Нет ничего сложнее простого
течения воды в ручье.
Галилей

ПРЕДИСЛОВИЕ

Продольно-однородные турбулентные течения представляют собой наиболее простой объект для изучения из всех возможных их форм. Одновременно они относятся к одной из важнейших проблем, имеющей широкое практическое значение, и используются при гидравлических расчетах течений в трубопроводах, при решении задач тепломассообмена, размыва русел, гидротранспорта и т. п.

За полтора столетия изучения указанных течений многочисленными гидравликами во многих и многих странах были, казалось, детально рассмотрены их закономерности, особенности и разработаны инженерные методы расчета с получением приближенного ответа на запросы практики. Однако развитие и появление новых различных отраслей хозяйства требовало все более точных и надежных результатов, получаемых при решении соответствующих задач. Последнее в значительной мере было осуществлено в связи с развитием теории турбулентности, ставшей одним из фундаментальных разделов физики.

До последнего времени было предложено множество эмпирических, феноменологических, полутеоретических и т. п. формул и закономерностей. Они с трудом поддаются обобщению.

Входящие в них параметры и константы, полученные при определенных условиях проведения опытов, не удовлетворяли подобным же опытам, но выполненным в других условиях или при другом диапазоне изменения чисел Рейнольдса.

Некоторые представления были канонизированы и оказались общепризнанными. К их числу относится представление о строении турбулентного потока, состоящего из иерархии все более измельчающихся вихрей, которые существуют за счет изъятия энергии у осредненного потока, а при достижении крайне малых размеров диссипируют ее. Этот процесс представлялся жестко необратимым.

К настоящему времени получены новые результаты, уточняющие и обобщающие методы гидравлического расчета продольно-однородных течений. Они вносят существенные уточнения в известные представления, имеют непротиворечивый характер и будут полезным инструментом при постижении в учебном процессе премудростей гидравлических расчетов.

Особая благодарность профессору, доктору технических наук А. И. Есину, разделявшему во многом точку зрения автора и публично высказывавшему свое мнение.

ВВЕДЕНИЕ

В течение всего исторического периода времени развития гидравлики как науки основной ее проблемой являлось решение задачи о распределении скоростей и давлений в движущейся жидкости. Оказалось, что они взаимосвязаны, а основные затруднения обусловлены определением поля скоростей. Грандиозность этой проблемы во всем ее величии была обнаружена после установления и наглядного доказательства О. Рейнольдсом [55] существования ламинарного и турбулентного режимов движения жидкости. В последнем случае скорость в каждой точке носит пульсационный характер, а скорость является стохастической функцией пространственных координат и времени, в том числе и в случаях, когда течение, казалось бы, должно быть установившимся, т. е. независящим от времени. Известно изречение, согласно которому «проблема турбулентности внушает отчаяние».

Путь к решению задачи был найден Рейнольдсом [55], которому удалось ввести понятие об осредненной скорости, и получил осредненные уравнения Навье — Стокса, которые и являются поныне основным инструментом для получения решения рассматриваемой задачи.

Естественным образом, вначале штурму подвергалась проблема решения задачи о распределении скоростей в простейших установившихся продольно-однородных потоках, к которым в первую очередь относятся течения в круглых трубах, плоских потоках, а также течения в турбулентных пограничных слоях при нулевом градиенте давления.

Ввиду того, что указанная система осредненных уравнений Навье — Стокса является незамкнутой, решение ее без привлечения феноменологических методов оказалось невозможным.

Важным успехом явилось введение Ж. Буссинеском [38] понятия о динамическом $\mu_т$ и кинематическом $\nu_т$ коэффициентах турбулентной вязкости, которые не связаны с физическими свойствами жидкости, а отражают влияние статистического характера поля скоростей. Оказалось, что этот коэффициент имеет тензорную природу, но в упомянутых простейших случаях течения жидкости он является некоторой функцией лишь одной, поперечной к направлению ее движения, координаты. При этом, как было показано, осредненная скорость находится решением так называемого **основного уравнения равномерного движения,** которое легко разрешается (либо численными, либо аналитическими методами) **при известном значении $\nu_т$.**

Прорыв при неизбежном феноменологическом подходе к решению задачи был осуществлен многими гидравликами, но главный вклад был сделан Л. Прандтлем [52] и Т. Карманом [47]. Была введена схематизация и условное его разделение на две основные зоны: пограничный слой и турбулентное ядро. В первой из них влияние физической вязкости велико, а во второй пренебрежимо мало. Было также введено понятие о ламинарном пограничном слое. Гидравлики шли путем разработки моделей турбулентности введением понятия о длине пути смешения и т. п., а через них к получению структуры формул для описания зависимостей для кинематического коэффициента турбулентной вязкости $\nu_т$. Это привело к получению знаменитого логарифмического закона и многих других формул для описания распределения осредненных скоростей по сечению потока.

В последующем в связи с появлением все более совершенной техники для измерения осредненных скоростей, в том числе и на крайне малых расстояниях от стенки и обильному накоплению экспериментальных данных, было установлено, что законы Л. Прандтля и Т. Кармана не вполне соответствуют действительности.

Постепенно появилось множество поправок к этим законам, в том числе и для исправления очевидного невыполнения ими граничных условий на стенке и вблизи оси потока (или свободной поверхности). К их числу относятся поправки И. К. Ротта [27], Р. Дейслера [42], Д. Коулза [40] и многих других. Было, в частности, обнаружено полное отсутствие ламинарного пограничного слоя при течениях в круглых трубах и плоских потоках.

Возможен и другой путь решения задачи без построения тех или иных гипотетических моделей турбулентности. Он заключается в поиске удачной универсальной зависимости $\nu_т = \nu_т (L)$, где L — либо радиус трубы r, либо глубина потока H, либо толщина турбулентного пограничного слоя δ, при которой значение осредненной скорости, найденное с помощью уравнения равномерного движения (очевидность которого общепризнана), удовлетворяет известным и многочисленным экспериментальным данным. К последним можно отнести данные, представленные, например, в [6, 7, 8, 9] и др. Очевидно, что подобный подход, базирующийся во многом на использовании метода «проб и ошибок», не мог быть реализован (ввиду трудоемкости) до появления ЭВМ. Возможно использование и более совершенных приемов достижения приемлемых результатов.

Так или иначе, но в [6] удалось предложить метод расчета распределения осредненных скоростей в продольно однородных потоках на базе предложенной графической схематизации распределения кинематического коэффициента турбулентной вязкости поперек потока и последующей численной (в пределах пристенного слоя) и аналитической (в пределах турбулентного ядра) реализации решения основного уравнения равномерного движения (или, иначе, линейного закона $\nu_т$ распределения касательных напряжений) без каких бы то ни было упрощений типа, например, введения слоя постоянного касательного напряжения и т. п. При этом было использовано фактическое признание существования у стенки слоя с отрицательным значением кинематического коэффициента турбулентной вязкости ($\nu_т < 0$). На самом деле все модели строения продольно-однородных потоков включают тонкий слой у стенки толщиной $y^+ = 4 \div 5$, где имеет место линейное распределение осредненных скоростей $u^+ = y^+$, где $u^+ = u/u_*$, а $y^+ = y \cdot u_*/\nu$. Но при этом из уравнения равномерного движения обязательно получается, что $\nu_т /\nu < 0$ (подробнее см. в [6]). Это обстоятельство было учтено в [6]. Было установлено, что расстояние, на котором $\nu_т < 0$, даже меньше указанного общепринятого значения и составляет всего $y^+ \leq 1.5–2.0$. Учет этого факта привел к успеху. Оказалось также, что предложенная методика расчета распределения осредненных скоростей приводит к совпадению с имеющимися экспериментальными данными и является универсальной и справедливой для всех зон сопротивлений и для всех упомянутых случаев продольно-однородных турбулентных течений [6]. Более того, полученные формулы не требуют введения никаких поправок к ним. Следовательно, многочисленные приведенные ранее поправки приобретают лишь историческое значение.

К настоящему времени получены и опубликованы универсальные таблицы и программы для использования ЭВМ с целью определения значений осредненных скоростей в продольно-однородных потоках.

Данное учебное пособие является связующим звеном между книгами [6] и [7] и предназначено для преподавателей, студентов, бакалавров, магистрантов и аспирантов тех специальностей, в которых учебными планами предусмотрено изучение курсов «Гидравлика», «Механика жидкости и газа», «Гидроаэродинамика» и т. п.

В учебном пособии необходимое внимание уделено историческим аспектам решения рассматриваемой проблемы, что будет способствовать удовлетворению любознательности и развитию способности к изучению истоков решения и других задач. При осознанном стремлении постичь премудрости рассматриваемой проблемы читателю рекомендуется наряду с данным учебным пособием прибегать к получению дополнительных сведений в изданиях [5, 6, 7, 9, 36, 37] и др.

В приложении приведены программы для ПЭВМ на А/Я BASIK, с помощью которых реализовывались все вычислительные эксперименты и которые предназначены для использования при выполнении УИРС разной направленности.

1. ПОНЯТИЕ ОБ ОСРЕДНЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ

1.1. Режимы движения жидкости. Число Рейнольдса. Критическое число Рейнольдса

1.1.1. Жидкости. Их основные физические свойства

Вещества разделяются по их агрегатному состоянию на ***твердые, жидкие*** и ***газообразные.*** Обычно жидкостями обобщенно называют как вещества, находящиеся в собственно жидком состоянии (так называемые «капельные жидкости»), так и газы.

От твердых тел жидкости отличает такое их свойство, как ***текучесть***, под которой понимают их ***способность непрерывно деформироваться под действием касательных сил независимо от их малости.***

Жидкости называются ***ньютоновскими***, если касательные напряжения τ при сдвиге прямо пропорциональны скорости угловой деформации *du/dn*:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}, \tag{1.1}$$

где *n* — направление нормальное *u*; μ — коэффициент пропорциональности, зависящий от рода и температуры жидкости и называемый динамическим коэффициентом вязкости (далее просто ***динамическая вязкость***).

Воздух и вода — маловязкие жидкости, что обусловливает их высокую текучесть.

Взаимное притяжение молекул (адгезия) приводит к эффекту прилипания жидкостей к твердым поверхностям, из-за чего относительная скорость между жидкостью и твердыми телами в месте их контакта ***отсутствует***.

Жидкости делятся на ***несжимаемые*** и ***сжимаемые***, что определяется по типу реакции на нормальное напряжение (давление). Несжимаемые жидкости (капельные) лишь в слабой степени подвержены сжатию по сравнению со сжимаемыми жидкостями (газами и парами), которые легко сжимаемы.

Известно, что жидкости состоят из молекул, находящихся друг от друга на межмолекулярных расстояниях, меньших у капельных жидкостей и больших у газов, что предопределяет степень их сжимаемости.

Отношение массы жидкости ΔM к занимаемому ей объему ΔW называется плотностью ρ:

$$\rho = \left.\frac{\Delta M}{\Delta W}\right|_{\Delta W \to 0}. \tag{1.2}$$

Удельный вес жидкости γ — это отношение ее веса ΔG к объему ΔW:

$$\gamma = \left.\frac{\Delta G}{\Delta W}\right|_{\Delta W \to 0}.$$

Определяется он гравитационным полем, имеющим различную напряженность в различных точках, поэтому, в отличие от плотности, удельный вес зависит от гравитационного поля:

$$\gamma = \rho \cdot g, \tag{1.3}$$

где g — ускорение свободного падения.

Жидкости находятся в состоянии равновесия или движения в зависимости от соотношения действующих на них сил. Все силы принято разделять на массовые $\Delta F_м$, величина которых пропорциональна массе жидкости ΔM, на которую они действуют, и поверхностные $\Delta F_п$, пропорциональные площади ΔS, к которой они прикладываются. То есть, так как силы векторные величины

$$\Delta \vec{F}_м = \Delta M \cdot \vec{a}; \tag{1.4}$$

$$\Delta \vec{F}_п = \Delta S \cdot \vec{f}, \tag{1.5}$$

здесь $\vec{a}$ — ускорение массовой силы; $\vec{f}$ — напряжение поверхностной силы.

В общем случае поверхностная сила $\Delta \vec{F}_п$ направлена к поверхности ΔS под некоторым углом. Разложив силу $\Delta \vec{F}$ на нормальную к поверхности $\Delta \vec{P}$ и касательную к ней $\Delta \vec{T}$ составляющие, получим, что

$$\Delta \vec{F}_п = \Delta \vec{P} + \Delta \vec{T}. \tag{1.6}$$

Поделив эту векторную сумму на ΔS, получим

$$\frac{\Delta \vec{F}_п}{\Delta S} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta S} + \frac{\Delta \vec{T}}{\Delta S}$$

или

$$\vec{f} = \vec{p} + \vec{\tau}, \tag{1.7}$$

где $\vec{p}$ называют ***давлением***, если оно направлено по внутренней нормали к поверхности, а $\vec{\tau}$ — ***касательным*** (сдвигающим) ***напряжением.***

Как отмечалось, касательное напряжение связано со скоростью сдвига (см. формулу (1.1)) и динамической вязкостью μ. Последняя часто встречается в сочетании с плотностью

$$\frac{\mu}{\rho} = \nu, \tag{1.8}$$

которую обычно называют кинематическим коэффициентом вязкости (далее для краткости просто ***кинематическая вязкость***).

При разработке теории покоя и движения жидкостей, как правило, имеют дело с их упрощенными ***моделями,*** которые наделяются рядом важнейших в рассматриваемом случае физических свойств при пренебрежении остальными.

Самая распространенная модель жидкости представляется сплошной средой без деления на дискретно расположенные и непрестанно находящиеся в движении молекулы. Это означает, что самые малые элементы рассматриваемого объема жидкости являются много бóльшими межмолекулярных расстояний. Такая модель называется континуумом и применяется далее всюду. Такой упрощенный подход к анализу поведения жидкостей позволяет описывать параметры их покоя или движения непрерывными функциями и использовать с этой целью соответствующий мощный математический аппарат.

Другой распространенной моделью являются ***невязкие***, или ***идеальные***, жидкости, которые, помимо сплошности, обладают свойствами полного отсутствия вязкости $\mu = 0$ и несжимаемостью ($\rho = \text{const}$). При этих предположениях идеальные жидкости могут проскальзывать по твердой поверхности, но, естественно, не могут через нее проникать. Последнее условие известно как условие ***непротекания.***

Если для вязких жидкостей на твердой стенке их скорость $\vec{u}$ равна нулю, то для идеальной жидкости равна нулю лишь ***нормальная*** к стенке ее компонента.

1.1.2. Кинематические и динамические параметры, характеризующие движение жидкости

Скорость. Скорость движения частиц жидкости представляется непрерывной, как правило, функцией координат и времени и является векторной величиной

$$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t) \tag{1.9}$$

или

$$\vec{u} = \vec{u}\left(x, y, z\right). \tag{1.10}$$

Равенства (1.9) и (1.10) эквивалентны этим же выражениям, записанным в скалярной форме (в проекциях на оси координат):

$$u_x = u_x(x, y, z, t);\ u_y = u_y(x, y, z, t);\ u_z = u_z(x, y, z, t)$$

и

$$u_x = u_x(x, y, z);\ u_y = u_y(x, y, z);\ u_z = u_z(x, y, z).$$

Часто при приближенных вычислениях вводят понятие о ***средней*** скорости V, под которой понимают результат осреднения эпюры распределения скоростей по живому сечению по его площади S, т. е.

$$V = \frac{1}{S}\int_S u(x, y, z)dS. \tag{1.11}$$

Поскольку $\int_S u(x, y, z)dS = Q$ — расходу жидкости, то оказывается, что

$$V = \frac{Q}{S}. \tag{1.12}$$

Ускорения. Ускорение частицы жидкости определяется в общем случае соотношениями (в скалярной форме):

$$\frac{du_x(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}; \tag{1.13}$$

$$\frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}; \tag{1.14}$$

$$\frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}. \tag{1.15}$$

В уравнениях (1.13), (1.14), (1.15) первые члены $\frac{\partial u_x}{\partial t}, \frac{\partial u_y}{\partial t}$ и $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ являются компонентами ***локального*** ускорения, а остальные — компонентами *конвективного* ускорения.

При установившемся движении локальное ускорение, очевидно, отсутствует.

Поступательная скорость. Поступательная скорость $\vec{u}$ выражается обычно через проекции на оси координат x, y, z:

$$\vec{u} = u_x \cdot \vec{i} + u_y \cdot \vec{j} + u_z \cdot \vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты координатных направлений.

Давление. Давлением называется отношение силы давления к площади, на которую она действует:

$$p = \left.\frac{\Delta P}{\Delta S}\right|_{\Delta S \to 0}. \qquad (1.16)$$

Давление есть модуль напряжения давления

$$\vec{p} = p \cdot \vec{n^o},$$

где $\vec{n^o}$ — орт нормали к поверхности.

В покоящейся и идеальной жидкости p не зависит от направления орта нормали.

Если жидкость обладает вязкостью, то три величины p_x, p_y и p_z не равны друг другу, но их среднее значение не зависит от направления $\vec{p}$. Принято поэтому за давление принимать

$$p = \frac{p_x + p_y + p_z}{3}. \qquad (1.17)$$

Напряжение сдвига — касательное напряжение силы трения

$$\tau = \frac{\Delta T}{\Delta S}\Big|_{\Delta S \to 0}. \qquad (1.18)$$

1.1.3. Режимы движения жидкости

Наличие двух режимов движения жидкости экспериментально доказал О. Рейнольдс в 1883 г. Они называются, соответственно, ***ламинарным*** (слоистым) и ***турбулентным*** (хаотическим) режимами движения. Ламинарный режим движения имеет место, если число (называемое числом О. Рейнольдса $\mathrm{Re}_L = \frac{V \cdot L}{\nu}$) не превышает некоторого критического значения. Здесь V и L — характерные скорость и длина. Для течений в круглых трубах обычно принимают за V среднюю скорость, а за L — диаметр трубы ($L = d$).

При этом критерий существования ламинарного движения в круглой трубе имеет вид

$$\mathrm{Re}_d = \frac{V \cdot d}{\nu} < 2300.$$

Для потоков со свободной поверхностью часто используют число Рейнольдса в виде

$$\mathrm{Re}_H = \frac{V \cdot H}{\nu} \text{ или } \mathrm{Re}_R = \frac{V \cdot R}{\nu},$$

где H и R — глубина и гидравлический радиус соответственно.

1.1.4. Турбулентное движение жидкости

Значение слова «турбулентность» трактуется во множестве изданий, например, в Большой Советской Энциклопедии оно изложено следующим образом.

Турбулентность — это явление, наблюдаемое во многих течениях жидкостей и газов и заключающееся в том, что в этих течениях образуются многочисленные вихри различных размеров, вследствие чего их гидродинамические и термодинамические параметры (скорость, температура, давление, плотность) испытывают ***хаотические флуктуации*** и потому изменяются от точки к точке и во времени ***нерегулярно***. Этим турбулентные течения отличаются от ламинарных течений. Большинство течений жидкостей и газов турбулентно как в природе (движение воздуха в земной атмосфере, воды в реках и морях, газа в атмосферах Солнца и звезд и в межзвездных туманностях и т. п.), так и в технических устройствах (в трубах, каналах, струях, в пограничных слоях около твердых тел и т. п.).

Из-за большой интенсивности турбулентного перемешивания эти течения обладают повышенной способностью к передаче количества движения, передаче теплоты, способностью нести взвешенные частицы. Турбулентность возникает вследствие гидродинамической неустойчивости ламинарного течения, которое теряет устойчивость и превращается в турбулентное, когда число Рейнольдса превзойдет некоторое критическое значение $\mathrm{Re}_{кр}$.

1.2. Осреднение кинематических и динамических параметров течения по Рейнольдсу

Турбулентное движение жидкости характеризуется крайне нерегулярными изменениями скорости в каждой точке со временем (***пульсацией***).

О. Рейнольдс предложил каждую из компонент истинной скорости в данной точке представлять суммой осредненной и пульсационных компонент:

$$u_x = \overline{u}_x + u_x'; \tag{1.19}$$

$$u_y = \overline{u}_y + u_y'; \tag{1.20}$$

$$u_z = \overline{u}_z + u_z', \tag{1.21}$$

где $\overline{u}_x, \overline{u}_y, \overline{u}_z$ — осредненные, а u_x', u_y', u_z' — пульсационные компоненты истинной скорости с компонентами u_x, u_y, u_z.

Операция получения осредненной скорости по времени (существуют и другие подходы к осреднению) сводится к вычислению ее значения в данной точке по формуле

$$\overline{u}_i = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u_i(t)\cdot dt, \qquad (1.22)$$

где T — время осреднения.

Указанная процедура выполняется с соблюдением ряда правил, установленных О. Рейнольдсом и др. В частности, при установившемся движении, т. е. при $\overline{u}_x$, $\overline{u}_y$ и $\overline{u}_z$, независящих от времени (такое условно установившееся движение называют также ***квазиустановившимся***), должны выполняться условия соблюдения правил:

$$\overline{f'} = 0; \quad \overline{f_1 + f_2} = \overline{f_1} + \overline{f_2}; \quad \overline{\overline{f}f'} = 0; \quad \overline{\overline{f_1}\,\overline{f_2}} = \overline{f_1}\,\overline{f_2} \text{ и др.}$$

Из определения осредненной скорости непосредственно следует, что

$$\overline{u_i'} = 0.$$

Период осреднения должен выбираться достаточно большим, чтобы проведение повторной операции осреднения функции f не приводило к изменению результата

$$\overline{\overline{f(t)}} = \overline{f(t)}.$$

Для примера определим осредненное значение $u^2/2$. Поскольку $\frac{u^2}{2} = \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{2} = \frac{\left(\overline{u}_x + u_x'\right)^2 + \left(\overline{u}_y + u_y'\right)^2 + \left(\overline{u}_z + u_z'\right)^2}{2}$, то после выполнения осреднения $\overline{u^2}/2$ с соблюдением необходимых правил получаем

$$\frac{\overline{u^2}}{2} = \frac{\overline{u}_x^{\,2} + \overline{u}_y^{\,2} + \overline{u}_z^{\,2}}{2} + \frac{\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}}{2}.$$

Так как $\overline{u^2}/2$ представляет собой удельную осредненную кинетическую энергию частицы жидкости при турбулентном движении $\overline{k}_T$, результат осреднения в виде

$$\overline{k_T} = \overline{k} + \overline{k'}, \qquad (1.23)$$

где

$$\overline{k'} = \frac{\left(\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}\right)}{2}, \qquad (1.24)$$

свидетельствует о равенстве ее сумме кинетических энергий осредненного и пульсационного движений.

Имеющиеся данные [18] об особенностях распределения пульсационных скоростей по глубине потока свидетельствуют о том, что:

– размах пульсации продольной составляющей скорости увеличивается от свободной поверхности ко дну и достигает максимального значения непосредственно у дна;

– размах пульсации вертикальной компоненты скорости также увеличивается в том же направлении, но достигает максимума на расстоянии (0,15–0,40)H от дна, а затем уменьшается почти до нулевых значений вблизи дна;

– размах пульсаций поперечной компоненты скорости увеличивается по направлению ко дну, но это увеличение имеет более равномерный характер, максимума размах достигает при расстояниях от дна, равных (0,10–0,30)H, а затем быстро уменьшается до нуля вблизи дна.

Анализ подобных материалов позволяет заключить, что распределение характеристик турбулентности по глубине потока, взятое в масштабе динамической скорости, вполне хорошо (по форме и в количественном выражении) согласуется с данными лабораторных измерений [19].

1.3. Потери на трение. График И. Никурадзе. Коэффициент Дарси. Зоны сопротивления

1.3.1. Общие сведения

Теория турбулентных течений жидкости крайне сложна. Непрерывные попытки преодолеть комплексный барьер из самых неожиданных трудностей при их изучении, предпринимаемые во всем мире, обозначаются некоторыми подвижками, к сожалению, развивающимися достаточно медленно. К еще большему сожалению, анализ даже самых простейших из практически значимых случаев турбулентных течений жидкости, например продольно однородные течения, все еще не доведен до необходимых кондиций. В том числе остается нерешенной задача об установлении закона распределения осредненных скоростей в турбулентных продольно-однородных потоках.

Тем не менее некоторые проблемы к настоящему времени оказались изученными до весьма высокой степени. К их числу можно отнести определение гидравлических сопротивлений. Главные достижения в этой области обязаны исследованиям И. Никурадзе [50] и К. Кольбрука [39], установивших основные понятия о зонах сопротивления, влияния относительной шероховатости и т. п.

Но еще ранее Ж. Буссинеск (1877) предложил выразить касательные турбулентные напряжения $-\rho\overline{u_i^{'}u_j^{'}}$ через коэффициент турбулентной вязкости ν_T в виде соотношения, постулированного И. Ньютоном для ламинарных течений, т. е. в виде

$$-\overline{u_i^{'}u_j^{'}} = \nu_T \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}, \tag{1.25}$$

где $u_i^{'}u_j^{'}$ — пульсационные компоненты скорости; $\overline{u}_i$ — компоненты осредненных скоростей; x_i — координатное направление.

Сам Ж. Буссинеск понимал, что ν_T не является физическим свойством жидкости, а представляет собой некий коэффициент незнания, функцию координат, отображающую особенности турбулентного течения жидкости в данной области (при неустановившемся течении она зависит и от времени). Значение ν_T определяется исключительно экспериментальным путем с помощью выражения (1.25), для чего необходимо уметь измерять вторые одноточечные моменты $\overline{u_i^{'}u_j^{'}}$ и $\overline{u_i}$.

Практически все авторы исходят из признания для продольно-однородных потоков модели, предложенной Ж. Буссинеском [38], связывающей турбулентные напряжения Рейнольдса с градиентом осредненных скоростей подобно закону Ньютона для ламинарных течений, путем введения виртуальной турбулентной вязкости.

Попытки распространить предложение Ж. Буссинеска на более сложные виды течения приводили последовательно к повышению требований к ν_T, которое в разных случаях должно быть либо скалярной, либо векторной функцией, либо тензором четвертого ранга [24]. Этих случаев в дальнейшем не касаемся.

Отметим, что при установившемся продольно-однородном турбулентном течении ν_T представляет собой функцию лишь одной (поперечной) координаты, однозначно связанной с $-\overline{u_i^{'}u_j^{'}}$:

$$\nu_T = \nu_T(z) = -\frac{\overline{u_x^{'}u_z^{'}}}{\frac{d\overline{u}_x}{dz}}, \tag{1.26}$$

где x — продольная, а z — поперечная координаты.

Предложение Ж. Буссинеска представляется наиболее удачным (по крайней мере для последнего случая) по сравнению с другими возможными тем, что позволяет объединить ламинарные $\tau_л$ и турбулентные τ_T касательные напряжения одним выражением:

$$\frac{\tau_л}{\rho} + \frac{\tau_T}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} = \left(\nu + \nu_T\right)\frac{d\overline{u}}{dz} = u_*^2\left(1 - \frac{z}{H}\right), \tag{1.27}$$

где u_* — динамическая скорость; H — либо r_o (радиус трубы), либо H (глубина плоского потока).

Из уравнения (1.27) получается простое дифференциальное уравнение первого порядка для определения осредненной скорости:

$$\frac{d\overline{u}}{dz} = \frac{u_*^2}{\left(\nu + \nu_T\right)}\left(1 - \frac{z}{H}\right). \tag{1.28}$$

Решение уравнения (1.28) записывается в интегральной форме:

$$\overline{u}(z) = u_*^2 \int_0^z \frac{\left(1 - \frac{z}{H}\right)}{\nu + \nu_T(z)} dz. \tag{1.29}$$

Для реализации зависимости (1.29) требуется знать $\nu_T = \nu_T(z)$.

Имеются многочисленные попытки решения указанной задачи на базе уравнений Рейнольдса, которые, к сожалению, оказываются незамкнутыми. Сами же попытки сводились к формулированию неких гипотез, созданию моделей строения турбулентного потока, использованию для замыкания исходных уравнений экспериментальных данных и сопоставлению получаемых решений с опытом. Некоторые модели дали мощный импульс развитию собственно теории турбулентности (Л. Прандтль, Дж. Тейлор, А. Н. Колмогоров и многие другие). Однако впоследствии введенные на начальном этапе некоторые понятия оказались неправомерными и в настоящее время имеют лишь историческое значение. К ним можно отнести понятие о «***ламинарном пристенном подслое», «длине пути смешения»*** и т. п. Опыты Х. Рейхардта [54], Д. Лауфера [48], А. Фейджа [43], Р. Фогельполя [57], В. Б. Гуссака [13] и других вполне доказательно их **опровергают.**

А. Фейдж и Х. Тауненд [43] проводили исследование турбулентного течения при помощи ультрамикроскопа. Они определили, что до расстояния 0,0006 мм от стенки сохраняется турбулентное движение частиц.

Выполненные В. Б. Гуссаком наблюдения с использованием микрокиносъемки позволили ему прийти к выводу о том, что «при турбулентном движении пограничный слой в противоположность мнению Прандтля не имеет ламинарного характера». Тем не менее мнение о том, что «несмотря на непрерывно развивающуюся технику экспериментирования, еще очень мало известно об условиях течения вблизи стенки в турбулентном потоке» [1] остается справедливым до сих пор.

Это обстоятельство дало основание тому же автору заявить, что «еще меньше исследованы закономерности распределения скоростей в трубопроводах, работающих в переходной области между гладким и вполне шероховатым трением, т. е. в большинстве практически важных случаев, и для описания профиля скоростей в этой области не было предложено каких-либо зависимостей. В связи с этим важнейшая задача, стоящая перед исследователями, заключается в построении такой модели турбулентного потока, которая позволила бы получить зависимости для расчета и моделирования турбулентных течений в технических трубопроводах» [1]. На это были потрачены серьезные усилия многих и многих исследователей в попытке «доработать» удачную начальную модель строения турбулентного потока в трубе, приводящую к известному логарифмическому закону распределения осредненных скоростей по ее сечению (который затем был распространен до оси трубы). Этот результат, как и результаты Т. Кармана [47] и Дж. Тейлора были несовершенными, они не удовлетворяли граничным условиям на гладкой стенке и оси потока и были совершенно непригодны для расчета распределения скоростей, пожалуй, в наиболее важной его части, — в непосредственной близости от стенки. Эти начальные модели пришлось исправлять путем введения соответствующих гипотетических предположений. К их числу относятся:

– введение понятия о ламинарном пограничном слое;
– о существовании вязкого подслоя;
– об изменчивости константы Кармана по сечению потока;
– о введении двух-, трех- и многослойных пограничных слоев;
– о введении разных зависимостей для «длины пути смешения»;
– введение демпфирующих поправок и т. п.

Исходя из законов подобия для внутренней области пограничного слоя была получена универсальная формула для распределения осредненных скоростей, известная как **закон стенки**. Во внешней области имеет место самосохраняющаяся форма профиля скорости, известная как ***закон дефекта скорости***. Эти законы выражаются зависимостями вида

$$\overline{u}^{+} = f\left(z^{+}\right),$$

где $u^{+} = \dfrac{u}{u_*}$; $z = \dfrac{z \cdot u_*}{\nu}$,

и

$$\overline{u}^{+}_{\infty} - \overline{u} = g\left(z^{+}\right),$$

или

$$\overline{u}^{+}_{\max} - \overline{u} = g\left(z^{+}\right).$$

В [32] показано, что можно определить функции $f(z^{+})$ и $g(z^{+})$ при соблюдении их непрерывности вместе с первыми производными. В итоге получается хорошо известный результат: обе функции являются логарифмами и сводятся к виду

$$\overline{u}^{+} = A \cdot \ell n\left(z^{+}\right) + B, \tag{1.30}$$

где A и B — константы, величина которых определяется экспериментально.

Очевидно, что формула эта не может удовлетворить условиям ни на стенке, ни на оси потока, ни на границе внешней части пограничного слоя.

Обычным приемом устранения указанного недостатка на гладкой стенке является принятие вблизи нее на расстоянии $z^{+} \leq 5$ линейного распределения осредненных скоростей $\overline{u}^{+} = z^{+}$.

Отметим, что в [33] этот результат назван ***строгим (?).***

1.3.2. Исследование потерь на трение в трубах и каналах

Исторически накопление сведений (большей частью экспериментальных) шло по пути от простого к сложному. Наиболее простой проблемой для изучения была задача опорожнения резервуаров.

Затем стала актуальной проблема поиска зависимости между параметрами трубопроводов и их пропускной способностью.

Хотя исследователи сначала не придавали значения состоянию внутренней поверхности труб, однако уже в то время они понимали, что надежно определить потери напора в трубе можно лишь при достаточной ее длине. Так, например, П. Купле в 1732 г. исследовал трубопроводы диаметром от 0,11 до 0,46 м и длиной от 580 до 3000 м. Ч. Боссю применял в опытах трубопроводы из белой жести диаметром 36 и 56 мм и длиной до 58 м. Были предложены многочисленные формулы для определения средней скорости и гидравлического уклона.

Лишь Х. Дарси [41] обратил внимание на зависимость расхода не только от внутреннего диаметра трубы и гидравлического уклона, «но и от свойств стенок трубы». В 1869 г. Г. Гаген [45] высказал предположение, что слой воды прилипает к стенкам, но он полагал, что толщина слоя настолько мала, что его влияние на «движение воды вне его пределов немыслимо».