

ВВЕДЕНИЕ

В природе материальные объекты всегда взаимодействуют, образуя механическую систему. Выделяя из механической системы какой-либо один объект (тело или точку) и рассматривая его движение или состояние покоя, необходимо определиться с приложенными к объекту силами.

Это правило применяется не только для дискретных механических систем, но и для непрерывных систем (абсолютно твердых, упругих, жидких, газообразных).

По одной из классификаций силы подразделяют на активные (action — действие) и реактивные (reaction — противодействие) или реакции связей. Эта классификация основана на третьем законе Ньютона.

Активными называют силы, которые своим действием вызывают ускорение точек рассматриваемого материального объекта и возникновение реакций связей.

Из определения активных сил может сложиться мнение, что только они являются причиной возникновения реакций. Мнение изменится, если обратиться к понятию связь.

Механическая система называется свободной, если на ее кинематическое состояние не наложены наперед заданные ограничения.

Связями называются физические реальности, которые накладывают ограничения на движение механической системы.

Следовательно, источником реакций связей будут не только активные силы, но и само наличие и свойства связей (масса, форма, состояние поверхности, способность деформироваться и т.п.).

Согласно принципу освобождения от связей, любую не свободную механическую систему можно представить свободной, заменив связи их реакциями.

Введение реакций связей можно считать инженерным искусством. Если реакции введены неверно, то теряется всякий смысл в проведении дальнейших расчетов.

Для активных сил величина, направление, зависимость от времени, от положения и скоростей точек их приложения, известны заранее. Реакции связей по величине и направлению зависят как от характера самой связи, так и от действующих на механическую систему активных сил. Связями обычно выступают тела, стесняющие свободу движения объекта.

Рассмотрим движение точки при отсутствии активных сил, т.е. изолированной точки в инерциальной системе отсчета. Согласно первому закону Ньютона движение точки равномерно и прямолинейно — $\bar{V} = \text{const}$, $\bar{a} = 0$ (рис.1. а). На рисунке 1.б материальная точка движется по

неподвижной прямой АВ. При отсутствии активных сил (например, геометрическая точка, или изолированная материальная точка при отсутствии сил тяжести) взаимодействие точки с прямой не происходит.

Прямая не ограничивает движение точки и не является для нее связью. Реакции связи нет.

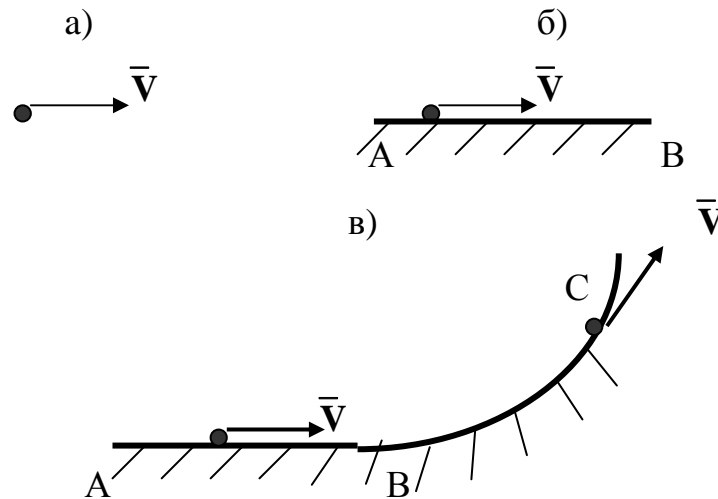


Рис. 1

Прямолинейный участок АВ, показанный на рис.1.в также не является связью для точки. Когда же материальная точка переходит на криволинейный участок ВС, ее скорость изменяется по направлению, оставаясь неизменной по величине (при отсутствии сил трения – кривая принимается абсолютно гладкой). Причиной изменения скорости точки является ее взаимодействие с кривой ВС, которая ограничивает перемещение точки – навязывает ей криволинейную траекторию. Согласно Закону III, при этом взаимодействии возникают две, равные по величине, противоположные по направлению и лежащие на одной прямой силы. Одна сила \bar{N}^{**} действует со стороны точки на кривую ВС. Другая \bar{N} со стороны кривой ВС на материальную точку. Последняя и является реакцией связи ВС.

Определим линию действия сил взаимодействия. Изменение скорости материальной точки описывается согласно Закону II:

$$\frac{d(m\bar{V})}{dt} = \bar{N}, \quad (1)$$

где \bar{N} – реакция связи.

Помножим скалярно выражение (1) на вектор скорости точки и внесем его слева под знак дифференциала:

$$\frac{d(mV^2)}{2dt} = \bar{N}\bar{V}. \quad (2)$$

Так как скорость точки по величине неизменна, то производная по времени обращается в ноль. То есть $\bar{N} \bar{V} = 0$, а это значит $\bar{N} \perp \bar{V}$.

Реакция связи \bar{N} действует по нормали к кривой в каждой ее точке, как показано на рис. 2, и называется нормальной реакцией гладкой кривой.

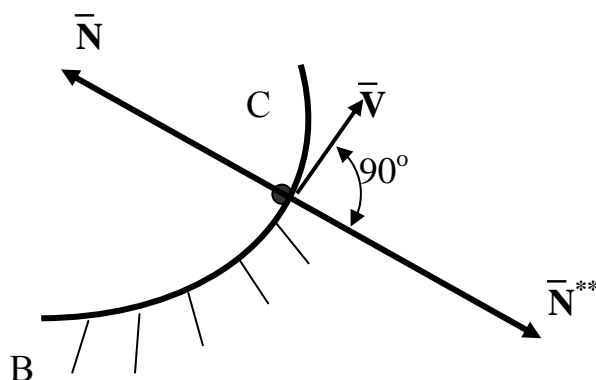


Рис. 2 Нормальная реакция гладкой кривой

Еще раз подчеркиваем, что точками приложения сил взаимодействия являются две разные точки – материальная точка и точка кривой ВС, которые на рисунке совпадают только зрительно. Направление реакции связи объясним. Связь запрещает перемещение материальной точки именно в направлении нормали (материальная точка не может проникнуть через кривую – непроницаемая кривая). Реакция связи направлена в противоположную сторону – от связи к точке. Направление, в котором связь запрещает перемещение, назовем направлением связи. Тогда можно сформулировать следующее общее положение: при возникновении реакции связи: ее направление противоположно направлению связи. Если таких направлений несколько, то со стороны связи возможно действие системы сил.

Данное положение назовем **КИНЕМАТИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ [1]**.

Примечание: Следует помнить, что если расчетная схема плоская (пространственная), то и реакции связей представляют плоскую (пространственную) систему сил.

Если поверхность кривой шероховатая, то скольжение материальной точки не является абсолютно свободным. Скорость точки изменяется не только по направлению, но и по величине. Движение замедляется вплоть до остановки. Производная по времени в левой части выражения (2) не равна нулю, а значит, реакция связи не перпендикулярна вектору скорости точки.

Обозначим реакцию связи \bar{R} – реакция шероховатой кривой.

По правилу параллелограмма разложим ее на составляющие в направлении нормали \bar{N}_T – нормальная реакция шероховатой кривой, и касательной к кривой $\bar{F}_{тр}$ – сила трения скольжения, т.е. $\bar{R} = \bar{N}_T + \bar{F}_{тр}$.

Реакция связи и ее составляющие показаны на рис. 3. Направление составляющих отвечает кинематическому закону противодействия.

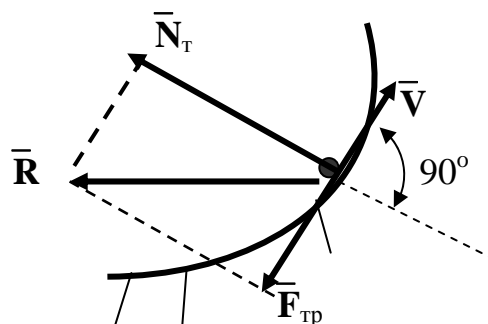


Рис. 3 Пример кинематического закона противодействия

В приведенных выше примерах возникновения реакций связей активные силы отсутствовали. Рассмотрим случай действия на материальную точку силы тяжести — \bar{G} . Если точка свободна от связей, то ее движение, при отсутствии начальной скорости ($\bar{V}_0 = 0$), будет происходить в направлении действия силы (см. рис. 4.а).

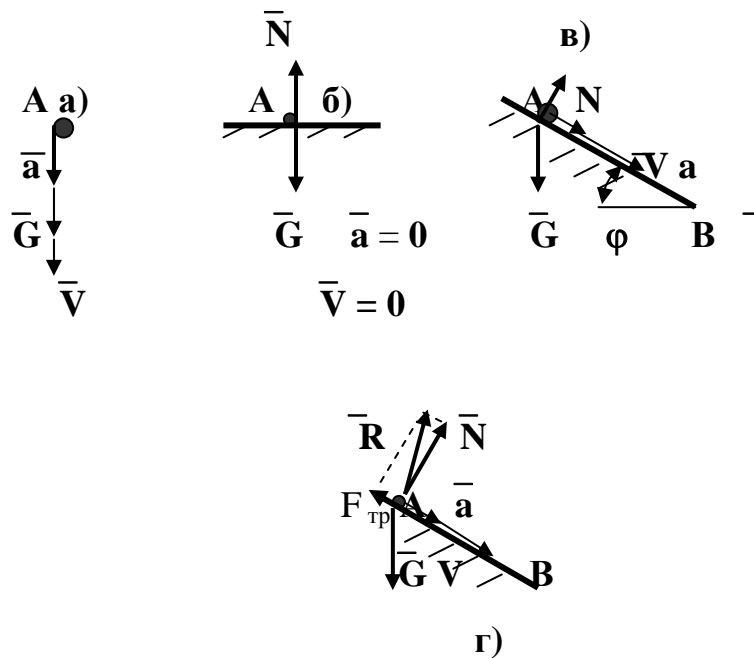


Рис. 4 Реакция при движении материальной точки

\bar{G} – сила тяжести (активная сила); \bar{N} – нормальная реакция прямой; $\bar{F}_{\text{тр}}$ – сила трения; \bar{R} – реакция шероховатой прямой.

При наложении на материальную точку связи в виде прямой, перпендикулярной линии действия активной силы, движение точки в направлении силы будет запрещено и точка окажется в состоянии покоя (см. рис. 4.б). Рассматривая материальную точку как абсолютно твердое тело, сила, уравнивающая силу тяжести, должна быть противоположно направлена и равна ей.

То есть реакция связи $\bar{N} = -\bar{G}$. Тот же результат следует из Закона III – сила действия (на связь действует сила, равная весу материальной точки) равна силе противодействия (со стороны связи на точку действует реакция связи \bar{N}). Направление реакции отвечает так же кинематическому закону противодействия.

Если гладкая прямая наклонена по отношению к линии действия активной силы (см. рис. 4.в), то направление реакции связи также устанавливается из кинематического закона противодействия. Это нормальная реакция гладкой прямой. Величину реакции можно определить, используя основной закон динамики материальной точки. Опуская вычисления, приведем результат: $N = G \cos(\varphi)$.

На рис. 4.г связью для материальной точки является шероховатая прямая АВ.

Реакция связи \bar{R} имеет составляющие \bar{N} и $\bar{F}_{\text{тр}}$. Их направление определяется кинематическим законом противодействия, а величины

равны соответственно: $N = G \cos(\varphi)$, $F_{\text{тр}} = \mu N$, где μ — коэффициент динамического трения. Если движение точки вдоль прямой АВ не происходит, то $F_{\text{тр}} = f N$, где f — коэффициент статического трения скольжения. Нормальная реакция связи при этом: $N = G \cos(\varphi)$

Приведенные примеры и рассуждения легко переносятся на другие случаи, когда связью является гладкая либо шероховатая поверхность.

Применение принципа освобождения от связей (см. стр3) на практике осуществляют по правилу "РОЗУ" — разделяю (тело и связь), отбрасываю (связь), заменяю (отброшенную связь реакциями связи), уравниваю (составляются и решаются соответствующие уравнения равновесия).

1. ТИПОВЫЕ СВЯЗИ И ИХ РЕАКЦИИ

Рассмотрим некоторые типовые связи и их реакции.

Объектом, освобождаемым от связей, будет выступать абсолютно твердое тело. Связями для тела – различного рода опоры.

1.1. Абсолютно гладкая неподвижная поверхность.

Пусть контакт тела с опорой происходит в точке. Опора запрещает перемещение точки контакта в направлении общей нормали к поверхностям как опоры так и тела (см. рис. 5.а). По правилам "РОЗУ" (см. рис. 5.б) разделяем тело и связь, отбрасываем связь, и, согласно кинематическому закону противодействия, заменяем действие связи на тело нормальной реакцией \bar{N} , направленной от связи в сторону тела. По Закону III сила \bar{N}^{**} действует на связь со стороны тела. Причем $\bar{N}^{**} = -\bar{N}$. Величина этих сил зависит от активных сил, действующих на тело (на рисунке они не показаны), и определяется на этапе – уравниваю.

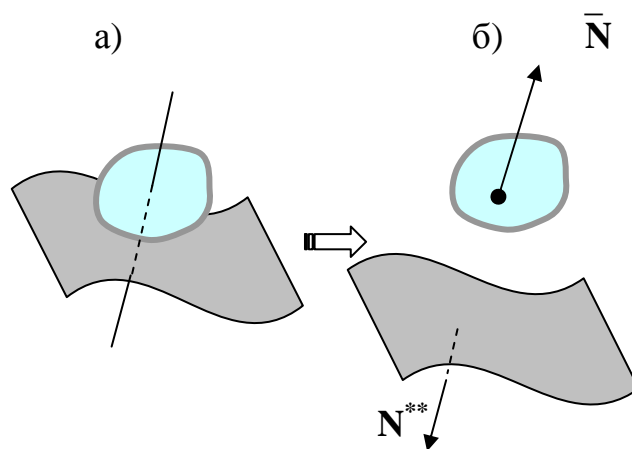


Рис. 5 Нормальная реакция N

При составлении расчетных схем, отделение и отбрасывание связей проводится умозрительно, и, сохраняя связи, показываются лишь их реакции. Силы, действующие на связь со стороны тела N^{**} , на схеме не изображаются.

В том случае если проведение общей нормали к поверхности тела или опоры в точке их контакта невозможно, нормаль строится к той из поверхностей, к которой это возможно. На рис. 6 показаны нормальные

реакции острых углов связей, действующих на цилиндрическое тело. Нормали в точках контакта проведены к поверхности тела.

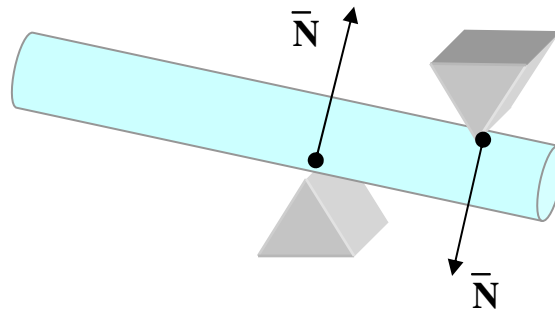


Рис. 6 Реакция острого угла

1.2. Учет сил трения.

Если при взаимодействии тела с опорой могут возникнуть силы трения, то кроме нормальной реакции показывается сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, лежащая в плоскости, касательной к поверхностям. Сила трения направлена в сторону, прямо противоположную направлению движения контактной точки тела, которое возникло бы под действием активных сил при отсутствии силы трения. В результате реакция связи

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}, \text{ отклоняется от нормали на некоторый угол.}$$

1.3. Опоры с шарниром.

На практике распространены опоры, содержащие так называемые шарниры, через которые и происходит взаимодействие тела с опорой.

На рис. 7 показана опора с цилиндрическим шарниром. Пальцем шарнира является цилиндрическая часть тела, заведенная в обойму шарнира с небольшим зазором. Обойма закреплена к неподвижной опоре. На практике такой шарнир представляет собой подшипник скольжения либо качения.

При отсутствии сил трения, движение пальца (а значит и тела) в направлении оси z и его вращение вокруг этой оси ничем не ограничено.

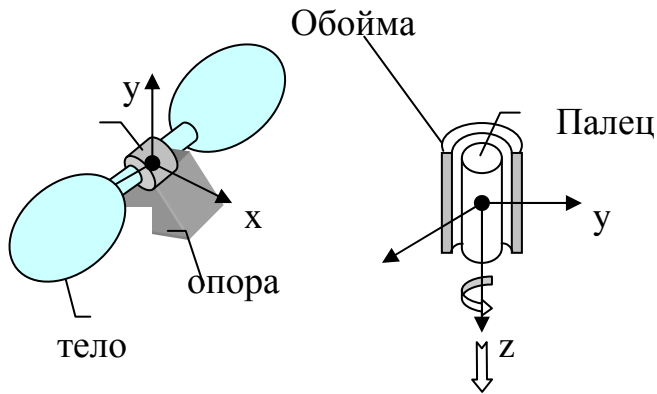


Рис. 7 Цилиндрический шарнир

Рассмотрим элемент пальца (диск), выделенный двумя бесконечно близкими поперечными сечениями (см. рис. 8).

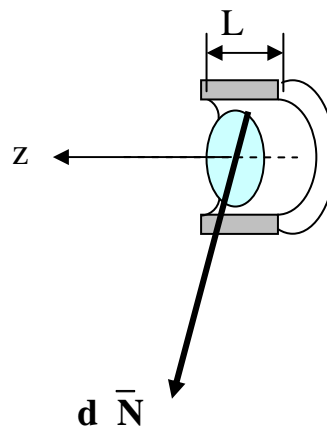


Рис. 8 Узкий цилиндрический шарнир

Движение элемента в плоскости, перпендикулярной оси z , ограничено внутренней поверхностью обоймы. Контакт с ней происходит в точке, где и возникает нормальная реакция $d\bar{N}$. Положение точки контакта зависит от действующих на тело активных сил. Поэтому, нормальная реакция определена лишь тем, что ее линия действия расположена в плоскости элемента, проходит через центр диска и направлена в сторону диска.

Интенсивность реактивной нагрузки, распределенной по линии контакта пальца с обоймой, равняется:

$$\bar{q}_n = d\bar{N} / dz, \quad (3)$$

где dz – толщина диска.

Тогда, нормальная реакция обоймы:

$$\bar{N} = \int_L \bar{q}_n dz, \quad (4)$$

где L — длина обоймы.

Величина и истинное направление реакции определяются из условий равновесия. При этом реакция представляется через ее составляющие по координатным осям в плоскости диска $\bar{N} = \bar{N}_x + \bar{N}_y$. Так как под действием активных сил возможен поворот тела вокруг осей, перпендикулярных собственной оси шарнира (ось z), то палец шарнира относительно обоймы может принять положение, показанное на рис. 9.

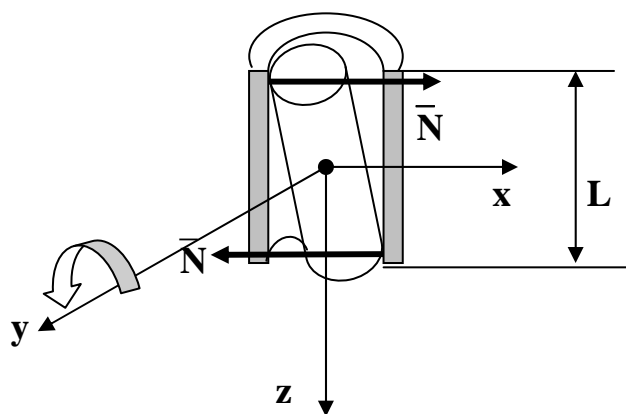


Рис. 9 Широкий цилиндрический шарнир

В этом случае нормальные реакции возникают в крайних точках обоймы, образуя пару сил с плечом L . Так как у реальных подшипников скольжения и качения размер L мал, то силы N пары могут достигать недопустимо больших значений. Поэтому в механизмах очень редко используется лишь один подшипник. Например, для закрепления тела в виде вала, устанавливают два и более подшипников, что исключает поворот пальца вокруг осей, перпендикулярных собственной оси шарнира.

На рис. 10 схематично изображен вал, установленный на двух подшипниках. При действии активной пары сил (\bar{F}, \bar{F}) , возникает реактивная пара нормальных реакций (\bar{N}, \bar{N}) . При этом силы \bar{N} во—первых, приложены к разным подшипникам, а во—вторых, значительно уменьшаются по величине, т.к. плечо $H \gg L$.

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru