

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель данной книги — дать читателю общее представление о преобразовании и анализе Фурье. Анализ Фурье используется чрезвычайно широко не только в физике, но и в технике. В его основе лежит такая математическая идея, как преобразование Фурье. Наверняка многие читатели считают, что математика — это формулы. Однако главное при изучении математики — это не запоминание формул, а овладение основными понятиями.

Для овладения этими понятиями необходимо обладать некоторыми базовыми знаниями. Для преобразования Фурье такими базовыми знаниями являются производная, интеграл и тригонометрические функции. И очень важно усвоить их суть. Когда тригонометрические функции (синус, косинус и тангенс) изучают в старшей школе, основное внимание уделяется соотношениям сторон в прямоугольном треугольнике, и зачастую всё заканчивается упражнениями по применению соответствующих формул. В этой книге я постарался определить тригонометрические функции через единичную окружность. Думаю, что после её прочтения вы согласитесь, что такая точка зрения вполне приемлема.

С другой стороны, данную книгу можно также назвать справочником по функциям тригонометрии. Минимально необходимый набор формул приведён в ней без доказательств, однако главное — это не запомнить формулы, а проникнуться новыми взглядами и трактовками, полученными в результате их применения. Во многих учебниках и справочниках, изданных ранее, основной упор делался на запоминание формул и на решение учебных задач. На экзаменах в старших школах и университетах проверяется способность учащихся производить вычисления с помощью формул. Из-за этого были экзаменуемые, которые просто запоминали все задачи наизусть.

В анализе Фурье на основе некоторых базовых математических знаний выводятся новые понятия. Овладение этими понятиями — дело гораздо более интересное, чем заучивание формул. Хотя анализ Фурье используется в самых разных областях, в данной книге в качестве примера рассматривается только «звук». Самостоятельный анализ различных звуков позволит читателям совершить новые открытия. Читателям, которые с помощью данной книги овладеют основными понятиями преобразования и анализа Фурье и проявят интерес к более глубокому изучению данной темы, я могу порекомендовать книгу издательства Ohmsha — «Преобразование Фурье с помощью Excel», одним из скромных соавторов которой я являюсь. В ней приведены примеры разнообразного анализа, который можно быстро и удобно провести с помощью программы Excel на персональном компьютере.

Хочу здесь поблагодарить `re_akino`, превратившего обычно скучное и переполненное формулами описание анализа Фурье в увлекательную историю, художника Харасэ Хироки, который смог выразить эту историю в виде красивой манги, а также коллектив отдела разработок издательства Ohmsha, который оказывал поддержку в осуществлении данного проекта до самого его завершения.

СОДЕРЖАНИЕ

Пролог	
ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ	1

Глава 1	
ВОЛНЫ ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ	15
1. Звуки — это волны	16
2. Поперечные и продольные волны	24
3. Распространение волн во времени	28
4. Частота и амплитуда	31
5. Открытие Жана Батиста Фурье	37
6. Шесть шагов к преобразованию Фурье	39

Глава 2	
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ТРЕУГОЛЬНИКИ ОТДЫХАЮТ	43
1. Колесо обозрения и тригонометрические функции .	44
2. Единичная окружность	54
3. Функция синуса	56
4. Функция косинуса	57
5. Параметрическое выражение уравнения окружности	59
6. Тригонометрические функции и физические величины, изменяющиеся во времени	63
7. Тригонометрические функции и угловая частота ...	65

Глава 3	
ИНТЕГРАЛЫ БЫВАЮТ ОПРЕДЕЛЁННЫЕ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ, ЧЕГО НЕ СКАЖЕШЬ О ПРОИЗВОДНЫХ	73
1. Американские горки и определённый интеграл	74
2. Интеграл от константы ($y = a$)	82
3. Интеграл от линейной функции	84
4. Интеграл от функции $y = x^n$	86
5. Графическое решение интеграла	88
6. Несколько слов о наклоне касательной	90
7. Производная — это интеграл наоборот	92
8. Дифференцирование тригонометрических функций	95
9. Определённые интегралы от тригонометрических функций	101

Глава 4	
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ФУНКЦИЯМИ	111
1. Сумма функций — тоже функция!	112
2. Сложение функций	118
3. Вычитание функций	120
4. Умножение функций	122
5. Произведение функций и определённый интеграл	129

Глава 5	
ФУНКЦИИ БЫВАЮТ «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ»	135
1. Ортогональность функций	136
2. Проверяем ортогональность функций с помощью графиков	144
3. Проверяем ортогональность функций путём вычислений	146
4. Определённый интеграл от $\sin^2 x$	149

Глава 6
ВСЁ БЛИЖЕ К ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ФУРЬЕ 155

1. Формирование волны сложением тригонометрических функций 156
2. Комбинация функций $a \cos x$ и $b \sin x$ 162
3. Синтез тригонометрических функций с разными периодами 168
4. Ряды Фурье 171
5. Функции времени и спектр частот 177
6. На пороге преобразования Фурье 181

Глава 7
АНАЛИЗ ФУРЬЕ ИЛИ ПРОВЕРИМ АЛГЕБРОЙ
ГАРМОНИЮ 185

1. Порядок исследования частотного состава 186
2. Коэффициенты Фурье 194
3. Звук камертона и его спектр 201
4. Звуки гитары и их спектр 206
5. Спектр человеческого голоса 211
6. Сладкий голосок 219

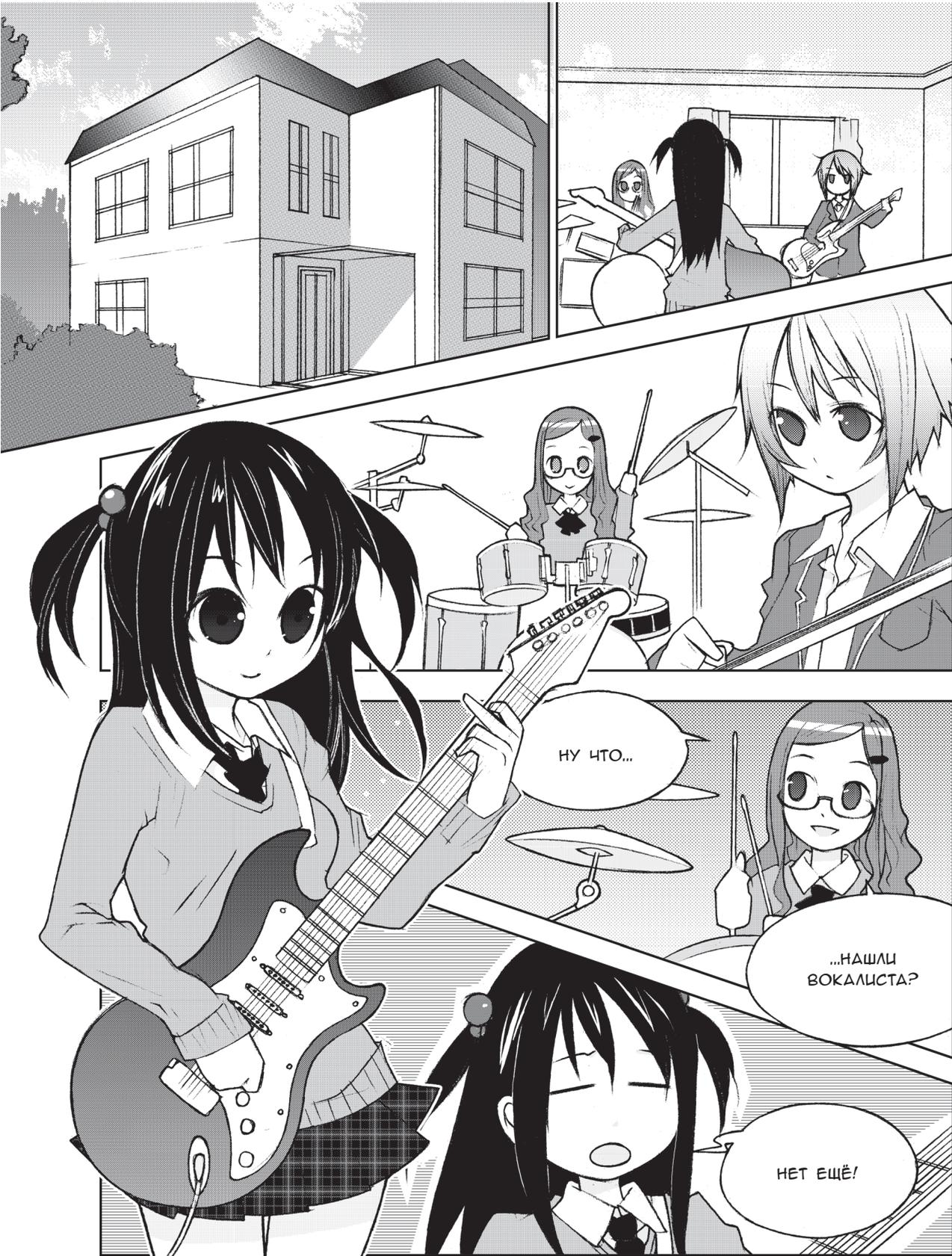
Приложение
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ
СУММЫ БЕСКОНЕЧНОГО РЯДА 235

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 245

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 246

ПРОЛОГ

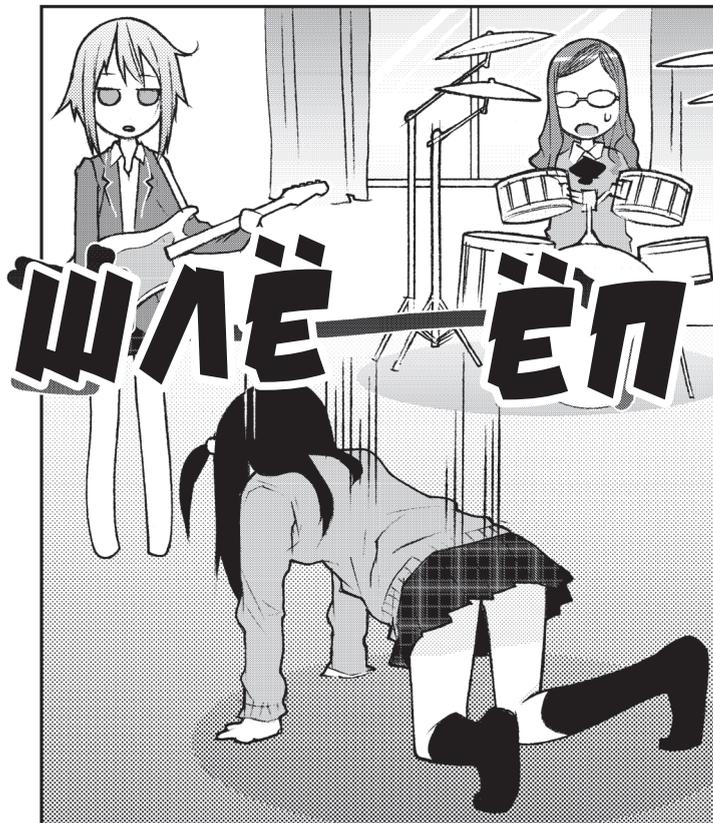
ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ



НУ ЧТО...

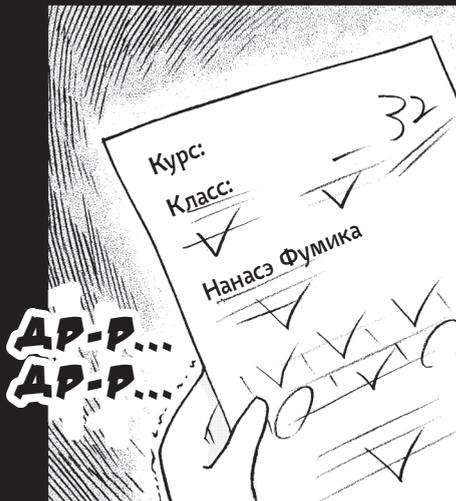
...НАШЛИ
ВОКАЛИСТА?

НЕТ ЕЩЁ!



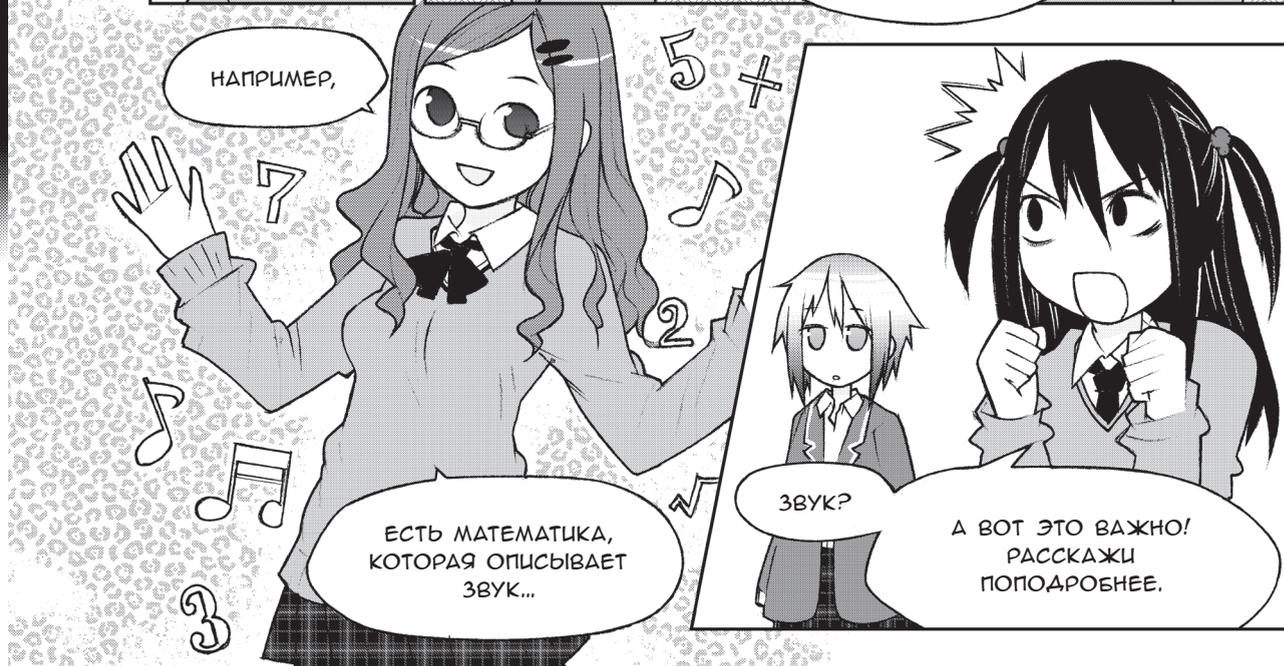


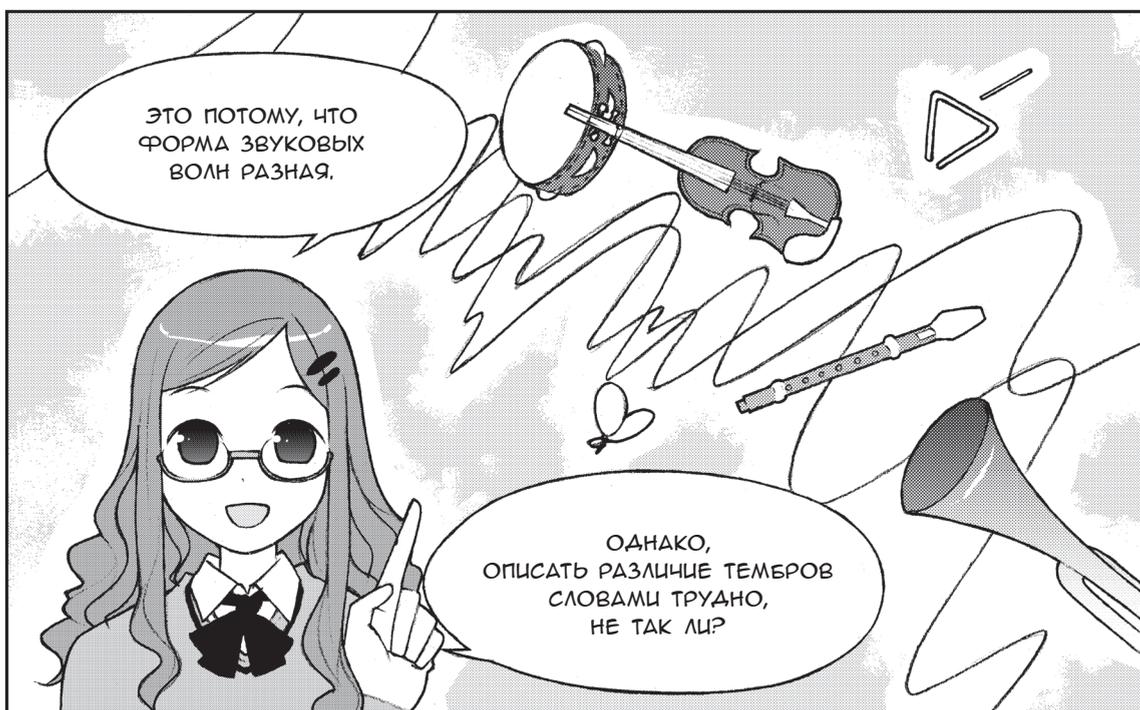
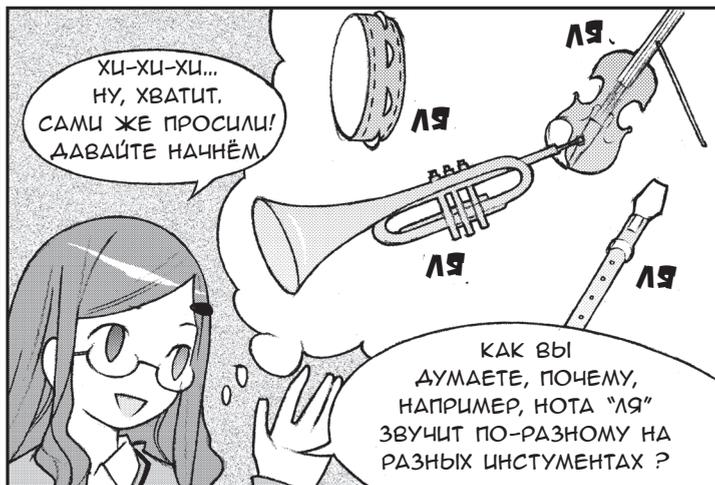


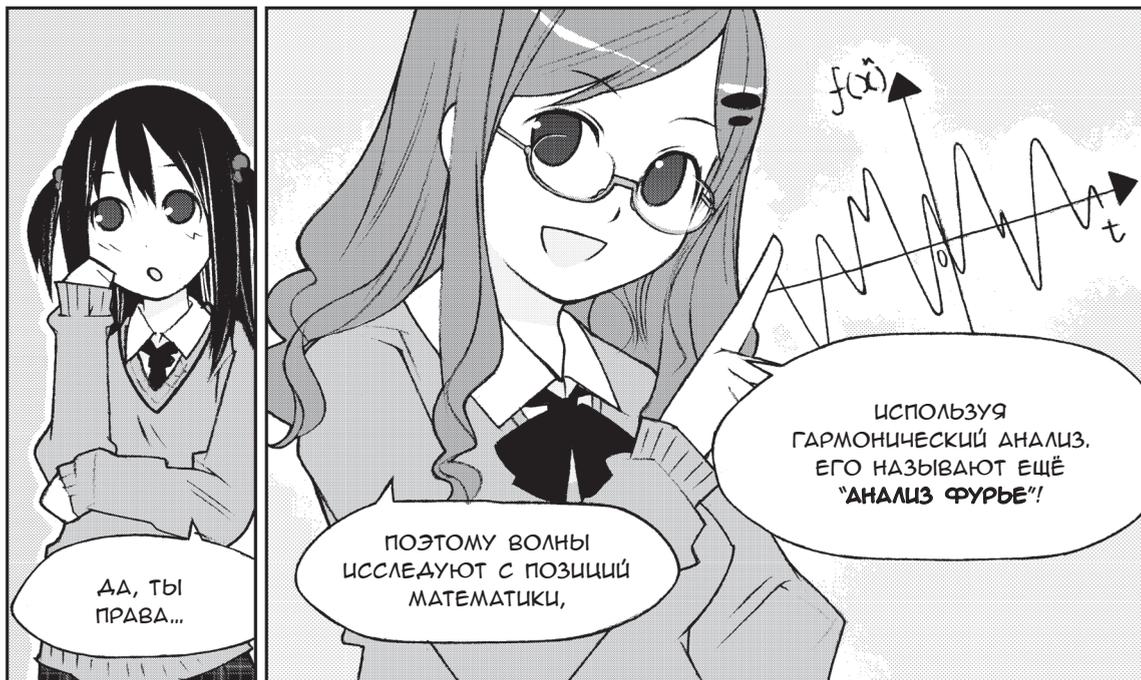


БУДЕШЬ ПЛОХО УЧИТЬСЯ —
ОТБЕРУ ГИТАРУ!











ДАЖЕ ДУХИ...

...МОЖНО РАЗДЕЛИТЬ НА "СЛАДКИЕ АРОМАТЫ", "ЦИТРУСОВЫЕ" И ТАК ДАЛЕЕ, НО ЕСЛИ РАЗОБРАТЬСЯ, "ЦИТРУСОВЫЕ" ДУХИ ТОЖЕ ИМЕЮТ РАЗНООБРАЗНЫЕ ОТТЕНКИ, НЕ ТАК ЛИ?



АА...



РОЗА: 5%
БЕРГАМОТ: 4%
СИРЕНЬ: 1%

ЭТО ПОТОМУ, ЧТО ДУХИ РАЗЛИЧАЮТСЯ ПО СОСТАВУ: ОНИ СОДЕРЖАТ РАЗНЫЕ ВЕЩЕСТВА В РАЗНЫХ ПРОПОРЦИЯХ. ТО ЖЕ САМОЕ ВЕРНО И ДЛЯ ЗВУКОВ.



ПОНЯТНО.
ДАВАЙ ДАЛЬШЕ!



И ЧТОБЫ ИССЛЕДОВАТЬ СОСТАВ ЗВУКА, АНАЛОГИЧНО СОСТАВУ ДУХОВ, ИСПОЛЬЗУЕТСЯ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД — "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ"!

С ЕГО ПОМОЩЬЮ МОЖНО УЗНАТЬ, ИЗ КАКИХ ЭЛЕМЕНТОВ СОСТОИТ ТЕМБР!



ОГО!

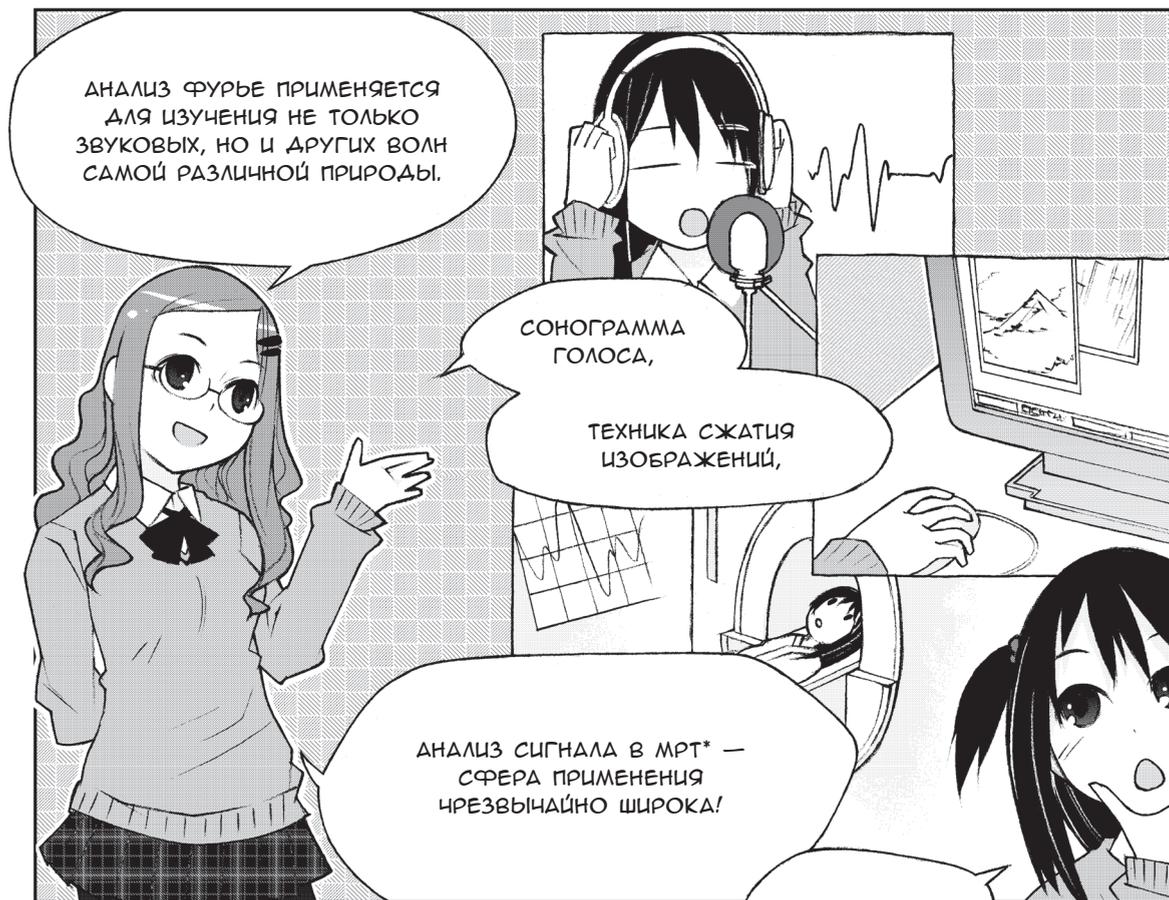


НО ПОСТОЙ...

ВЕДЬ ДО ЭТОГО ТЫ ГОВОРИЛА ПРО "АНАЛИЗ ФУРЬЕ"?



"АНАЛИЗ ФУРЬЕ" — ЭТО КОГДА С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ АНАЛИЗИРУЮТ ВОЛНЫ.



АНАЛИЗ ФУРЬЕ ПРИМЕНЯЕТСЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ НЕ ТОЛЬКО ЗВУКОВЫХ, НО И ДРУГИХ ВОЛН САМОЙ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ.

СОНОГРАММА ГОЛОСА,

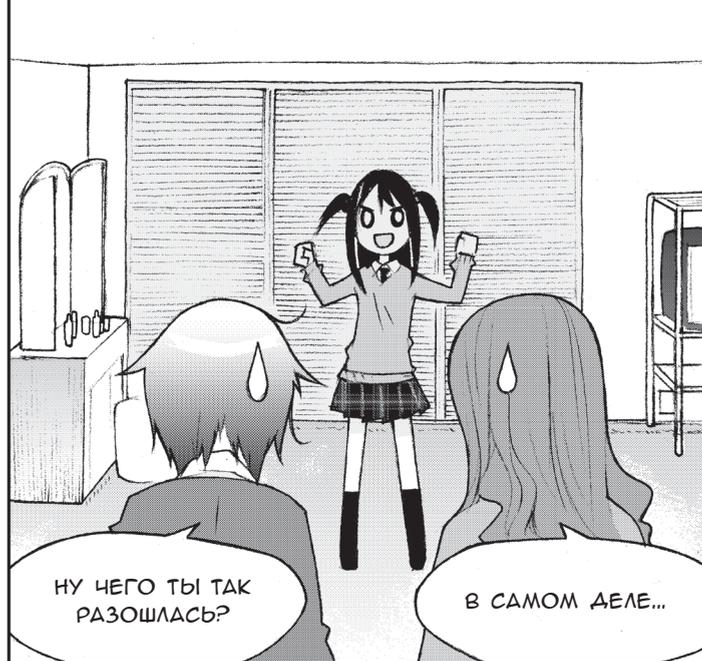
ТЕХНИКА СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ,

АНАЛИЗ СИГНАЛА В МРТ* — СФЕРА ПРИМЕНЕНИЯ ЧРЕЗВЫЧАЙНО ШИРОКА!

УХ ТЫ!

*МРТ — МАГНИТНО-РЕЗОНАНСНАЯ ТОМОГРАФИЯ.





НУ ЧЕГО ТЫ ТАК
РАЗОШЛАСЬ?

В САМОМ ДЕЛЕ...



ВОТ ЧТО,
ЭРИНА!

ТЫ ДОЛЖНА РАССКАЗАТЬ
НАМ ВСЁ, ЧТО ЗНАЕШЬ
САМА ПРО ЭТОГО
САМОГО ФУРЬЕ!



ХОРОШО,
НО ТОЛЬКО...

$$\int_a^b x^2 dx = \frac{1}{3}$$

НЕ ПУГАЙТЕСЬ.
ЧТОБЫ ПОНЯТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
ФУРЬЕ, НУЖНО ПОЗНАКОМИТЬСЯ
С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ
ФУНКЦИЯМИ, ПРОИЗВОДНЫМИ
И ИНТЕГРАЛАМИ.

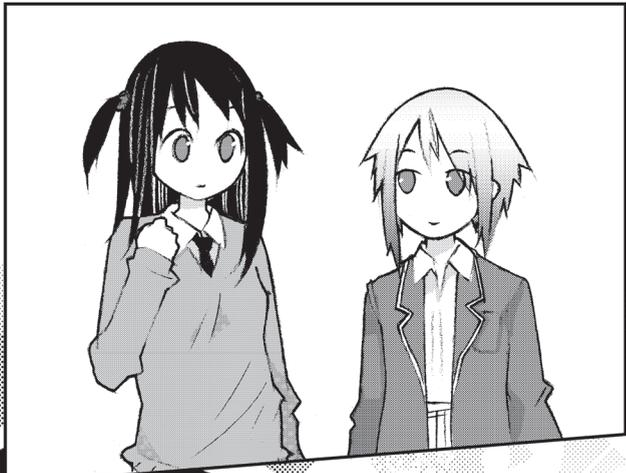
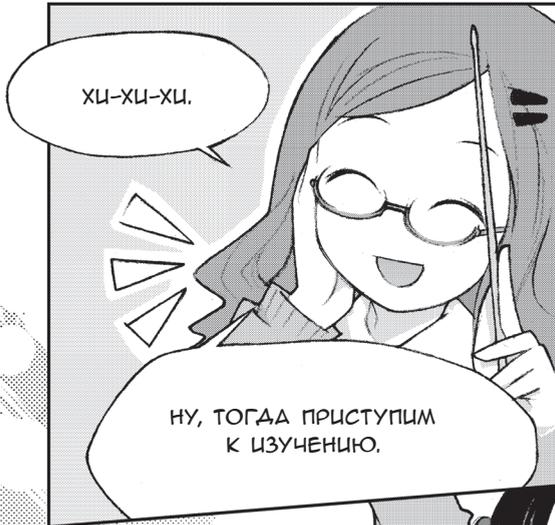


...ЭТО ХОРОШО.



ЭТО
В САМУЮ
ТОЧКУ!

Я ВЕДЬ СЕЙЧАС КАК
РАЗ МУЧАЮСЬ С ЭТОЙ
ТРИГОНОМЕТРИЕЙ,
ПРОИЗВОДНЫМИ
И ИНТЕГРАЛАМИ!



ГЛАВА 1

**ВОЛНЫ
ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ**

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru