Содержание

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛЫ ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И ТЕОРЕМЫ ГИПОТЕЗ (ФОРМУЛЫ БАЙЕСА)

Задача 1. В сборочный цех поступило 700 изоляторов, изготовленных на четырех заводах области: на первом заводе 350, на втором заводе 200, на третьем и четвертом по 75 изоляторов. В результате проверки одного из поступивших изоляторов произошел отказ. Определить вероятность этого события и вероятность того, что причиной отказа был изолятор, изготовленный на первом заводе, если известно, что качество изготовления поставляемых изоляторов заводами различное, а именно: вероятность отказа изолятора, изготовленного на первом заводе – 0,02, на втором заводе – 0,03, на третьем заводе – 0,04, на четвертом заводе – 0,05.

Решение.

1. Вероятности попадания на контроль изолятора, изготовленного соответственно первым, вторым, третьим и четвертым заводами обозначим через $P(B_1)$, $P(B_2)$, $P(B_3)$, $P(B_4)$.
2. Вероятность отказа любого наугад взятого изолятора обозначим Q (A);
3. Вероятности отказа изолятора, изготовленного на первом, втором, третьем и четвертом заводах обозначим Q(A ÷ B1), Q(A ÷ B2), Q(A ÷ B3), Q(A ÷ B4);
4. Апостериорную вероятность отказа изолятора i–го завода обозначим Q (Bj ÷ A).

Вероятность отказа любого наугад взятого изолятора определится по формуле полной вероятности наступления отказа:

$$Q(A) = \sum_{i=1}^{4} P(B_i) \times Q(A \div B_i)$$

Апостериорная вероятность отказа изолятора 1-го завода определяется по формуле Байеса:

$$\boldsymbol{Q(B_i \div A) = \frac{P(B_i) \times Q(A \div B_i)}{Q(A)}}$$

Таким образом, получим следующие значения вероятностей, описанных в п.1…4.

Вероятность поступления на контроль изоляторов, изготовленных на каждом из заводов;

$P(B_1) = 350 \div 1000 =$ **0,35**; $P(B_2) = 200 \div 1000 =$ **0,2**; $P(B_3) = 75 \div 1000 =$ **0,075;**

$P(B_4) = 75 \div 1000 =$ **0,075**

Вероятность отказа любого наугад взятого изолятора равна:

$$Q(A) = Q(A \div B_1) + Q(A \div B_2) + Q(A \div B_3) + Q(A \div B_4) = 0{,}35 \times 0{,}02 + 0{,}2 \times 0{,}03 + 0{,}075 \times 0{,}04 + 0{,}075 \times 0{,}05 = \mathbf{0{,}0197}$$

Вероятность отказа изолятора первого завода

$$Q(B_1 \div A) = \frac{P(B1)\,Q(A \div B1)}{Q(A)} = \frac{0{,}35 \times 0{,}02}{0{,}0197} = 0{,}355$$

Задача 2. Рассматривается маршрут автомобиля по горной дороге, проходящей над пропастью.

Если погода благоприятная (вероятность 0,8), то он не сорвется в пропасть и доедет до парка с вероятностью 0,9.

Если погода неблагоприятная, то управление автомобилем переводится на автомат, надёжность (вероятность безотказной работы) которого равна 0,7. В этом случае он также с вероятностью 0, 9 доедет до парка.

Если же автомат не сработал, то водитель берет управление на себя и может благополучно доехать до парка только с вероятностью 0,5. Найти вероятность того, что водитель благополучно доедет до парка.

Решение. Рассмотрим ситуации, при которых водитель может благополучно доехать до парка, определим вероятность наступления каждой из них и общую вероятность поездки.

Вероятность ситуации, соответствующей благоприятной погоде и благополучной поездке определяется вероятностью наступления двух независимых событий и равна произведению вероятностей этих событий.

$$P_1 = 0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$$

Вероятность ситуации, соответствующей неблагоприятной погоде, надежной передаче управления автомобилем на автомат и благополучной поездке при управлении автоматом определяется произведением вероятностей этих событий.

$$P_2 = 0{,}1 \times 0{,}7 \times 0{,}9 = 0{,}063$$

Вероятность ситуации, соответствующей неблагоприятной погоде, отказу автомата, но благополучной поездке при управлении автомобилем вручную определяется произведением вероятностей этих событий.

$$P_3 = 0{,}1 \times 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}003$$

Суммарная вероятность благополучной поездки будет равна сумме вероятностей:

$$P_{\sum} = P_1 + P_2 + P_3 = 0,72 + 0,063 + 0,003 = 0,786$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ОЦЕНКЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ СТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Статистическая вероятность безотказной работы объектов $P(t)$ в интервале времени от 0 до t определяется как отношение числа объектов $N(t)$, безотказно проработавших до момента времени t, к числу объектов, исправных в начальный момент времени $N(0)$. Статистическая вероятность отказа $Q(t)$ равна отношению числа объектов $n(t)$, отказавших к моменту времени t, к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t = 0$ [1,5-9].

$$P(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = \frac{N(0)-n(t)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t)}{N(0)}; \qquad Q(t) = \frac{n(t)}{N(0)}$$

$$P(t) + Q(t) = 1$$

Статистическая плотность распределения наработки до отказа f определяется как отношение числа отказов в интервале времени $(t + \Delta t)$ к произведению числа исправных объектов в начальный момент времени $t = 0$ и длительности интервала Δt:

$$f(t) = \frac{n(t)}{N(0)\,\Delta t} = \frac{N(t)-N(t+\Delta t)}{N(0)\,\Delta t}$$

Статистическая интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяется как отношение числа отказов в интервале $(t, t + \Delta t)$ к произведению числа исправных объектов в момент времени t на длительность интервала времени Δt:

$$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t)\,\Delta t} = \frac{N(t)-N(t+\Delta t)}{N(t)\,\Delta t}$$

Средняя наработка до отказа t_{cp} определяется как среднее арифметическое значение наработки всех объектов, участвовавших в испытаниях.

$$t_{cp} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

Для аналитических оценок вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы объектов, и интенсивность отказов определяются по зависимостям:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}, \qquad \lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

В период нормальной эксплуатации объекта интенсивность отказов не изменяется и зависимость по определению вероятности безотказной работы преобразуются к виду:

$$\boldsymbol{P(t) = e^{-\lambda t} = exp(-\lambda t);\ \lambda(t) = const}$$

Задача 3. На испытание поставлено 1000 одинаковых устройств, которые с течением времени отказывают одно за другим. В течение первого часа испытаний отказало 63 устройства. Через 100 часов в работоспособном состоянии осталось только 105 устройств. За последующий час отказало еще 22 устройства.

Требуется определить интенсивность отказов за первый и последний зафиксированный час работы и сделать вывод о надежности устройства в начале и в конце испытаний.

Решение. Графическое представление условия задачи приведено на рисунке 1 с обозначением числа элементов, отказывающих в разные моменты времени.

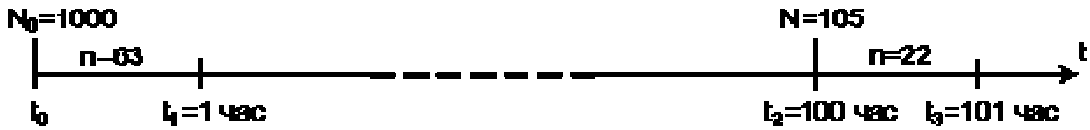

Рисунок 1 – Графическое представление условия задачи

Интенсивность отказов за период времени Δt определяется по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \times \Delta t}, {}^{1}/_{час}.$$

где n(Δt) – число отказов за время Δt;

$N_{ср}$ – число технических устройств, оставшихся в работоспособном состоянии к середине интервала.

Интенсивность отказов за первый час работы устройств определяется:

$$\lambda(1) = \frac{63}{\left(1000 - \frac{63}{2}\right) \times 1} = 0{,}065\ {}^{1}/_{час}.$$

за последний час работы устройств:

$$\lambda(101) = \frac{22}{\left(105 - \frac{22}{2}\right) \times 1} = 0{,}234\ {}^{1}/_{час}.$$

Несмотря на то, что за последний час работы, отказало меньшее количество устройств, интенсивность отказов за этот час выше, следовательно, устройства были более надежны в первый час работы.

Задача 4. В процессе заводских испытаний было проверено 100 машин. Данные об их отказах представлены в таблице 1. Необходимо определить показатели надежности машин в заданные моменты времени в предположении, что моменты отказов происходят в середине каждого промежутка времени.

Таблица 1 – Опытные данные об отказах машин

Параметр	Интервал, ч							
	0..100	100... 200	200... 300	300... 400	400... 500	500... 600	600... 600	700... 800
Промежуток времени Δt, ч	100	100	100	100	100	100	100	100
Число отказавших автомобилей п$((t, t + \Delta t)$	1	2	1	3	2	2	1	2
P(t)								
$f(t) \times 10^{4}$, ч$^{-1}$								
$\lambda(t) \times 10^{4}$, ч$^{-1}$								

Решение. Показатели надежности в заданные интервалы приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Показатели надежности машин

Параметр	Интервал, ч							
	0..100	100... 200	200... 300	300... 400	400... 500	500... 600	600... 600	700... 800
Промежуток времени Δt, ч	100	100	100	100	100	100	100	100
Число отказавших автомобилей п$((t, t + \Delta t)$	1	2	1	3	2	2	1	3
P(t)	0,99	0,97	0,96	0,93	0,91	0,89	0,88	0,85
$f(t) \times 10^{4}$, ч$^{-1}$	1	2	1	3	2	2	1	3
$\lambda(t) \times 10^{4}$, ч$^{-1}$	1,01	2.03	1,04	3,17	2,20	2,22	1.12	3,47

Задача 5. В начальный период наблюдения все четыре колеса автомобиля были работоспособны. Однако после пробега в 10 тыс. км одна из покрышек колеса износилась. Определить интенсивность отказов колес автомобиля.

Решение. Интенсивность отказов колес автомобиля оценивается по зависимости,

$$\lambda(t) = \frac{\Delta N}{N(t) \times t}$$

в которой:

$N(t)$ - число колес автомобиля в начальный период;

ΔN - число износившихся колес;

t - пробег автомобиля.

$$N(t) = 4;\ N(t = 10) = 3;\ \Delta N = 1;\ t = 10 \text{ тыс./км};$$

$$\lambda(t) = \frac{1}{10 \times 4} = 0{,}025 \text{ тыс./км}$$

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ОЦЕНКЕ КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ

Комплексными показателями надежности являются:

- коэффициент готовности $K_Г$;
- коэффициент оперативной готовности $K_{0г}$;
- коэффициент технического использования $K_{ти}$

Коэффициент готовности – $K_Г = \frac{Т}{Т + Тв}$

где: T – средняя наработка на отказ

$T_в$ – среднее время восстановления

Коэффициент оперативной готовности –

$$\boldsymbol{K_{ОГ}} = \frac{Т}{Т + Тр}$$

где Тр – время внепланового ремонта

Коэффициент технического использования и эффективности – $\boldsymbol{K_{ти}}$

$$K_{ТИ} = \frac{Тс}{Тс + Тто + Тр}$$

где: Тс – суммарная наработка изделия;

$Т_{ТО}$ и $Т_р$ – продолжительность простоев, технического обслуживания и ремонта изделия (планового и внепланового).

Задача 6. Определить средний коэффициент готовности, если за наблюдаемый период автомобиль отказал 2 раза. Первая наработка составила 1000 час, вторая – 1600 час. Первый ремонт составил 4 час., второй – 6 час.

Решение

$$T = \frac{1000 + 1600}{2} = 1300\ час;\ T_в = \frac{4 + 6}{2} = 5\ час;\ K_Г = \frac{1300}{1300 + 5} = 0{,}996$$

Задача 7. Определить коэффициент технического использования, если суммарная наработка изделия за рассматриваемый период составила 2560 час, а суммарное время, затраченное на его ремонт и техническое обслуживание, составило: $Т_р$ = 120 час; $Т_{то}$ = 40 часов.

Решение

$$К_{ти} = \frac{Т_с}{Т_с + Т_р + Т_{то}} = \frac{2560}{2560 + 120 + 40} = 0{,}94$$

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛЫ БЕРНУЛЛИ

Вероятность того, что при проведении n независимых испытаний событие A произойдет ровно $\boldsymbol{m}$ раз при вероятности наступления этого события в каждом испытании – $\boldsymbol{P_{cp}}$, определяется по формуле Бернулли:

$$\boldsymbol{Bep(m \div n) = C_n^{\,m}\, P^{m}_{\ cp}\, (1\text{-}P_{cp})^{\,n\text{-}m};\ m \in (0,n),}$$

где $\boldsymbol{C_n^{\,m}}$ *– число сочетаний из* $\boldsymbol{n}$ *по* $\boldsymbol{m}$

$$\boldsymbol{C_n^{\,m}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{m}!(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{m})!} = \frac{\mathbf{1}\times \mathbf{2}\times \ldots \times \boldsymbol{n}}{\mathbf{1}\times \mathbf{2}\times \mathbf{3}\times \ldots \times \boldsymbol{m} \times (\mathbf{1}\times \mathbf{2}\times \mathbf{3}\times \ldots \times (\boldsymbol{n}-\boldsymbol{m}))}$$

Задача 8. Техническая система состоит из пяти независимо работающих элементов. Вероятность отказа любого из элементов за время t в процессе функционирования равна **0,2**. Требуется найти вероятность того, что откажут:

а) три элемента;
б) не менее четырех элементов;
в) хотя бы один элемент.

Решение. Будем использовать формулу Бернулли, в которой:
$\boldsymbol{n}$ **= 5 –** число элементов системы;
$\boldsymbol{m}$ = 3, 4 или 5 – число отказавших элементов системы;
$\boldsymbol{Q}$ **= 0,2** – вероятность того, что откажет один элемент.
Определим:

а) вероятность того, что откажут ровно три элемента из пяти:

$$\mathbf{Q\ (5 \div 3)} = \boldsymbol{C_5^{\,3}\, 0{,}2^{\,3}\, (1 - 0{,}2)^{\,5\text{-}3} = 0{,}0512}$$

б) вероятность того, что откажут не менее четырех элементов из пяти (то есть или четыре, или пять):

$$\mathbf{Q\ (5 \div 4)} = \boldsymbol{C_5^{\,4}\, 0{,}2^{\,4}\, (1 - 0{,}2) = 0{,}008;}$$

$$\mathbf{Q\ (5 \div 5)} = \boldsymbol{0{,}2^{\,5} = 0{,}00032}$$

$$\boldsymbol{Q_{\Sigma} = Q\ (5 \div 4) + Q\ (5 \div 5) = 0{,}00832}$$

в) вероятность того, что откажет хотя бы один элемент.

Решением будет значение вероятности противоположного события - ни один элемент не откажет:

$$P(5) = (1- 0,2)^{5} = 0,33$$

Задача 9. Определить, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше 3-х девочек.

Решение. Вероятность появления девочки равна 0,5.

Решением будет суммарная вероятность вариантов, в которых число девочек составит 0, 1, 2, и 3. Эта вероятность в соответствии с теоремой о сумме несовместных событий определится по зависимости:

$$P_{\sum} = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

Вероятности каждого из этих событий будут равны:

$$P_0 = 0,5^5 = 1/32;$$

$$P_1 = C_5^1\ 0,5^4\ (1-0,5)^4 = 5/32$$

$$P_2 = C_5^2\ 0,5^2\ (1-0,5\ )^3 = 10/32;$$

$$P_3 = C_5^3\ 0,5^3\ (1-0,5)^{2} = 10/32.$$

Общая вероятность составит:

$$P_{\sum} = 1/32 + 5/32 + 10/32 + 10/32 = 13/16$$

Задача 10. Проводятся испытания радиолокационной техники. Испытания продолжаются до тех пор, пока событие *A* (сбой в работе) не произойдет ***k*** раз. Требуется найти вероятность того, что потребуется *n* независимых испытаний, если в каждом из них ***p(A) = p.***

Решение. Появления события **A** в **n** испытании предполагает, что в предшествующих **n-1** испытаниях это событие появилось **k-1** раз. Это означает, что искомая вероятность определяется как вероятность совместной реализации двух независимых событий: появление события **A** в **n-1** испытаниях **k-1** раз и появление в **k-м** испытании события **A**. Вероятность этой ситуации определяется по теореме умножения этих вероятностей.

$$P_{\sum} = C_{n-1}^{k-1} \times P(A)^{k-1} \times (1 - P(A))^{(n-1)-(k-1)} \times P(A)$$

Задача 11. Спортсмену по фехтованию для того, чтобы получить высокую награду необходимо победить в 5 поединках. Найти вероятность того, что для этого придется провести 10 боев, если вероятность победы в каждом из боев составляет 50%.

Решение. Из условия задачи следует, что последний, т.е. 10-ый бой для спортсмена должен быть победным. При этом в предшествующих **9** боях он должен победить 4 раза. Вероятность этого события определяется по формуле Бернулли, а общая вероятность получения награды определяется как произведение вероятности четырех побед в 9 предшествующих боях и вероятности победы в десятом бое.

$$P_{\sum} = C_9^4 \times 0{,}5^4 \times 0{,}5^5 \times 0{,}5 = 0{,}123$$

Задача 12. Из 12 станков, установленных на ремонтном участке завода, **8** отремонтированы. Случайным образом отобраны **9** станков. Определить вероятность того, что среди них будет **8** исправных.

Решение. Вероятность того, что случайно выбранный станок будет исправным, составит:

$$P = k \div N = 8 \div 12 = 0{,}67$$

Вероятность того, что среди ***9*** отобранных станков будет **8** исправных, определится по формуле Бернулли

$$P(^{n} \div {}_{m}) = C_n^m \times P^m \times (1-P)^{n-m}$$

$$P(^{9} \div {}_{8}) = C_9^8 \times 0{,}67^8 \times (1 - 0{,}67) = 0{,}12$$

5. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Структурная схема надежности сложных систем устанавливает связь между элементами системы и их влияние на работу всей системы.

Если успешное функционирование сложной системы происходит только при исправной работе всех ее элементов, то структурная схема такой системы представляет собой ***последовательное соединение элементов.***

Структурная схема системы при последовательном соединении элементов представлена на рисунке 2 [1].

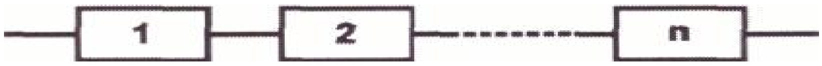

Рисунок 2 – Структурная схема системы при последовательном соединении элементов

Основные зависимости, используемые при оценках надежности [1, 8, 9].

$$\boldsymbol{P(t) = P_i(t) \times P_2(t) \times \ldots \times P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)}$$

$$\boldsymbol{P(t) = \prod_{i=1}^{n} exp(-\lambda_i \times t)}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{\Sigma} = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$$

$$\boldsymbol{t_{cp} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}}$$

Если в системе при отказе одного элемента другой элемент способен выполнить его функции, то структурная схема такой системы представляет собой ***параллельное соединение элементов.***

Структурная схема системы при параллельном соединении элементов представлена на рисунке 3.

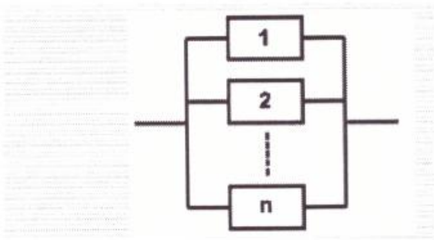

Рисунок 3 – Структурная схема системы при параллельном соединении элементов

Основные зависимости, используемые при оценках надежности [1, 8, 9].

$$\boldsymbol{Q_c(t) = Q_1(t) \times\ Q_2(t) \times \ldots Q_n(t);}$$
$$Q_i(t) = 1 - P_i(t);$$
$$Q_c(t) = \prod_{i=1}^{n}[1 - P_i(t)]$$
$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}[1 - P_i(t)]$$

Очень часто различные технические системы обладают свойствами как параллельных, так и последовательных систем. Такие системы называются ***системами со смешанным соединением***.

Структурная схема системы при последовательно-параллельном (смешанном) соединении элементов представлена на рисунке 4.

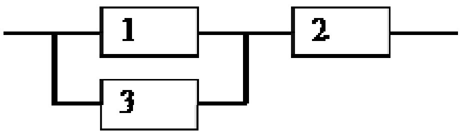

Рисунок 4 – Структурная схема системы при последовательно-параллельном соединении элементов

Соединение элементов **1** и **3** параллельное, а вероятность их безотказной работы определяется по зависимости:

$$\boldsymbol{P_{13}(t) = 1 - (1 - P_1(t)) \times (1 - P_3(t))}$$

соединение элементов 1 и 3 с элементом 2 определяется как последовательное и вероятность безотказной их работы определяется по зависимости:

$$P_{\sum(t)} = P_{13}(t) \times P_2(t)$$

Для определения показателей надежности технических систем (ТС) необходимо:

– описать исследуемый процесс функционирования технических систем;
– найти состав элементов системы, участвующих в этом процессе, и связи между ними;
– знать показатели надежности элементов технической системы;
– разработать структурную схемы надежности системы;
– оценить надежность системы с учетом ее структурной схемы надежности и надежности отдельных элементов.

Для создания структурной схемы функционирования технической системы с точки зрения надежности необходимо на каждом этапе жизненного цикла технической системы найти условия и механизмы возникновения отказов технической системы как единого целого в зависимости от состояния элементов.

Для составления ССН элементы ТС рассматриваются как устройства, пропускающие сигнал с входа на выход с вероятностью, равной вероятности безотказной работы отдельного конструктивного элемента.

Такой подход позволяет свести расчет вероятности безотказной работы ТС к расчету вероятности прохождения условного сигнала с входа на выход структурной схемы.

В ССН включаются лишь элементы, необходимые для выполнения заданных основных функций изделий. Остальные элементы, несущие вспомогательные функции, например, функции контроля или сигнализации, в структурной схеме не показываются.

Задача 13. Для приведенной на рисунке 5 структурной схемы надежности сложной системы и заданных показателях безотказной работы ее элементов определить надежность (вероятность безотказной работы) системы.

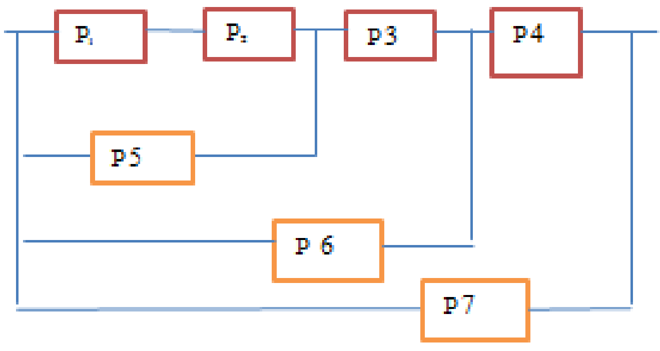

Рисунок 5 – Надежность каждого элемента системы принять равной P_i = 0,9

Решение. Путем постепенного упрощения системы с использованием зависимостей для определения вероятностей безотказной работы получим следующие результаты:

1. Для элементов 1 и 2, используя зависимость для последовательного соединения элементов, получим вероятность безотказной работы эквивалентного по надежности элемента P_{12}.

$$P_{12} = P_1 \times P_2 = 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$$

2. Объединив этот эквивалентный элемент с элементом 5, используя зависимость для параллельного соединения элементов, получим вероятность безотказной работы эквивалентного элемента P125.

$$P_{125} = 1 - (1 - P_{12}) \times (1 - P_5) = 1 - (1 - 0{,}81) \times (1 - 0{,}9) = 0{,}981$$

После этих двух преобразований структурная схема примет вид:

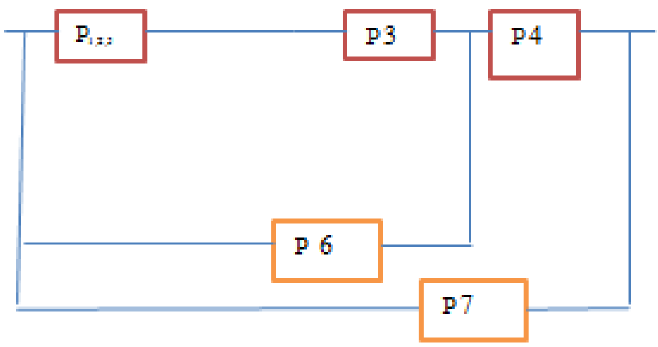

Рисунок 6 – Преобразованная схема

3. После объединения эквивалентного элемента P125 с элементом 3, используя зависимость для последовательного соединения элементов, получим надежность эквивалентного элемента P1235.

$$P_{1253} = P_{125} \times P_3 = 0{,}981 \times 0{,}9 = 0{,}8829$$

4. После соединения эквивалентного элемента P1235 с элементом 6, используя зависимость для параллельного соединения элементов, получим надежность нового эквивалентного элемента P12356.

$$P_{12536} = 1 - (1 - P_{1253}) \times (1 - P_6) = 1 - (1 - 0{,}8829) \times (1 - 0{,}9) = 0{,}98829$$

После последних двух соединений структурная схема примет вид:

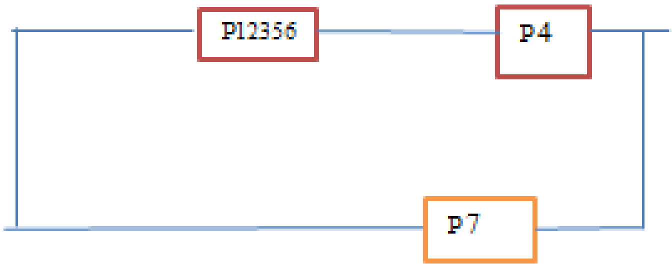

Рисунок 7 – Финальная схема

5. После соединения эквивалентного элемента P12536 с элементом 4, используя зависимость для последовательного соединения элементов, получим надежность нового эквивалентного элемента P125364.

$$P_{125364} = P_{125364} \times P_4 = 0{,}98829 \times 0{,}9 = 0{,}88946$$

6. После соединения эквивалентного элемента P125364 с элементом 7, используя зависимость для параллельного соединения элементов, получим надежность всей системы.

$$Р\text{сист.} = 1 - (1 - P_{125364}) \times (1 - P_7) = 0{,}989$$

Задача 14. Найти количественные характеристики надежности изделия *λ(t), P(t), f(t),* для t = 1000 часов работы, если известно, что среднее время исправной его работы составляет 1260 часов.

Дано: T = 1260 час; t = 1000;

Найти: P(t), f(t), λ(t);

Решение:

1. Интенсивность отказов

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{1}{T} = \frac{1}{1260} = 79,4 \times 10^{-5} час^{-1}}$$

2. Вероятность безотказной работы

$$\boldsymbol{p(t) = e^{-\lambda(t)}}$$

$$\boldsymbol{p(1000) = e^{-79,4 \times 10^{-5} \times 1000} = e^{-0,794} = 0,452}$$

3. Частота отказов

$$\boldsymbol{f(t) = (\lambda) \times p(t)}$$

$$\boldsymbol{f(1000) = 79,4 \times 10^{-5} \times 0,452 = 36,9 \times 10^{-5} час^{-1}}$$

Задача 15. Известно, что время безотказной работы системы описывается экспоненциальным законом распределения с параметром

λ = 0,02 1/час.

Требуется определить вероятность того, что система проработает безотказно в течение **50 ч.**

Решение.

$$\lambda = 0{,}02 \ 1/ч; \ t = 50 \ ч$$

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \ P(t) = e^{-0.02 \times 50} = e^{-1} = 0{,}367$$

Задача 16. Необходимо определить вероятность безотказной работы, вероятность отказа и среднее время безотказной работы системы, состоящей из 6000 элементов после 100 часов работы. При этом интенсивность отказов каждого элемента составляет $\lambda = 5{,}4 \times 10^{-5}$ 1/час;

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda t};$$

$$P(t) = e^{-5{,}4 \times 10^{-5} \times 100} = 0{,}95;$$

Вероятность отказа:

$$Q(t) = 1 = P(t) \ Q(t) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05;$$

Среднее время безотказной работы:

$$t = \frac{1}{5{,}4 \times 10^{-5}} = 19{,}5 \times 10^{3} \text{ час.}$$

Задача 17. Объект состоит из 3-х узлов U1, U2 и U3. Вероятность безотказной работы за время t узлов: U1 $p_1 = 0{,}8$; U2 $p_2 = 0{,}9$; U3 = $p_3 = 0{,}7$.

По истечении времени t объект несправен. Найти вероятность, что:

- неисправен узел U1;
- неисправен узел U2;
- неисправны узлы U1 и U2;
- неисправны все три узла.

Решение. Поскольку отказ каждого из 3-х узлов объекта приводит к его отказу, устанавливаем, что структурная схема надежности объекта представляет собой последовательное соединение его узлов (рисунок 8).

Рисунок 8 – Структурная схема надежности объекта

Отказ объекта может происходить по причине отказа одного или нескольких узлов, входящих в его состав, при этом другие элементы могут находиться в рабочем состоянии.
Вероятности таких ситуаций представляют решения этой задачи

1. Вероятность неисправности объекта по причине отказа первого узла

$$P_1 = 0{,}2 \times 0{,}9 \times 0{,}7 = 0{,}126$$

2. Вероятность неисправности объекта по причине отказа второго узла

$$P_2 = 0{,}8 \times 0{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}56$$

3. Вероятность неисправности объекта по причине отказа первого и второго узлов

$$P(_{1,2}) = 0{,}2 \times 0{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}014$$

Задача 18. Система состоит из двух элементов, интенсивности отказов которых равны: $\lambda_1 = 0{,}02$; $\lambda_2 = 0{,}05$.

Найти вероятность того, что за период t = 6 ч:

а) оба элемента не откажут

б) оба элемента откажут

Решение. Вероятность безотказной работы одного элемента определяется по формуле:

$$P\ (t) = e^{-\lambda t}$$

Вероятность безотказной работы:

первого элемента: $P_1\ (t) = e^{-002\times 6} = 0\ {,}89$

второго элемента: $P_2\ (t) = e^{-005\times 6} = 0\ {,}74$

Вероятность безотказной работы обоих элементов

$$P_{12}(t) = 0{,}89 \times 0{,}74 = 0{,}66$$

Вероятность отказа обоих элементов

$$Q_{12} = (1 – 0,89) \times (1 – 0,74) = 0,11 \times 0,26 = 0,0286$$

Задача 19. Определить надежность системы, состоящей из трех блоков, имеющее смешанное соединение элементов (рисунок 9).

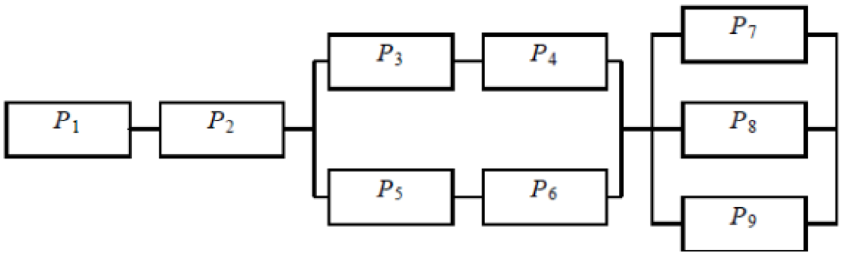

Рисунок 9 – Структурная схема надежности системы

Известно, что надежность каждого из ее элементов равна:

в первом блоке (блок а) с последовательным соединением элементов:

$$p_1 = 0,99; p_2 = 0,98$$

во втором блоке (блок б) с последовательно-параллельным соединением элементов:

$$p_3 = 0,9; p_4 = 0,95; p5 = 0,9; p_6 = 0,9$$

в третьем блоке (блок в) с параллельным соединением элементов:

$$p_7 = 0,8; p_8 = 0,75; p_9 = 0,7$$

Решение. При расчете надежности воспользуемся формулами как для последовательного, так и для параллельного соединения элементов.

Вероятность безотказной работы элементов в первом блоке равна:

$$\text{Pa} = p_1 \times p_2 = 0,99 \times 0,98 = 0,97$$

Вероятность безотказной работы элементов во втором блоке равна:

$$\text{Pб} = [1- (1- p_3 \times p_4) \times (1- p_5 \times p_6)] = [1- (1- 0,9 \times 0,95) \times (1- (0,9 \times 0,9)] = 0,973$$

Вероятность безотказной работы элементов в третьем блоке равна:

$$P\textit{в} = [1 - (1 - p_7) \times (1- p_8) \times (1 - p_9)] = 1 - (1 - 0,8) \times (1 - 0,75) \times (1 - 0,7) = 0,985$$