

Оглавление

От авторов	6
Глава I. Математика в повседневной жизни	7
§ 1. Применяем математические знания. Арифметические и алгебраические задачи	7
Рассчитываем необходимое количество пачек чая для группы туристов	7
Вычисляем продолжительность ремонта трамвайных путей	7
Работаем с форматом бумаги	7
Находим количество листов различного формата при разрезании листа бумаги	8
Определяем размер шрифта текста	8
Находим массу пачки бумаги	9
Экономим на установке дровяной печи	9
Вычисляем диаметр колеса	10
§ 2. Применяем математические знания. Геометрические задачи	12
Укладываем на даче тротуарную плитку	12
Засыпаем песок в детскую песочницу	13
Рассчитываем расход топлива для поездки на автомобиле	13
Вычисляем длину потолочного карниза в кухне и столовой	14
Находим длину кольцевой линии метро	15
Вычисляем площадь вольера в зоопарке	15
Размещаем домашнюю птицу в сарае	16

Определяем расстояние от деревни Комаровки до магазина по плану местности	16
Находим радиус карусели	17
Рассчитываем километраж пути в объезд	18
Рассчитываем расход топлива для автомобиля на 100 км пути	19
§ 3. Анализируем текст и сопоставляем его с графической информацией	21
Строительство взлётно-посадочной площадки	21
Схема метро	23
План местности	26
Ремонт квартиры	28
Установление соответствия между периодами времени и характеристиками этих периодов	29
§ 4. Сравняем и оцениваем варианты. Выбираем оптимальный вариант	31
Устраиваем террасы на склоне горы	31
Натягиваем проволоку в теплице	33
Рассчитываем сроки окупаемости автозаправки	34
Покупаем линолеум на кухню	35
Приобретаем карточки для поездок в метро	36
Устанавливаем счётчик для воды	37
Заменяем лампы накаливания на энергосберегающие ...	38
Выбираем смартфон в салоне	39
Обустроиваем детскую площадку	40
Сравняем пробег автомобиля при изменении размеров колёс	41
Глава II. Задачи для самостоятельного решения	44
Глава III. Примеры практико-ориентированных заданий в ОГЭ по математике	61
Пример 1. Дом	61
Пример 2. Поездка в заповедник	64

Пример 3. Страхование гражданской ответственности..	67
Пример 4. Торговый комплекс	71
Итоговые работы в формате ОГЭ	75
Работа 1	75
Работа 2	78
Работа 3	82
Работа 4	85
Ответы	88

От авторов

Наше пособие предназначено для подготовки девятиклассников к ОГЭ по математике.

Первые пять заданий ОГЭ определяют способность выпускника понимать роль математики в мире, в котором он живёт, формулировать хорошо обоснованные математические суждения и использовать полученные предметные знания, умения и навыки в реальных жизненных ситуациях. В этом суть функциональной математической грамотности.

Задания, которые собраны в книге, не выглядят как математические задачи, но для их выполнения не обойтись без математических знаний.

В главе I даны задачи на применение математических знаний, на анализ текстовой и графической информации, на сравнение, оценку и выбор оптимального варианта. К каждой задаче даётся подробное решение с ответом.

Вторая глава содержит задачи для самостоятельного решения, ответы к которым помещены в конце книги.

В третьей главе приведены примеры практико-ориентированных заданий в формате ОГЭ с подробным решением.

Четыре итоговые работы в формате ОГЭ в конце пособия помогут девятиклассникам проверить усвоение пройденного материала.

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно присылать на адрес электронной почты издательства legionrus@legionrus.com.

Глава I. Математика в повседневной жизни

§ 1. Применяем математические знания. Арифметические и алгебраические задачи

Рассчитываем необходимое количество пачек чая для группы туристов

Группа из 9 человек собирается в поездку на 8 дней. Стасу поручили купить чай определённого сорта в пакетиках на всех. Сколько пачек чая должен купить Стас, если в день каждый человек использует в среднем 3 пакетика чая, а в каждой пачке 25 пакетиков чая?

Решение. Одному человеку на 8 дней нужно $3 \cdot 8 = 24$ пакетика, всего в группе 9 человек, значит, понадобится $24 \cdot 9 = 216$ пакетиков чая. В каждой пачке 25 пакетиков чая, поэтому потребуется $216 : 25 = 8,64$ пачки, то есть Стас должен купить 9 пачек чая.

Ответ: 9.

Вычисляем продолжительность ремонта трамвайных путей

Бригаде рабочих поручено отремонтировать участок трамвайных путей длиной 9,1 км. Работы начались в понедельник. Каждый день бригада меняла по 700 м рельсов. По субботам и воскресеньям ремонтные работы не проводились. Проезд по маршруту был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд трамвая?

Решение. Для ремонта потребовалось $9100 \text{ м} : 700 \text{ м} = 13$ рабочих дней. В рабочей неделе 5 дней, значит, ремонт продолжался две недели (14 дней вместе с выходными) и ещё 3 рабочих дня. В связи с ремонтными работами проезд трамвая был закрыт на 17 дней.

Ответ: 17.

Работаем с форматом бумаги

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее (см. рис. 1, с. 8). Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных

листа формата А1. Если лист формата А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

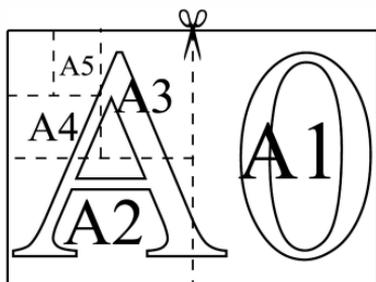


Рис. 1

Отношение бóльшей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

Находим количество листов различного формата при разрезании листа бумаги

Сколько листов формата А6 получится из одного листа формата А2?

Решение. Заметим, что каждое разрезание удваивает количество листов: действительно, первый разрез даст 2 листа формата А3, разрезая каждый из получившихся двух листов, получим 4 листа формата А4, продолжая этот процесс, получим 8 листов формата А5 и 16 листов формата А6 (см. рис. 1). Для решения этой задачи можно воспользоваться формулой. Обозначим A_i — формат исходного листа, а A_j — формат листа после разрезания, тогда количество листов формата A_i равно 2^{j-i} . В нашем случае $i = 2$, $j = 6$, $2^{6-2} = 2^4 = 16$.

Ответ: 16.

Определяем размер шрифта текста

В таблице даны размеры листов бумаги форматов А3 и А6.

Формат листа	Ширина (мм)	Длина (мм)
А3	297	420
А6	105	148

Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $1/72$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А3 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 9 пунктов на листе формата А6? Размер шрифта округляется до целого.

Решение. По таблице определяем длины бо́льших сторон листов формата А3 и А6: 420 мм и 148 мм соответственно, а их отношение равно $\frac{420}{148}$ раз. Получим $9 \cdot \frac{420}{148} = 9 \cdot \frac{105}{37} \approx 26$ пунктов.

Ответ: 26.

Находим массу пачки бумаги

Бумагу формата А3 упаковали в пачки по 400 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площадью 1 кв. м равна 98 г. Ответ дайте в граммах.

Решение. Масса 8 листов формата А3 равна массе листа формата А0 и равна 98 г (см. рис. 1, с. 8), а так как по условию в пачке 400 листов бумаги, то масса пачки в $400 : 8 = 50$ раз больше: $98 \cdot 50 = 4900$ г.

Ответ: 4900.

Экономим на установке дровяной печи

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина — 2,5 м, ширина — 2,5 м, высота — 2,2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём (куб. м)	Масса (кг)	Цена (руб.)
«Искорка»	Дровяная	4–10	67	13 900
«Горыныч»	Дровяная	10–15	67	31 000
«Молния»	Электрическая	9–16	75	29 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 7000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 3200 киловатт-часов электроэнергии по 3,5 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 5 куб. м

дров, которые обойдутся по 1400 руб. за 1 куб. м. На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отопляемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки и 1 года использования?

Решение. По условию парное отделение по форме является прямоугольным параллелепипедом, тогда его объём находим как произведение длины, ширины и высоты, то есть $2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,2 = 13,75$ кубического метра.

По размерам для установки подходит дровяная печь «Горыныч». Находим по таблице её цену — 31 000 рублей. Кроме того, за 5 кубометров дров по цене 1400 рублей за кубометр нужно будет заплатить $1400 \cdot 5 = 7000$ рублей. Дровяная печь за год обойдётся в 38 000 рублей (с учётом покупки и эксплуатации).

Электрическая плита «Молния» вместе с подведением кабеля стоит $29\,000 + 7000 = 36\,000$ рублей. Так как за год электрическая печь потребит 3200 киловатт-часов по 3,5 рубля за 1 кВт·ч, то нужно будет заплатить дополнительно ещё $3,5 \cdot 3200 = 11\,200$ рублей. Электрическая печь вместе с установкой обойдётся в $36\,000 + 11\,200 = 47\,200$ рублей за 1 год использования.

Дровяная печь обойдётся дешевле электрической на $47\,200 - 38\,000 = 9200$ рублей.

Ответ: 9200.

Вычисляем диаметр колеса

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65R15 (см. рис. 2).

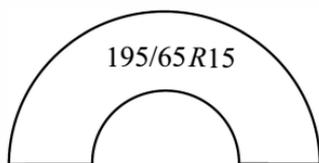


Рис. 2

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 3). Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 3) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

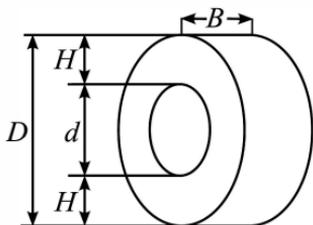


Рис. 3

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции. За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины. Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 185/55R15. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение. По условию $100 \cdot \frac{H}{185} = 55$, откуда $H = \frac{185 \cdot 55}{100} = 101,75$ (мм), $d = 25,4 \cdot 15 = 381$ (мм). Диаметр колеса равен $D = 2H + d = 2 \cdot 101,75 + 381 = 203,5 + 381 = 584,5$ (мм).

Ответ: 584,5.

Засыпаем песок в детскую песочницу

Площадь песочницы, расположенной на детской площадке, равна 16 кв. м (см. рис. 5). Сколько кубических метров песка понадобилось, чтобы слой песка в песочнице был 25 см?

Решение. Найдём объём прямоугольного параллелепипеда, площадь основания которого равна 16 кв. м, а высота — $25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$. Объём прямоугольного параллелепипеда равен $16 \cdot 0,25 = 4$ (куб. м).

Ответ: 4.

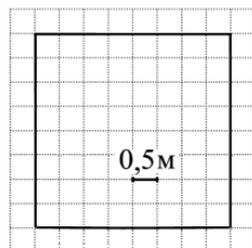


Рис. 5

Рассчитываем расход топлива для поездки на автомобиле

Автомобиль расходует 8 л топлива на 100 км пути. Сколько литров топлива израсходует автомобиль во время поездки из хутора Старого в деревню Никифоровку по имеющимся дорогам (см. рис. 6)?



Рис. 6

Решение. По рисунку находим длины участков дороги: от хутора Старого до села Лесного — 2 км, от села Лесного до деревни Зорино — 7,5 км, от деревни Зорино до деревни Шубинки — 1,5 км. Осталось найти расстояние от деревни Шубинки до деревни Никифоровки.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC (см. рис. 7, с. 14), в котором катеты AC и BC равны 4 км и 7,5 км соответственно, а длина гипотенузы AB равна расстоянию от деревни Шубин-

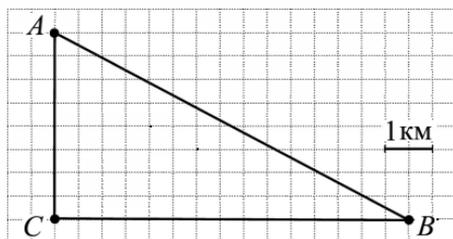


Рис. 7

ки до деревни Никифоровки. AB находим по теореме Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{16 + 56,25} = \sqrt{72,25} = 8,5$ (км). Расстояние от хутора Старого до деревни Никифоровки по имеющимся дорогам равно $2 \text{ км} + 7,5 \text{ км} + 1,5 \text{ км} + 8,5 \text{ км} = 19,5 \text{ км}$. Теперь найдём, сколько литров топлива израсходует автомобиль во время поездки из хутора Старого до деревни Никифоровки по имеющимся дорогам.

8 л — 100 км,

$$x \text{ л} — 19,5 \text{ км}, \quad x = \frac{8 \cdot 19,5}{100} = 1,56 \text{ (л)}.$$

Ответ: 1,56.

Вычисляем длину потолочного карниза в кухне и столовой

Определите длину потолочного карниза, установленного в столовой и кухне вдоль каждой стены (схема этих комнат дана на рисунке 8). Ответ дайте в метрах.

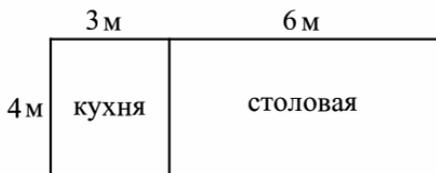


Рис. 8

Решение. Периметр потолочного карниза кухни равен периметру кухни и равен $2 \cdot (3 + 4) = 14$ (м), а периметр потолочного карниза столовой равен периметру столовой и равен $2 \cdot (4 + 6) = 20$ (м). Понадобится $14 + 20 = 34$ метра потолочного карниза.

Ответ: 34.

Находим длину кольцевой линии метро

На рисунке 9 расположена схема метро в городе N. Кольцевая линия имеет форму окружности. Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, занимает площадь, равную 225 км^2 , и называется Старым городом.

Найдите длину l кольцевой линии (в километрах). В ответе укажите $\frac{l}{\sqrt{\pi}}$.

Решение. $l = 2\pi R$, $S = \pi R^2$, где R — радиус кольцевой линии, S — площадь Старого города. Тогда $225 = \pi R^2$, откуда $R = \sqrt{\frac{225}{\pi}} = \frac{15}{\sqrt{\pi}}$ (км),

$$l = 2\pi \cdot \frac{15}{\sqrt{\pi}} = 30\sqrt{\pi} \text{ (км)}. \quad \frac{l}{\sqrt{\pi}} = 30 \text{ км.}$$

Ответ: 30.

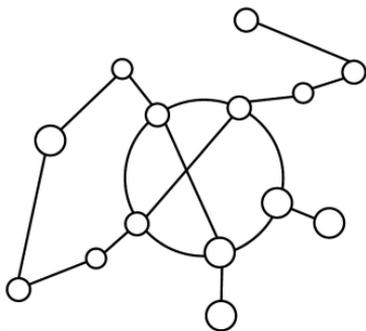


Рис. 9

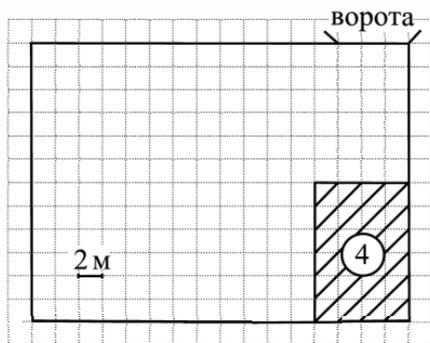


Рис. 10

Вычисляем площадь вольера в зоопарке

На плане, (см. рис. 10) цифрой 4 обозначен вольер для панд городского зоопарка (сторона каждой клетки на плане соответствует 2 м). Найдите площадь, которую занимает вольер для панд. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Вольер для панд имеет форму прямоугольника, стороны которого равны $2 \text{ м} \cdot 6 = 12 \text{ м}$ и $2 \text{ м} \cdot 4 = 8 \text{ м}$, площадь вольера равна $12 \text{ м} \cdot 8 \text{ м} = 96 \text{ кв. м}$.

Ответ: 96.

Размещаем домашнюю птицу в сарае

На схеме изображена часть плана застройки участка (см. рис. 11). Сторона клетки равна 2 м. Въезд и выезд осуществляется через ворота, справа от которых находится сарай для кур и гусей, к которому примыкает выгульный вольер, обозначенный на плане цифрой 3. Согласно местным санитарным нормам в помещении на одном квадратном метре может располагаться до 4 кур или не более двух гусей. Какое наибольшее число гусей может поместиться в сарае для птиц, если там уже есть 16 кур?

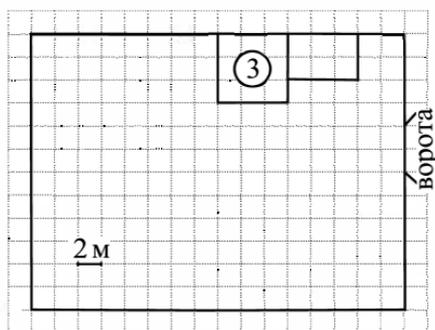


Рис. 11

Решение. Сарай для кур и гусей имеет форму прямоугольника. Длина стороны сарая равна $2\text{ м} \cdot 3 = 6\text{ м}$, а ширина — $2\text{ м} \cdot 2 = 4\text{ м}$, площадь сарая равна $6\text{ м} \cdot 4\text{ м} = 24\text{ кв. м}$. По условию на одном квадратном метре можно разместить не более 4 кур, значит, для 16 кур потребуется не менее 4 кв. м. На одном квадратном метре можно разместить не более двух гусей, тогда на оставшихся 20 кв. м можно разместить не более 40 гусей.

Ответ: 40.

Определяем расстояние от деревни Комаровки до магазина по плану местности

Братья Максим и Даниил летом отдыхают в деревне Комаровке у бабушки. Они ездят в магазин за продуктами на велосипедах. Проехать из Комаровки в магазин можно по шоссе до деревни Комовки, где шоссе поворачивает направо под прямым углом, а затем продолжить движение по шоссе до магазина. Другая дорога — просёлочная, она проходит напрямик

от Комаровки до магазина. Пользуясь рисунком 12, определите расстояние от Комаровки до магазина по прямой. Ответ дайте в километрах.

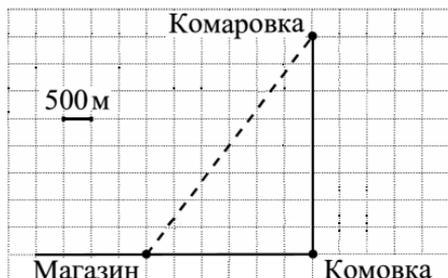


Рис. 12

Решение. В прямоугольном $\triangle ABC$ с прямым углом C и катетами $AC = 500 \text{ м} \cdot 6 = 3000 \text{ м} = 3 \text{ км}$ и $BC = 500 \text{ м} \cdot 8 = 4000 \text{ м} = 4 \text{ км}$, гипотенузу AB находим по теореме Пифагора: $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (км) (см. рис. 13). Длина гипотенузы равна расстоянию от Комаровки до магазина.

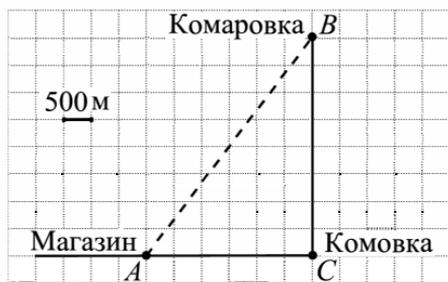


Рис. 13

Ответ: 5.

Находим радиус карусели

На плане (см. рис. 14, с. 18) дизайн-проекта сквера в микрорайоне города N штриховкой отмечена площадка под круглую карусель. Сторона клетки соответствует 2 м. Найдите наибольший возможный радиус карусели. Ответ дайте в метрах.

Решение. Площадка под карусель — квадрат со стороной 8 метров (см. рис. 15). Вписанная в квадрат окружность имеет радиус R , равный наибольшему допустимому радиусу карусели. Радиус R этой окружности равен половине длины стороны квадрата, то есть 4 м.

Ответ: 4.

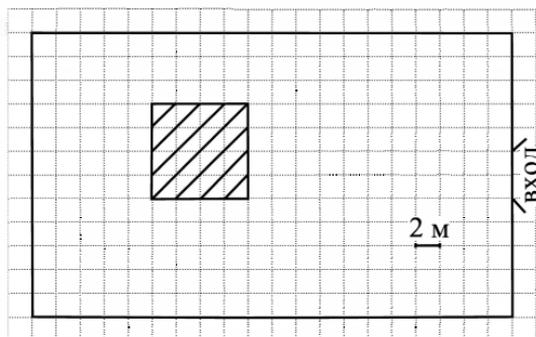


Рис. 14

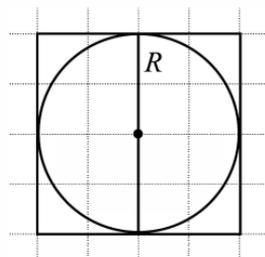


Рис. 15

Рассчитываем километраж пути в объезд

Ульяна и её друзья на автомобилях собираются поехать на рок-фестиваль, который откроется в субботу и продлится целые сутки в посёлке Янтарном на берегу моря. Предварительно они наметили маршрут, показанный на рисунке 16.

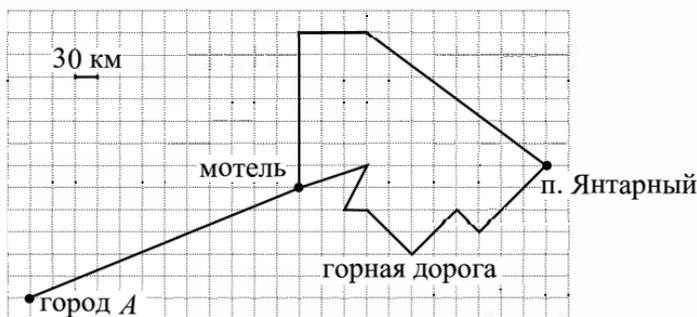


Рис. 16

Выезд из города А запланирован на вечер пятницы, поэтому друзья забронировали на ночь места в мотеле по пути следования. От мотеля к посёлку Янтарному можно добраться двумя способами: по горной дороге

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru