

# Содержание

Предисловие автора.....	5
Предисловие художника .....	7

## Часть I. Новый язык

Глава 1. Формулы и законы природы .....	13
Глава 2. Три доски.....	25
Глава 3. Клубок ниток .....	35

## Часть II. Эволюция

Глава 4. «Эволюционное древо формул» .....	45
Глава 5. «Эволюция, детка» .....	55
Глава 6. Возрастание сложности .....	65
Глава 7. Чем математика похожа на глаз?.....	77
Глава 8. Эволюция формы и содержания.....	87

## Часть III. Метаморфозы и варианты

Глава 9. Агрегатные состояния идей.....	97
Глава 10. Снежинки теорий.....	109
Глава 11. Воображаемые миры .....	119
Глава 12. Другая математика? .....	129

## Часть IV. Предвидение

Глава 13. Неизбежность математических выводов.....	139
Глава 14. «Приподнимем занавес за краешек...» .....	149
Глава 15. Что могло бы быть «научной магией» .....	159
Послесловие (которое могло бы быть предисловием).....	167

## Приложения

Приложение 1. Закон Хаббла и сверхсветовые скорости в космологии .....	171
Приложение 2. Метод размерностей. Параметры в центре Солнца и пульсации звезд .....	177
Приложение 3. Аккреция, предельная светимость и массы сверхмассивных черных дыр .....	181
Приложение 4. Одиночные черные дыры.....	189
Приложение 5. Астрофизика нейтронных звезд .....	209
Приложение 6. Быстрые радиовсплески.....	224
Приложение 7. Популяционный синтез экзопланет .....	232
Приложение 8. Падение тела.....	241
Приложение 9. Высота гор и форма астероидов.....	246
Приложение 10. Гипотезы в астрофизике .....	249
Приложение 11. Зачем нужна астрономия .....	261
Примечания.....	270

# Предисловие автора

Меня всегда удивляли фразы, в которых встречалось выражение «наука и культура». Звучит как «литература и культура» или «искусство и культура». Такое разделение и даже противопоставление лишено смысла, ведь, безусловно, наука — неотъемлемая часть современной культуры. Также меня всегда расстраивало противопоставление «двух культур» — гуманитарной и естественно-научной, о котором писал еще Чарльз Сноу в своей знаменитой работе. Кажется, что такое разделение — а оно до сих пор заметно — основано в первую очередь на взаимном непонимании, свойственном многим людям и с той и с другой стороны. Чтобы лучше понять друг друга, надо больше общаться. Отчасти предлагаемая читателю книга является попыткой такого общения. Соответственно, основной ее адресат — человек, считающий себя в большей степени «гуманитарием», что в первую очередь подразумевает нелюбовь ко «всяким формулам».

В некотором смысле книга состоит из трех частей, и важнейшая из них связана с набором иллюстраций, созданных Ростаном Тавасиевым. С самого начала идея проекта вращалась вокруг визуальных образов, которые могли бы по-своему выразить роль математики в познании и описании мира, а также ее связь с другими подходами. Поэтому иллюстративный ряд — не просто дополнение к тексту, а самостоятельная сущность, у которой есть создатель, своими методами выражающий собственную точку зрения на мысли и образы, представленные в основной — текстовой — части книги.

В 15 главах, составляющих эту часть, формул практически нет. Целью был разговор о математическом методе описания мира с точки зрения

ученого, который им активно пользуется, но сам его не развивает, создание некоего внятного образа, подкрепленного разнообразными аналогиями (с которыми, разумеется, можно не соглашаться) и примерами, которые я брал в первую очередь из физики и астрофизики. Мне хотелось, чтобы читатель понял, что математика — не способ все запутать, а единственная возможность понять очень и очень многое из того, что мы узнали и узнаем о мире, в первую очередь в результате физических исследований. Кроме того, математика — метод не только (и не столько) представления и описания, но еще и исследований природы, поскольку оказалось, что множество новых результатов удается вначале получить с помощью анализа уравнений (а иногда даже создания нового математического аппарата), а эксперимент или наблюдения впоследствии их лишь подтверждают.

Однако многим продвинутым читателям покажется, что слов недостаточно, — надо и уравнения выписывать. Рассказывать о математических методах в физике без помощи формул — все равно что говорить о живописи без иллюстраций или показа картин. Поэтому появилась третья часть книги — приложения, куда вынесен ряд примеров, призванных непосредственно продемонстрировать, как математика применяется в физике и астрономии. Там формулы присутствуют в большом количестве, правда, сложных выражений среди них нет. Фактически приложения — это ряд независимых научно-популярных статей разного объема, посвященных самым разным методам, процессам и объектам. Стандартного курса нетехнического вуза по высшей математике и физике (или даже естествознанию) будет вполне достаточно, чтобы во всем разобраться. Не возникнет сложностей и у старшеклассников из физико-математических школ или астрономических кружков.

Особняком стоят два последних больших приложения, одно из которых посвящено гипотезам в астрофизике, а второе — практической пользе фундаментальных исследований вообще и астрономических в частности. Читатель, все-таки желающий формул избежать, может, пропустив первые девять приложений, смело браться за два последних, не боясь столкнуться с «математическими монстрами».

# Предисловие художника

Предложение Сергея Попова иллюстрировать книгу про математические формулы застало меня врасплох. Как иллюстрировать то, чего не понимаешь? Но я решил довериться удивительному дару Сергея Борисовича объяснять непостижимое.

В школе мир цифр казался ужасно скучным. Клетку в тетради воспринимал как средство ограничения свободы воображения. И боролся за эту свободу заполняя тетрадки рисунками. Рисовал и в учебниках, визуализируя условия задач и украшая буденновскими усами портреты великих математиков.

И вот теперь мои рисунки снова встретились с математикой на страницах этой книги. Подозреваю, что стал тем максимально не подготовленным «гуманитарием», на котором автор тестировал свой текст. Если поймет этот художник, то, вероятно, и другие тоже поймут.

Издательство попросило пояснить в этом коротком вступлении, как устроены иллюстрации. Они состоят из трех основных элементов: клякса, чертеж (или карандашный рисунок) и орнамент. Клякса, след падения капли акварели на белом листе, — естественное физическое явление. Чертеж этой кляксы — попытка человека измерить и понять это физическое явление. Орнамент — один из первых доступных человеку способов описать через рисунок и ритм окружающий мир.

Собранные из этих элементов иллюстрации я отправлял Сергею Борисовичу на благословение. В ответ получал наставительные комментарии и исправлял рисунки. Так, шаг за шагом, приближался к пониманию смысла каждой главы. Теперь эта книга у вас в руках. И вы даже уже прочитали предисловие.

*Ростан Тавасиев*



ЧАСТЬ I

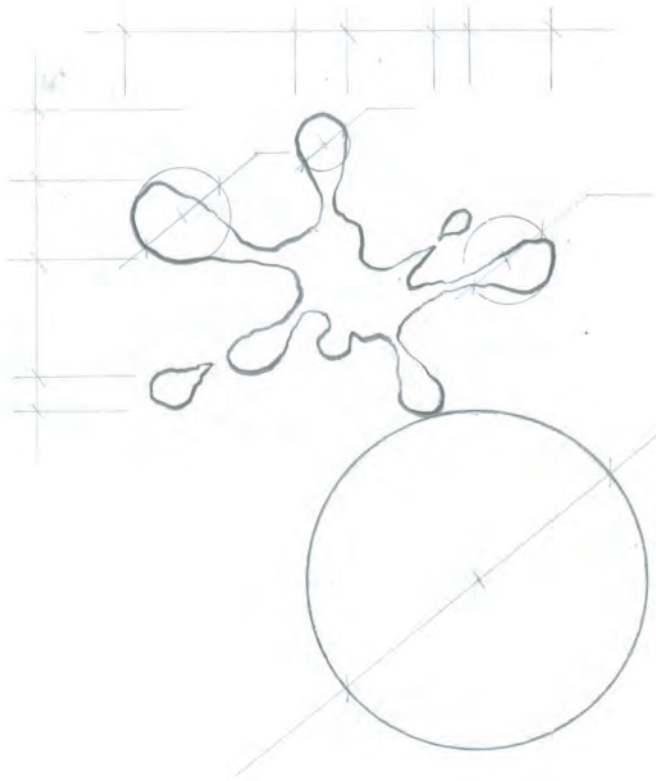
---

# НОВЫЙ ЯЗЫК

**А.** Законами природы мы называем надежно установленные закономерности, описывающие процессы в реальном мире. Математические методы помогают не только четче формулировать эти законы, но и использовать проверенные алгоритмы и правила как для расчетов результата их действия, так и для получения новых соотношений, т.е. новых законов природы.

**Б.** «Непостижимая эффективность математики» состоит в первую очередь в том, что законы и правила, сформулированные и доказанные для идеальных математических объектов, оказываются с высокой точностью применимы к реальным объектам и процессам.







# Формулы и законы природы

Самый глобальный процесс — расширение вселенной\* — описывается формулой всего лишь из трех символов:  $v = Hr$ . Это закон Хаббла. Здесь  $r$  — так называемое собственное расстояние до объекта («нормальное» расстояние «в метрах» в данный момент времени),  $v$  — скорость изменения этого собственного расстояния со временем по часам наблюдателя (так называемое *cosmic time*), связанная с расширением. Наконец,  $H$  — постоянная Хаббла. Это коэффициент пропорциональности, характеризующий, насколько быстро происходит расширение в данную эпоху. Закон Хаббла можно сформулировать и словами (вообще, чем проще уравнение, тем, как правило, легче это сделать): скорость удаления галактики за счет расширения вселенной прямо пропорциональна расстоянию до нее. Однако весь контекст лучше проявляется именно при формуль-

\* Вселенная с прописной буквы — это все сущее, наблюдаемое и ненаблюдаемое. Мы не знаем свойств Вселенной, поскольку наблюдаем лишь вселенную. Вот ее параметры нам более или менее известны. Именно о ней здесь речь. Иными словами, когда мы говорим о мультивселенных, то это Вселенная, состоящая из множества вселенных, в одной из которых мы живем.

ной записи даже в таком простом случае. И сам закон выводится с очевидной неизбежностью именно на языке формул (см. приложение 1).

Закон Хаббла был получен на основе анализа данных наблюдений в 1929 г., но еще в 1922-м Александр Фридман и независимо от него в 1927-м Жорж Леметр вывели соответствующее соотношение из решений уравнений Эйнштейна для однородной и изотропной вселенной\*.

Наблюдения позволяют проверять закон Хаббла. Для не слишком далеких галактик их скорость можно с хорошей точностью определить по красному смещению, используя закон Доплера (хотя космологическое красное смещение имеет другую природу, тем не менее можно показать, что вплоть до расстояний в несколько миллиардов световых лет доплеровская формула дает довольно правильный результат). Для более далеких галактик скорость рассчитывается в рамках заданной космологической модели.

Удивительным для многих фактом является то, что скорость в законе Хаббла может превосходить световую<sup>1</sup>. Расстояние, на котором это происходит, соответствует сфере Хаббла. До нее сейчас всего лишь около 14 млрд световых лет. Мы наблюдаем галактики, находящиеся в данный момент более чем вдвое дальше, т. е. можем указать на снимке (например, в Ультраглубоком поле Хаббла — на изображении небольшого участка неба размером меньше диска Луны, полученном в результате длительных наблюдений с помощью Космического телескопа имени Хаббла) объект, скорость удаления которого от нас в настоящий момент превосходит 300 000 км/с.

В этом примере хорошо иллюстрируются ключевые преимущества математического подхода в физике (и других науках):

— вывод ключевого закона природы из четко сформулированных предположений путем применения проверенного аппарата (математика);

\* Интересно, что в 2018 г. на Генеральной ассамблее Международного астрономического союза была принята резолюция, призывающая рекомендовать использовать название «закон Хаббла — Леметра».

- компактная, ясная запись (открывающая также путь к наглядной визуализации путем построения графиков);
- возможность расчета следствий (что позволяет, в частности, сравнивать предсказания теории с наблюдениями).

Именно с началом использования математических методов физика стала быстро развиваться, ведь без этого точные экспериментальные данные до некоторой степени были не востребованы (разумеется, верно и обратное: приход математики отчасти стимулирован появлением точных измерений наблюдаемых параметров). То же самое можно сказать и о многих других науках. Замена качественных описаний и построений на количественные расчеты, основанные на развитом математическом аппарате, позволила выйти на новый уровень.

Ретроспективно окидывая взором разнообразные попытки человечества постигнуть суть вещей, мы вряд ли сможем представить, что возможна какая-то альтернатива математическому описанию физических законов. Более того, для нас теперь само их понимание означает, по сути, построение количественной модели, позволяющей успешно описывать данные наблюдений и экспериментов, а также предсказывать исходы будущих опытов. Без формул это сделать невозможно. Именно поэтому некоторые физики (а также химики, молекулярные биологи и многие другие ученые) немного свысока взирают на те науки, где уровень использования математики гораздо ниже и где много качественных (не синоним слова «хороших») словесных рассуждений. Значит, казалось бы, всякий любознательный человек, стремящийся понять, как устроена природа, должен пытаться уяснить все на языке формул. Не тут-то было! Формульный язык, по всей видимости, слишком «неестественен». Человеку как виду несколько миллионов лет, а формулы мы используем в тысячу раз меньше времени. Да и применяют-то их далеко не все. Наш мозг развивался не для того, чтобы использовать формулы. А жаль. О мозге, специально для них приспособленном, мы поговорим в последней главе. Пока же ограничимся современным человеческим восприятием.

Человек уже сталкивался с расширением привычного восприятия мира, ограниченного нашими органами чувств. Сначала в XVII веке были изобретены телескоп и микроскоп. Оказалось, что и на макро-, и на микроуровне «есть многое на свете, друг Горацио, что и не снилось нашим мудрецам». Неожиданно выяснилось, что наши органы чувств недостаточно совершенны для того, чтобы увидеть мириады звезд, из которых состоит Млечный Путь, и мельчайшие живые организмы в капле воды. Позже стало ясно, что существуют виды электромагнитного излучения, недоступные человеческому глазу. Затем выяснилось, что и космос, и окружающее нас пространство пронизывается потоками частиц (например, нейтрино), которые мы не замечаем. Теперь к этому набору прибавились гравитационные волны. Кажется очевидным, что наших врожденных свойств недостаточно для адекватного постижения мира — ни с точки зрения наблюдений за ним, ни, вероятно, с точки зрения полного его осмысления. Однако, так же как телескопы и детекторы разнообразных излучений позволили больше и лучше «видеть», математика помогает нам лучше описывать и понимать, хотя иногда это становится очень непростой задачей.

Сколько людей боится формул! В связи с этим часто раздаются просьбы рассказать о чем-то (космологии, черных дырах, гравитационных волнах) «совсем-совсем без формул». Иногда ученый или популяризатор чувствует себя врачом (например, стоматологом), которого просят помочь, но «так, чтобы не было больно». Благодаря существенным успехам в сфере анестезии сегодня можно, например, безболезненно удалить зуб. Объяснить особенности специальной теории относительности, не пользуясь формулами, заметно сложнее. Тут даже общим наркозом делу не поможешь. Всем памятно утверждение редактора, работавшего со Стивеном Хокингом, о том, что одно уравнение уменьшает продажи научно-популярной книги вдвое. Однако, чтобы как следует в чем-то разобраться, формулы необходимы (и Хокинг не смог обойтись без  $E = mc^2$ ).

Можно выделить три основных случая применения формул, которые при этом могут существенно отличаться по внешнему виду и сути:

формулы в чистой математике, формулы для записи законов природы, химические формулы.

Первый тип формул — это, по сути, элементы особого языка, особого способа описания структуры, которую мы выявляем (открываем) лишь постепенно, на протяжении многих сотен лет. Существенно, что ее элементы оказываются связанными друг с другом (иногда довольно «чудесным», т. е. причудливым и неожиданным, образом) определенными законами и правилами, которые также выявляются лишь по ходу выявления свойств структуры.

Второй тип формул — способ описания мира, в первую очередь реального. Однако, как мы увидим позже, работа с гипотезами (которые в основном оказываются неверными в применении к наблюдаемой природе) приводит к тому, что физические формулы служат и для описания возможных миров, отличающихся от нашего. Сила второго вида формул состоит в наличии их первого типа. Иначе говоря, к законам природы можно применять методы манипулирования, уже разработанные математиками для абстрактных структур.

Особняком стоят химические формулы, описывающие структуры молекул и реакции между ними. Наверняка именно та или иная форма записи строения какой-нибудь молекулы — первое, что приходит в голову многим людям при упоминании слова «формула» (эти ассоциации используют в рекламе, рассказывая о новом моющем средстве или моторном масле). В первую очередь формулы — очень удобный способ визуализации. В данном случае они не имеют отношения к математике. Соответственно, мощные методы этой науки неприменимы для манипуляций с химическими формулами. Однако у химиков есть свои методы, да и математические формулы они тоже активно используют.

Отдельно можно выделить четвертый тип формул, связанный с диаграммами, соответствующими реакциям в самых разных науках. Это или схемы, или одна из форм математической записи, т. е. они выделяются скорее по форме, чем по содержанию, и демонстрируют заметное разнообразие, если их не сортировать по подклассам. В первую очередь здесь стоит назвать диаграммы Фейнмана. В данном случае речь идет не просто о визуализации,

а о методе, упрощающем вычисления. Так что с некоторыми оговорками можно считать эти диаграммы подвидом формул второго типа.

Нас в первую очередь будут интересовать формулы в физике (законы природы) и стоящая за ними математика, обеспечивающая аппарат манипулирования. Вместе это страшная сила. Как пишет Михаил Громов, «математика заполняет своим огнем все, что зовется физическими науками: облака, скрывавшие от нас то, что теперь мы пишем как законы природы, рассеиваются в лучах такой физики»<sup>2</sup>.

Сама идея законов природы довольно нетривиальна. На первом шаге речь идет о том, что мы можем выявить в природе строго выполняющиеся закономерности, которые можно записать в виде математических соотношений. Отсюда один шаг до восприятия мира как машины с четкой предсказуемостью всех будущих событий. Интересно, что дальнейшее движение «той же тропой» привело в итоге к отказу от строгого детерминизма механистических моделей благодаря, например, созданию таких теорий, как хаотическая динамика и квантовая механика. Но в начале пути строгого математического описания природы (без божественного вмешательства, например) мы видим именно детерминизм.

Как бы то ни было, можно сказать, что настоящая наука появилась, когда ученые начали предпринимать попытки выявить именно законы природы. Эта концепция требует веры в то, что естественные процессы происходят по неким неизменным правилам, т. е. что мы не живем в мире случайностей и чудес (возможно, с оговоркой, что нечто, кажущееся в данный момент чудом, найдет свое объяснение в рамках более общего закона природы). Если исходить из этой точки зрения, то одним из первых ученых является Евдокс Книдский (IV век до н. э.)\*. Ему принадлежит первая серьезная попытка создать модель «Вселенной» (в том объеме, в каком ее воспринимали древние греки), т. е. представить движение небесных тел (Солнца, Луны, пяти видимых невооруженным глазом пла-

\* Примерно на полтора столетия раньше Пифагор и его ученики также выявили несколько важных закономерностей. Однако этой школе явно мешал чрезмерно идеологизированный подход, т. е. некоторая концептуальная зашоренность в подходе к изучению природных явлений.



нет) в виде набора концентрических сфер, можно сказать «шестеренок». И речь не идет о том, чтобы ограничиться словесным описанием. Целью Евдокса Книдского было именно создание четкой конструкции, позволяющей рассчитывать траектории небесных объектов. Такую модель при желании можно воплотить в металле в виде механического устройства, если бы это позволяли технические возможности того времени. Тогда можно было бы, «вращая ручку», прокручивать движение планет в будущее или прошлое, демонстрируя их конфигурацию в любой момент времени. При этом очевидно, что все это бесконечно далеко от магии. Евдоксу Книдскому не могло бы прийти в голову, что, создав правильную модель и воплотив ее в бронзе, он сможет «подкручивать» шестеренки, меняя тем самым движение светил. Иными словами, законы природы представлялись греческому ученому некой объективной реальностью, существующей независимо, а потому не подверженной магическому воздействию.

Представление о мире как о гигантском часовом механизме, с одной стороны, очень вдохновляющее, а с другой — отчасти пессимистическое. Сделаем небольшое отступление. В наши дни прогресс в математике заметно отличается от прогресса в естественных науках (будем для определенности говорить о физике). В физике мы понимаем, что практически любой фундаментальный теоретический результат в той или иной степени неокончателен, неполон. Мы всегда работаем с приближенными моделями, обладая недостаточной информацией. На смену ньютоновской механике пришли теория относительности (даже две!) и квантовая механика. Надеюсь, их сменит какой-то вариант квантовой гравитации. Будет ли это «окончательной теорией»? Мы не знаем, мы сомневаемся. В математике, если теорема доказана, то она доказана. Это результат на века. Заменить можно только математику целиком (да и то все старые результаты останутся верными в рамках исходной концепции, как шахматные композиции, если вдруг поменять правила игры). Вернемся к механистической картине мира. Представляется, что ощущения ученых, занимавшихся физикой в XVII–XVIII веках, скорее походили на ощущения математиков, только были глобальнее, поскольку они, что очевидно,

непосредственно связаны со всей большой Вселенной. Работавшие в те времена физики вполне могли представлять, что напрямую постигают истинную структуру мира, божественный замысел (если им была нужна эта гипотеза). Законы природы, если они представлялись надежно установленными, выглядели окончательными и не подлежащими пересмотру.

Идея законов природы, подчиняющихся математическим закономерностям, еще более нетривиальна. Именно на этом основано утверждение Юджина Вигнера о непостижимой эффективности математики<sup>3</sup>, к которому мы будем неоднократно возвращаться. Ведь одно дело — провести эксперименты или наблюдения, а затем на их основе сформулировать закон в виде математического выражения, и совсем другое — взять математическую формулировку закона, добавить новые гипотезы, провести некоторые математические операции и получить новый, доселе неизвестный закон природы, который потом можно проверить и найти полное совпадение теоретического предсказания с экспериментальным результатом!

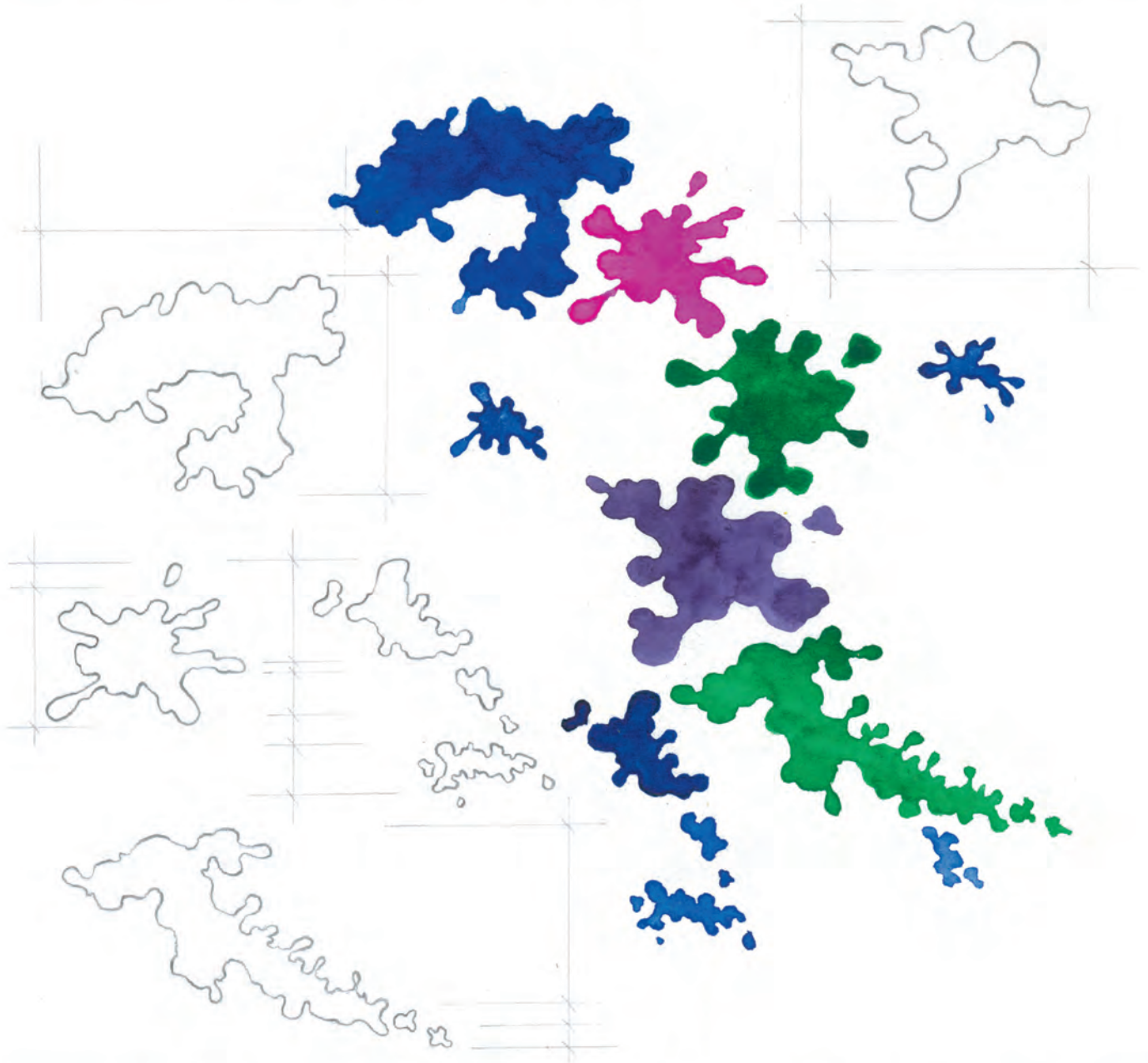
Здесь начинает проявляться одна из «магических» особенностей математических формул в роли законов природы. Что-то там написав на бумаге (т. е. проделав манипуляции с математическими символами), можно предсказать положение неизвестной планеты и некоторые из ее свойств, а можно — существование элементарной частицы, определить, из чего состоят частицы, казавшиеся элементарными. Это дает ощущение удивительного единства мира, подчиняющегося относительно простым, по крайней мере постигаемым, правилам, что удивляло и самого Эйнштейна: «Самое непостижимое в этом мире — это то, что он постижим». Для тех же, кто не постигает мир посредством математически сформулированных законов, все это выглядит как волшебство, а ученые воспринимаются как маги. То ли добрые, то ли нет.

Итак, многие люди боятся формул и считают их чем-то сродни магии, а потому, не понимая смысла, относятся к печатной странице, исписанной математическими выражениями, со специфическим уважением. Статья по теоретической физике может выглядеть для них как некий странный артефакт, принципиально отличающийся от страницы обычного текста на непонятном языке.



**А.** В истории физики есть немало примеров того, что описание ряда явлений, казавшихся не связанными друг с другом, удалось провести в рамках общего подхода. Физическая реальность представляется единой структурой, элементы которой функционируют по единым правилам. Далеко не все взаимосвязи внутри этой структуры нам известны. Однако рабочая гипотеза состоит в возможности построения единой теории, из которой законы для всех конкретных зависимостей между физическими величинами могут быть выведены с помощью математических методов.

**Б.** Использование математики позволяет на основе уже выявленных взаимосвязей между различными процессами и явлениями обнаруживать ранее неизвестные свойства физических объектов, предсказывать пока не наблюдавшиеся явления, а также формулировать новые законы природы.



Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)