом выполнять построения в III и IV четвертях.

Положение точек по отношению к плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  показано на рисунке 2.4. Точка  $A$  находится в пространстве двугранного угла, равноудалена от плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  [11, 12, 14].

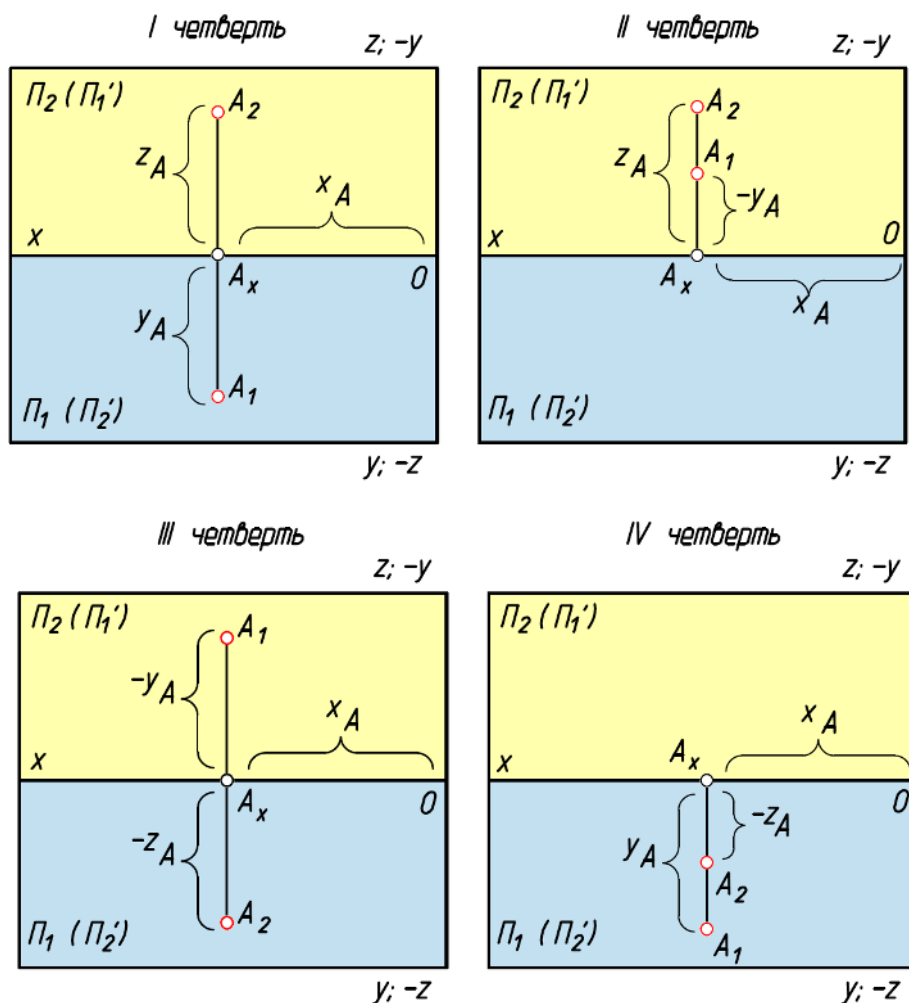


Рис. 2.3 – Примеры построения комплексного чертежа точки А в зависимости от ее расположения в четвертях пространства

Точка В также находится в пространстве двугранного угла, но ближе к плоскости  $\Pi_1$ .

Точка С лежит на плоскости  $\Pi_2$ . Это значит, что координата  $y$  точки С равна нулю, поэтому  $S_x$  и  $S_1$  будут находиться в одной точке ( $S_x \equiv S_1$ ), а  $S \equiv C_2$ .

Точка D лежит на плоскости  $\Pi_1$ . Отсюда следует, что  $z_D = 0$ , значит  $D_2 \equiv D_x$  и  $D_1 \equiv D$ .

Точка E лежит на оси проекций. Координаты  $y$  и  $z$  точки E равны нулю, а все проекции будут совпадать с точкой E ( $E_x \equiv E_1 \equiv E_2 \equiv E$ ).

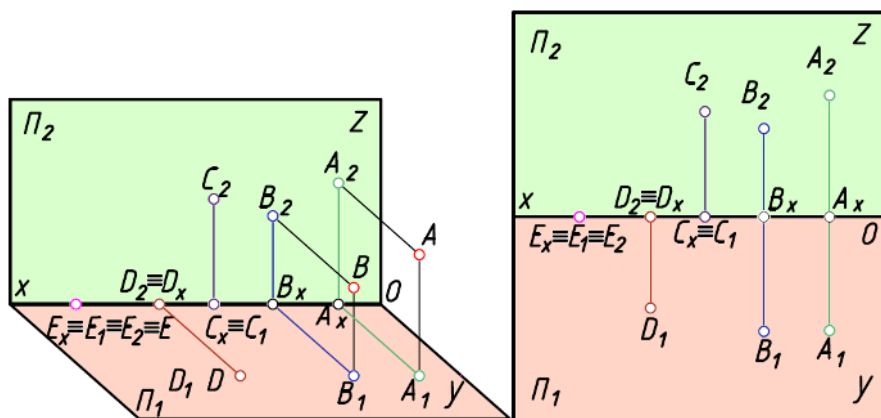


Рис. 2.4 – Положение точек относительно плоскостей проекций

Точка, расположенная на оси проекций, принадлежит одновременно двум плоскостям проекций [12, 14].

### 2.3. Проецирование точки на три плоскости проекций

Спроецируем точку  $A$  на плоскости проекций  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  (рис. 2.5). Точка  $A_1$  называется *горизонтальной проекцией* точки  $A$ , точка  $A_2$  – *фронтальной проекцией*, точка  $A_3$  – *профильной проекцией*.

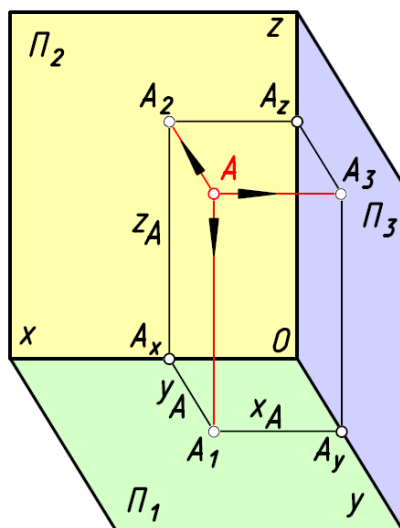


Рис. 2.5 – Пример построения проекций точки на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций

Расстояние  $AA_1$  от точки  $A$  до плоскости  $\Pi_1$  называется *высотой* точки  $A$  ( $z_A$  – аппликата), ее расстояние  $AA_2$  до плоскости  $\Pi_2$  – *глубиной* точки  $A$  ( $y_A$  –

ордината), а расстояние  $AA_3$  до плоскости  $\Pi_3$  – *широтой* точки  $A$  ( $x_A$  – абсцисса).

Таким образом, какая-либо точка пространства  $A$  будет определяться тремя ее координатами:  $x, y, z$ .

Чтобы получить плоский чертеж точки  $A$  (рис. 2.6а), плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  вращают до совмещения с плоскостью  $\Pi_3$ . Прямые  $A_1A_2$  и  $A_2A_3$ , соединяющие проекции точки  $A$ , называются *линиями проекционной связи*, они соответственно перпендикулярны осям  $x$  и  $z$ . Проекции точки  $A$  определяются координатами:  $A_1(x, y)$ ,  $A_2(x, z)$ ,  $A_3(y, z)$ . Полученный эпюр точки будет *обратимым чертежом*.

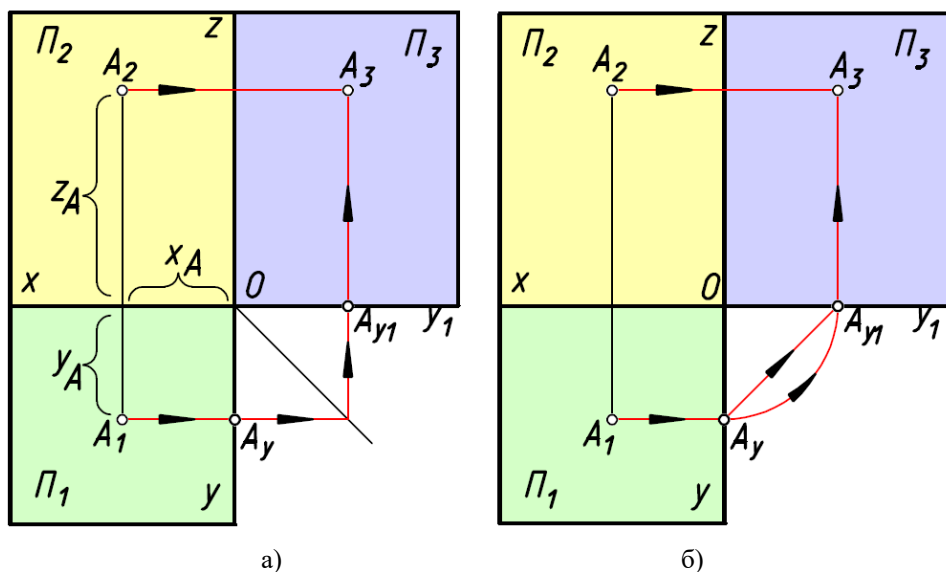


Рис. 2.6 – Комплексный чертеж точки

Таким образом, по двум имеющимся проекциям точки всегда можно построить третью (рис. 2.6б). Из точки  $A_1$  проведем горизонтальную линию связи до оси  $Oy$ , обозначим на оси точку  $A_y$ . Перенесем расстояние  $y_A$  на ось  $y_1$  с помощью циркуля или лучом под  $45^\circ$  к оси  $y$ . Полученную точку на оси  $y_1$  обозначим  $A_{y1}$ . Из этой точки восстановим перпендикуляр до пересечения с горизонтальной линией проекционной связи, проведенной из точки  $A_2$ . Получаем профильную проекцию точки  $A$  ( $A_3$ ).

Три проекции точки  $A$  ( $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$ ) соединены линиями проекционной связи и линией переноса на  $y_1$  и образуют замкнутую ломаную линию ( $A_1A_yA_{y1}A_3A_2A_1$ ).

## 2.4. Условия видимости точек на комплексном чертеже

Если у точек равны две одноименные координаты, то они называются *конкурирующими* (рис. 2.7). Конкурирующие точки расположены на одной линии проекционной связи.

При проецировании точек  $A$  и  $B$  на горизонтальную плоскость проекций точка  $A$  будет находиться над конкурирующей с ней точкой  $B$ . Точка  $B$  будет невидима. Точки  $A$  и  $B$  – горизонтально конкурирующие точки.

Координаты  $x$  и  $y$  точек  $A$  и  $B$  одинаковы ( $x_A = x_B$ ;  $y_A = y_B$ ), координата  $z$  точки  $A$  больше, чем у точки  $B$  ( $z_A > z_B$ ).

При проецировании точек  $C$  и  $D$  на фронтальную плоскость проекций точка  $C$  будет находиться над конкурирующей с ней точкой  $D$ . Точка  $D$  будет невидима. Точки  $C$  и  $D$  – фронтально конкурирующие точки.

Координаты  $x$  и  $z$  точек  $C$  и  $D$  одинаковы ( $x_C = x_D$ ;  $z_C = z_D$ ), координата  $y$  точки  $C$  больше, чем у точки  $D$  ( $y_C > y_D$ ).

Следовательно, из двух горизонтально конкурирующих точек на горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  видна проекция той точки, высота которой больше.

Из двух фронтально конкурирующих точек на фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  видна проекция той точки, глубина которой больше.

Из двух профильно конкурирующих точек на профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  видна проекция той точки, ширина которой больше [11, 12, 14].

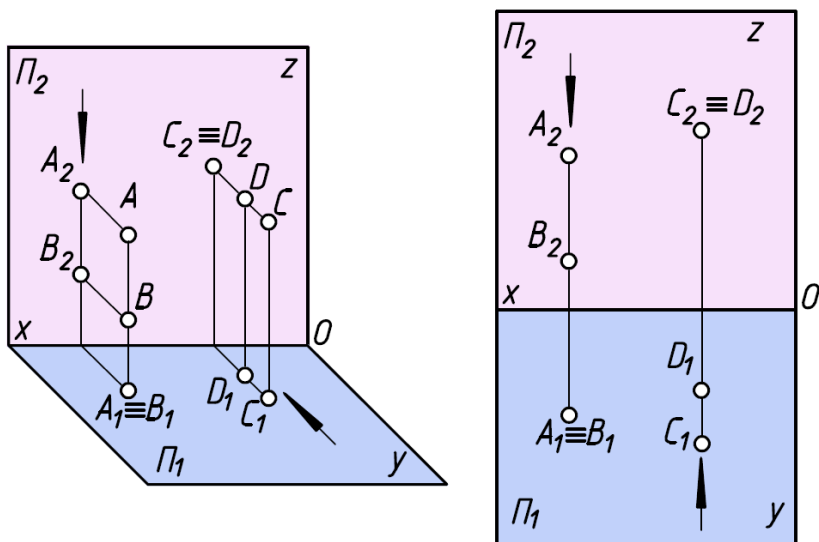


Рис. 2.7 – Определение видимости точек

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)