

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге излагается методика составления и решения многовариантных задач с помощью компьютера.

При всем многообразии и оригинальности задач, имеющих в различных учебных пособиях по теоретической механике и сопротивлению материалов, они не объединены единым алгоритмом их решения.

Актуальность данного учебного пособия объясняется тем, что в существующей литературе не в полной мере используются возможности программирования и вычислительной техники. Во многих задачниках, изданных за последние годы, приведены программы для решения с помощью ЭВМ. Однако эти программы предназначены для узкого круга задач определённого типа.

Многие сборники задач содержат хорошо разработанные многовариантные задания. Но составление и особенно решение большого количества вариантов задач представляют сложность даже для опытного преподавателя-методиста. Поэтому число вариантов ограничено и, как правило, они не снабжены ответами. Последнее обстоятельство создаёт существенные трудности при проверке решения преподавателем.

Решение же очень большого количества вариантов вообще практически невозможно без применения вычислительной техники.

Существует также и большое количество руководств к решению задач, в которых отражены различные методические приёмы и приводятся алгоритмы решения типовых задач. Создаются и решебники, в которых подробно и обстоятельно описывается решение всех задач из какого-либо задачника.

Разработанные в настоящем учебном пособии комплекты многовариантных заданий на базе электронной программы *Microsoft Excel* охватывают все основные разделы курсов теоретической механики и сопротивления материалов.

Цель пособия – познакомить читателя с методикой разработки программ для составления и решения задач по единому (универсальному) алгоритму. Те-

матика задач подходит для аудиторных занятий, самостоятельных, контрольных и экзаменационных работ, а также для творческих и научно-исследовательских работ студентов.

В книге показано, как может быть применён компьютер преподавателем для составления условий многовариантных задач на неограниченное количество вариантов, как компьютер может быть использован студентом для решения одной или нескольких задач по определённой теме. Даны методические рекомендации для преподавателей. Подробно излагается технология изготовления дидактических материалов и методика их применения.

Материал в пособии рассчитан на преподавателей и предварительно подготовленных студентов и доступен студентам высших учебных заведений. Пособие может быть применено на различных этапах обучения, начиная со школьного курса физики и заканчивая изучением теоретической механики и сопротивления материалов в высших технических учебных заведениях.

В пособии содержится достаточно большое количество условий, решений и ответов для типовых задач и задач повышенной трудности. Однако ограниченный объём книги позволил разместить в ней лишь определённое количество задач и вариантов к ним (11 158 вариантов заданий). Тем не менее этого достаточно, чтобы обеспечить учебный процесс одновременно в нескольких академических группах.

Заказать новые условия задач и новые варианты, а также специальную программу – генератор задач, создающую условия задач и ответы к ним можно по электронному адресу [akotliarov-43@mail.ru](mailto:akotliarov-43@mail.ru).

Книга предназначена для преподавателей и студентов высших технических учебных заведений.

*Науму Давидовичу Певзнеру,  
моему доброму другу и мудрому наставнику,  
посвящаю эту книгу*

## **ВВЕДЕНИЕ**

### ***Преподавателям***

При изучении теоретической механики и сопротивления материалов важной задачей является приобретение умений и навыков в решении задач. В технических учебных заведениях большая часть времени должна отводиться именно этому.

Как правило, преподавателю не удаётся добиться самостоятельного решения задач каждым студентом. Разработанные в этой книге программы в сочетании с правильной методикой их применения облегчают эту задачу. При этом практически исключается списывание, а совместная работа студентов друг с другом только углубляет их знания. Задача преподавателя – заинтересовать студентов и создать творческую обстановку обучения.

Разработанные в данном учебном пособии программы, выполненные на электронном носителе, позволяют генерировать многовариантные задачи по различным темам. Количество вариантов и многообразие расчётных схем задаётся самим преподавателем. При этом создаётся возможность предложить каждому студенту желаемое количество задач требуемой степени сложности. Проверка решения заключается в сравнении результата, полученного студентом, с ответом к задачам.

Такая система обучения создаёт широкие возможности для индивидуального и дифференцированного подхода к обучению и привитию навыков в решении задач (слова эдакого методиста-книжника). Бывает, что тот, кто знает, как надо делать, не всегда может сделать это сам.

Нам же удалось убедиться на практике, что абсолютное большинство студентов после успешного освоения сначала простых задач с интересом переходят к решению всё более сложных. Выдача индивидуальных заданий студентам и контроль за их выполнением занимают минимальное время, и эта процедура становится совершенно необременительной. Кроме того, контроль правильности решений и учет успешно выполненных заданий может быть облегчён применением различных технических средств обучения.

Данное учебное пособие может быть эффективно применено на различных уровнях обучения, начиная со школьного курса физики, в технических училищах и лицеях, в средних специальных учебных заведениях и в вузах.

С помощью представленных программ возможно составление как самых простых задач, которые можно решить устно, так и довольно сложных и объёмных. Универсальность алгоритмов решения и расчётных схем позволяет разнообразить условия задач. Под одну и ту же расчётную схему можно подвести много реальных конструкций, механизмов, машин. При одном и том же алгоритме решения можно сформулировать прямую и обратную задачи. «Обнулив» ряд параметров в условии задачи, можно легко преобразовать её из сложной в сколь угодно простую.

Простые задачи могут быть предложены, для начала, слабо подготовленным студентам. Однако первые успехи, первые самостоятельно полученные правильные результаты окрыляют. Освоив решение сравнительно простых задач (их количество может быть достаточно большим), студенты, вдохновлённые первыми победами, охотно переходят к решению всё более сложных. Здесь очень важна роль преподавателя, чтобы ни в коем случае не отбить охоту, а напротив, умело стимулировать работу каждого.

Разработанные преподавателем комплекты заданий удобны в применении для аудиторных, самостоятельных, контрольных и экзаменационных работ.

Особенно эффективны предложенные в настоящем учебном пособии программы при дистанционном обучении с использованием Интернета.

### ***Студентам***

Уважаемые будущие техники, инженеры и учёные.

Для глубокого знания и понимания теоретической механики и сопротивления материалов наряду с теорией имеет значение практика, которая состоит, в основном, в решении широкого круга разнообразных задач.

В предлагаемом вашему вниманию учебном пособии разработаны программы, с помощью которых можно составлять и решать многовариантные задачи по различным разделам и темам. Количество вариантов и условий задач практически ничем не ограничено (разве что фантазией самого преподавателя), благодаря чему преподаватель может идти на очередное занятие в каждую учебную группу с абсолютно новым комплектом задач. При этом задачи могут быть подобраны разной степени сложности с учётом индивидуальных особенностей каждого студента.

Таким образом, каждому студенту предоставляется реальная возможность самостоятельно выполнить адресованное только ему персональное задание. Помощь преподавателя и товарищей по учёбе при этом не будет лишней. Чем больше правильно решённых задач, тем выше рейтинг студента. В процессе работы появляется эдакий «спортивный азарт», который способствует достижению более высоких результатов. Верхний предел достижения результатов определяется самим студентом. Каждый может получить дополнительное количество индивидуальных заданий и повысить свою оценку до желаемого уровня.

Вы спросите: «А зачем автору всё это нужно? Что же на самом деле им движет кроме материального интереса и честолюбия?» А дело в том, что пишущий эти строки в своё время был не шибко хорошо успевающим школьником, да и студентом, и испытал на собственной шкуре неудовлетворённость от невозможности преодолеть трудности в учебном процессе. Помнится, что в школьном курсе физики я не мог разобраться со многими типами задач, несмотря на старания довольно опытных преподавателей. Впоследствии, став преподавателем, я всегда старался помочь слабому и среднему студенту. Это и привело меня к поиску путей, как сделать доступным усвоение программных

знаний каждым желающим. Вот такую возможность даёт, на мой взгляд, эта книга.

И ещё одно важное замечание. В совершенстве овладев теорией и практикой, вы сможете самостоятельно разработать программы, аналогичные тем, которые представлены в книге. Такая творческая работа должна быть по достоинству оценена вашим преподавателем, а автор этой книги лелеет надежду, что созданные вами программы будут ещё более универсальны и изящны. Ибо в чём же тогда состоит суть прогресса и преемственность поколений.

Желаю творческих успехов.

*Автор*

## 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Изучение теоретической механики состоит в приобретении двух основных навыков. Первый – это формулировка математической модели, включая составление уравнений движения или условий равновесия и определение начальных условий; второй – это применение рекомендуемых методов анализа этих моделей. Если второй навык в какой-то мере часто бывает приобретён в процессе занятий математикой, то первый представляет существенные трудности для обучаемых, так как они должны перевести словесное описание задачи на язык математических формул. Такой навык может быть приобретён в результате самостоятельной работы по созданию и использованию компьютерных программ, предназначенных для индивидуальной работы.

Именно такой подход используется в данной книге.

Одна из важнейших целей преподавания – обучение студентов решению задач. Для этого надо овладеть секретами мастерства: алгоритмами и схемами решения, методами и специальными приёмами.

Целесообразно создание комплектов задач, охватывающих все разделы и темы курса. При этом желательно обеспечить единый универсальный подход к разработке алгоритмов решения.

Разработка математической модели решения задач – это наиболее трудная и важная часть работы. Надо постараться создать такой алгоритм, чтобы конечные формулы имели, по возможности, максимально простой вид. При этом можно использовать различный математический аппарат. Например, для системы сходящихся сил это составление трёх уравнений равновесия с их последующим решением. Уравнения могут быть составлены в трёх формах (основная и две дополнительные). Определение неизвестных величин осуществляется методом подстановки, или методом Крамера, или методом математического сложения уравнений. Чем проще будут алгебраические выражения для определения искомых величин, тем легче будет выполнить вычисления на компьютере.

При выборе исходных данных (заданных величин) необходимо придерживаться общепринятых обозначений. Единицы измерения, как правило, должны быть указаны в международной системе единиц. Однако при желании расчёты могут быть произведены и в других системах единиц. Важно при этом, чтобы исходные данные и полученные результаты были согласованы. При необходимости перевод из одной системы единиц в другую должен быть отражён в алгоритме.

Таким образом, математическая модель решения задач в большинстве случаев представляет собой алгебраическое уравнение, в левой части которого находится искомая величина, а в правой – заданные величины.

Алгоритм решения и математическую модель следует составить для решения самых сложных и объёмных задач. При этом надо постараться, чтобы они не оказались слишком громоздкими. Сложность и объём задач должны определяться реальными условиями и практической целесообразностью. То есть нет необходимости разрабатывать программу для столь объёмной задачи, которая вряд ли встретится в инженерной практике. Такие варианты должны быть оставлены для теоретических изысканий.

Как правило, реальные задачи оказываются намного проще тех, которые могут быть составлены и решены с помощью разработанной математической модели. Поэтому для конкретных задач лишние исходные данные должны быть «обнулены», то есть приравнены к нулю. Если же такой вариант неудобен пользователю, то, конечно же, можно составить более простую математическую модель для решения данной конкретной задачи. Однако такая программа не будет уже универсальной. «Обнуление» заданных величин не представляет собой большого труда, поэтому в подавляющем большинстве случаев целесообразнее использовать единую унифицированную и достаточно универсальную математическую модель.

Для разработки вариантов заданий какие-либо или все исходные величины должны быть переменными. Шаг (интервал), с которым изменяются переменные величины, задаётся составителем вариантов заданий.



При решении одной конкретной задачи вводят её исходные данные, обращая внимание на согласованность единиц измерения.

Для простоты удобно выбирать в качестве исходных данных небольшие целые числа. Чаще всего это цифры от 1 до 10. Но для повышения точности вычислений необходимо задаваться значениями на 1–2 порядка выше.

При выборе целых чисел в качестве исходных данных большинство ответов могут быть дробными. Это не очень удобно при проверке решения. Тогда можно подобрать такие значения исходных данных, чтобы в ответах получались целые числа. Здесь возможны многочисленные варианты, при которых студенческая группа будет повергнута в смятение полученными результатами. Для затравки можно разработать такой комплект задач для группы, в котором ответы к задачам будут совпадать с порядковым номером студента по списку в журнале (см. задачу 3.12). Затем хитрости и «прибамбасы» могут быть продолжены до бесконечности. Например, можно обескуражить выбранную группу студентов тем, что у всех у них получаются одинаковые результаты расчёта или вообще нулевые ответы. Это станет для них стимулом к анализу сложившейся ситуации, поиску закономерностей, то есть настроит их на творческое отношение к решению, что и является целью обучения.

Во многих случаях возможно и обратное решение задачи, когда искомые величины выступают в роли заданных. Тогда подбор желаемых численных значений ещё более упрощается.

Подбору вариантов заданий следует уделить особое внимание. Студенческая аудитория чутко реагирует на справедливые и несправедливые требования преподавателя. Ни в коем случае преподавателю нельзя делать вид, что все предложенные для решения задачи он предварительно прорешал сам лично. Студенты моментально разоблачат такую уловку, возникнет элемент недоверия и потом уже ничем не восстановить своё реноме.

Поэтому в вопросе комплектования индивидуальных заданий надо быть очень корректным. Не следует увлекаться количеством и спешить с выставлением оценок. Надо постараться так заинтересовать студентов, чтобы они

сами потянулись к решению всё большего количества всё более разнообразных вариантов заданий. Этот процесс надо провести очень плавно и постепенно. На первых порах можно и «не замечать» списывание, заимствования и «ошибки» с выбором своего варианта. Следует хорошо разработать и неустанно приводить в жизнь систему поощрений, и ни в коем случае не ставить неудовлетворительные оценки за неправильное решение. Надо сразу же предоставить возможность каждому заработать собственным трудом хотя бы удовлетворительную оценку.

Очень важно, чтобы студенты почувствовали, что предложенная система является их другом и помощником в усвоении программного материала и достижении хороших результатов.

Сначала, на первых порах, надо быть очень деликатным. Каждому, даже самому слабому студенту, нужно дать шанс убедиться, что он тоже может совершенно самостоятельно решать довольно большое количество разнообразных задач. А вот верхний предел не имеет ограничений, и здесь может быть поставлена перед аудиторией любая сколь угодно сложная задача. Можно, например, пообещать, что за решение данной задачи студенты будут освобождены от выполнения контрольной работы. Самостоятельная разработка программы для решения задач определённого типа и реализация её с помощью компьютера вполне заслуживает поощрения в качестве зачёта по этой теме. Однако не следует «гнать лошадей» и сразу раскрывать все карты. При тщательно продуманном стимулировании заинтересованность в достижении всё более высоких результатов в решении задач должна плавно перетекать в осознание необходимости пополнить свою теоретическую базу. Обучаемые действительно должны почувствовать, что теория освещает путь практике.

Содержание предлагаемых задач желательно как можно точнее ориентировать на будущую специальность.

Одним из приёмов, побуждающих творческую активность, является предложение составить комплект задач на определённую тему. Интересно предложить студентам самим выбрать тематику задач. При этом задачи могут носить

проблемный, развивающий характер и стимулировать научно-исследовательскую работу.

В общем, разумно организованная методика использования мощных компьютерных технологий должна обязательно увенчаться успехом и для студентов, и для преподавателя.

# ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

## 2. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

### 2.1. Описание метода решения задач

В основу метода решения задач на плоскую систему сходящихся сил положены понятие о равнодействующей силе и то обстоятельство, что тело на плоскости под действием системы сходящихся сил обладает двумя степенями свободы (двумя поступательными движениями).

Для ограничений этих движений (чтобы тело находилось в равновесии) необходимо и достаточно выполнение двух уравнений равновесия.

Это универсальное положение применимо для любой системы сходящихся сил.

В частном случае для системы трёх сил удобно применить теорему синусов.

#### *Решение задачи с помощью уравнений равновесия*

Пусть имеем плоскую систему сходящихся сил, из которых силы  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_i, \dots, \vec{F}_n$  являются заданными, а силы  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$  – искомыми (рис. 2.1).

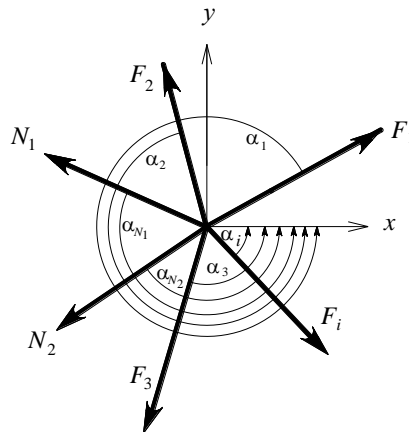


Рис. 2.1

Поскольку для равновесия тела под действием плоской системы сходящихся сил необходимо выполнение двух уравнений равновесия, то число неизвестных сил не должно быть больше двух.

Модуль равнодействующей всех заданных сил:  $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ .

Проекция равнодействующей на оси координат:

$$R_x = \sum F_{ix} = F_1 \cos \alpha_1 + \dots + F_i \cos \alpha_i + \dots + F_n \cos \alpha_n;$$

$$R_y = \sum F_{iy} = F_1 \cos(\alpha_1 + 90^\circ) + \dots + F_i \cos(\alpha_i + 90^\circ) + \dots + F_n \cos(\alpha_n + 90^\circ).$$

Искомые силы  $N_1$  и  $N_2$  определяются из уравнений равновесия:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad R_x + N_1 \cos \alpha_{N_1} + N_2 \cos \alpha_{N_2} = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_y + N_1 \cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) + N_2 \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ) = 0. \quad (2.2)$$

Выразим  $N_2$  из уравнения (2.1) и подставим в уравнение (2.2):

$$N_2 = \frac{-R_x - N_1 \cos \alpha_{N_1}}{\cos \alpha_{N_2}} = -\frac{R_x}{\cos \alpha_{N_2}} - \frac{N_1 \cos \alpha_{N_1}}{\cos \alpha_{N_2}};$$

$$R_y + N_1 \cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) + \left( -\frac{R_x}{\cos \alpha_{N_2}} - \frac{N_1 \cos \alpha_{N_1}}{\cos \alpha_{N_2}} \right) \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ) = 0;$$

$$R_y + N_1 \cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) - \frac{R_x \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} - \frac{N_1 \cos \alpha_{N_1} \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} = 0;$$

$$N_1 \left[ \cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) - \frac{\cos \alpha_{N_1} \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} \right] = \frac{R_x \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} - R_y,$$

откуда

$$N_1 = \frac{R_x \frac{\cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} - R_y}{\cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) - \frac{\cos \alpha_{N_1} \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}}}.$$

В реальных задачах редко встречается больше пяти сил. Если две из них являются искомыми, то заданных (известных) сил получается три.

Тогда при трёх заданных силах:

$$R_x = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3;$$

$$R_y = F_1 \cos(\alpha_1 + 90^\circ) + F_2 \cos(\alpha_2 + 90^\circ) + F_3 \cos(\alpha_3 + 90^\circ).$$

*Алгебраические выражения для нахождения сил  $N_1$  и  $N_2$ :*

$$N_1 = \frac{(F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3) \frac{\cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} - F_1 \cos(\alpha_1 + 90^\circ) - \dots}{\cos(\alpha_{N_1} + 90^\circ) - \frac{\cos \alpha_{N_1} \cos(\alpha_{N_2} + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}}} \dots \dots \dots$$

$$\dots \frac{-F_2 \cos(\alpha_2 + 90^\circ) - F_3 \cos(\alpha_3 + 90^\circ)}{\cos \alpha_{N_2}} ; \quad (2.3)$$

$$N_2 = \frac{-F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 - F_3 \cos \alpha_3 - N_1 \cos \alpha_{N_1}}{\cos \alpha_{N_2}}. \quad (2.4)$$

Если число заданных сил больше трёх, то в этих выражениях добавятся соответствующие слагаемые:  $F_4 \cos \alpha_4$ ,  $F_4 \cos(\alpha_4 + 90^\circ)$  и т. д.

*Решение задачи с помощью теоремы синусов*

Для случая, когда всего три силы, построим треугольник сил (рис. 2.2).

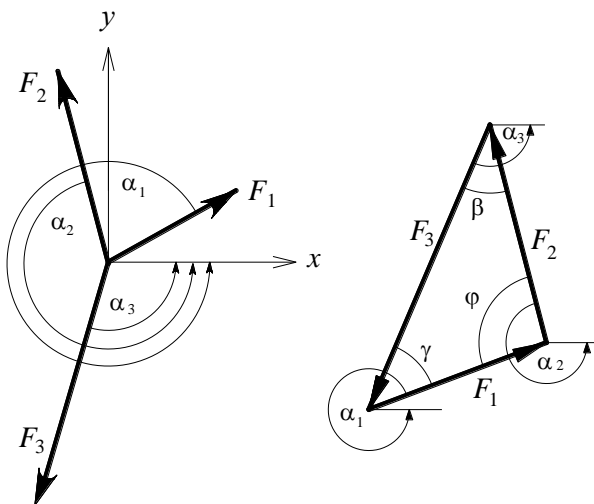


Рис. 2.2

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)