ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник написан на основе лекций, читаемых автором в МГСУ по курсу сопротивления материалов. Он предназначен для студентов, обучающихся по строительным специальностям, но может быть полезен студентам всех технических вузов, в которых изучается сопротивление материалов.

Сопротивление материалов является классической дисциплиной, основные положения которой были сформулированы более ста лет тому назад и в дальнейшем не подвергались какому-либо серьезному пересмотру. В нашей стране в разное время, в том числе и за последние 10–20лет, было издано много прекрасных учебников по данной дисциплине. Поэтому написание нового учебника по сопротивлению материалов требует некоторого обоснования. Создавая новый учебник, автор руководствовался следующими соображениями.

В последние годы резко вырос объем знаний, которые необходимо усвоить выпускнику любого высшего учебного заведения. Поэтому на изучение многостраничных томов студентам просто физически не хватает времени, в связи с чем возникает необходимость издания лаконичных по форме и содержательных по существу учебников практически по всем дисциплинам. Одной из целей автора было написание такого учебника по сопротивлению материалов.

При изучении той или иной дисциплины студент должен отчетливо осознавать ее связь с другими дисциплинами и ее значение для формирования базовых профессиональных знаний. Поэтому в данный учебник включен раздел, посвященный современным методам расчета конструкций и сооружений на прочность и показывающий, какой вклад в разработку этих методов вносит сопротивление материалов. И, наконец, автор счел необходимым подробно рассмотреть понятие сосредоточенной силы, с которым студентам приходится сталкиваться как в курсе сопротивления материалов, так и в других дисциплинах, связанных с расчетом конструкций на прочность. Это сделано с целью уберечь будущих специалистов от ошибок при интерпретации результатов расчетов, в которых распределенная нагрузка заменяется сосредоточенными силами. В остальном содержание учебника является традиционным для данной дисциплины.

Для лучшего усвоения теоретического материала в учебник включено большое количество примеров расчета. Примеры подобраны таким образом, чтобы облегчить студентам выполнение расчетно-графических работ по курсу сопротивления материалов.

Автор выражает благодарность рецензентам книги за ценные замечания и сотрудникам книжной редакции издательства МИСИ – МГСУ, принимавшим участие в подготовке учебника к изданию.

Все возможные замечания по содержанию учебника следует направлять по электронной почте: *agapovpb@mail.ru*; они будут с благодарностью приняты автором.

В.П. Агапов

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. ПРЕДМЕТ ИЗУЧЕНИЯ, ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Человек создан беззащитным перед лицом природы, но наделен разумом, позволяющим ему возводить конструкции и сооружения для обеспечения своей жизнедеятельности: для защиты от природных стихий, для производства товаров потребления, для перемещения людей и перевозки грузов и т.п. Диапазон создаваемых человеком объектов широк и продолжает расширяться. Большая часть существующих и вновь проектируемых конструкций и сооружений должна обладать прочностью и жесткостью для выполнения своих функций. Жилые и промышленные здания не должны разрушаться под действием собственного веса и внешних сил (ветра, снега, вибраций оборудования и т.п.), и при этом они не должны деформироваться настолько, чтобы это затрудняло пребывание в этих зданиях людей и препятствовало нормальной эксплуатации оборудования; транспортные средства не должны разрушаться при движении по дорогам, по воде и по воздуху и т.д. Иначе говоря, несущие части конструкций и сооружений должны обладать прочностью и жесткостью.

Понятия прочности и жесткости знакомы каждому, тем не менее уточним их, поскольку в курсе сопротивления материалов эти понятия относятся к основным. Под *прочностью* в сопротивлении материалов подразумевается способность конструкции воспринимать внешние силы без разрушения, под *жесткостью* — способность под действием нагрузки сохранять без существенных изменений геометрические размеры конструкции. Таким образом, при создании конструкций и сооружений необходимо правильно подобрать размеры отдельных элементов, способы их соединения и материалы, обеспечивающие как прочность, так и жесткость. Решением этих задач занимается комплекс научных дисциплин, объединяемых общим названием — «механика твердого деформируемого тела». Сопротивление материалов — один из разделов этого комплекса. В него входят также строительная механика, теория упругости, теория пластичности и теория ползучести. Чтобы выяснить роль этих дисциплин, проанализируем состав несущих конструкций, используемых в различных областях техники.

Практически любая конструкция состоит из множества отдельных элементов, так или иначе связанных между собой. По их геометрической форме элементы могут быть классифицированы как трехмерные, двухмерные и одномерные.

Трехмерные — это элементы сплошной среды (тело плотины, станина станка, корпус автомобильного двигателя и т.п.), т.е. такие элементы, у которых все три основных размера имеют один и тот же порядок.

Двухмерные — это пластины и оболочки, т.е. такие элементы, у которых один размер (толщина) намного меньше двух других. Например, плита перекрытия — это, с позиции механики твердого деформируемого тела, пластина, корпус автомобиля — это оболочка и т.п.

Одномерные — это элементы, у которых один размер (длина) больше двух других. В строительных сооружениях это элементы стержневого каркаса здания, отдельные балки и т.п. В машиностроительных конструкциях это всевозможные тяги, валы двигателей и передаточных механизмов и т.п.

Сопротивление материалов как наука возникло раньше остальных прочностных дисциплин, перечисленных выше, и поначалу предметом изучения этой науки были стержневые элементы. Начало теоретическим и экспериментальным исследованиям в этой области положил Г. Галилей (1564—1642). Им установлены важные соотношения между размерами стержней и нагрузками, которые эти стержни могут выдержать при растяжении и изгибе стержней. При исследовании растяжения Г. Галилей ввел понятие «абсолютного» сопротивления, равного силе, которую может выдержать сечение растянутого стержня. Полагая, что таким же сопротивлением обладает изогнутый стержень, Г. Галилей определил предельную нагрузку для изгибаемого консольного стержня, нагруженного силой на свободном конце. Фактически Г. Галилей предположил, что опорное сечение изгибаемого консольного стержня целиком растянуто, что не соответствует действительности. Несмотря на это, Г. Галилей высказал правильные идеи об использовании с целью экономии материалов балок переменного сечения (балок равного сопротивления изгибу) и полых балок.

Ошибка Г. Галилея в отношении сопротивления балок изгибу исправлена другими учеными. В частности, Э. Мариотт (1620—1684) предположил, что внутренние усилия в опорном сечении изгибаемой консоли изменяются по линейному закону от нуля в нижней точке до максимального значения в растянутой зоне, что в большей степени соответствовало действительности и позволило уточнить значения предельных нагрузок. А. Паран (1666—1716) развил представление Э. Мариотта и обосновал наличие сжатой зоны в опорном сечении изогнутого консольного стержня.

Исследования Г. Галилея, Э. Мариотта и А. Парана проводились без учета свойств материала. Важное значение для дальнейшего развития науки о сопротивлении материалов имели исследования английского физика Р. Гука (1635—1703). Изучая упругие деформации твердых тел, Р. Гук установил, что между силами и перемещениями существует линейная зависимость. Используя эту зависимость и введя гипотезу плоских сечений, предполагающую, что поперечные сечения балок при изгибе поворачиваются, оставаясь плоскими, Я. Бернулли (1654—1705) установил, что кривизна изогнутой оси пропорциональна изгибающему моменту. Л. Эйлер (1707—1783) развил идеи Я. Бернулли и получил дифференциальное уравнение изогнутой оси, а Ш. Кулон (1736—1806) окончательно установил закон распределения напряжений при изгибе. Ш. Кулоном получены также основные соотношения при кручении стержней.

Английский физик Т. Юнг (1773—1829) ввел понятие модуля упругости материала при растяжении и сжатии, а французский ученый А. Навье (1785—1836) дал современное определение модуля упругости как отношения напряжения (усилия, действующего на единицу площади) к относительному удлинению. А. Навье придал дифференциальному уравнению изогнутой оси стержня современный вид, введя в это уравнение модуль упругости.

Таким образом, понадобилось почти триста лет, чтобы сформулировать основные положения сопротивления материалов как науки о прочности и жесткости стержневых элементов. При этом использовались как аналитические, так и экспериментальные методы исследования, которые удачно дополняли друг друга. Начиная с XVIII в., достижения науки о сопротивлении материалов начали широко применяться в инженерном деле, так как простые формулы, полученные в этой науке, позволяли определять размеры элементов конструкций и сооружений, удовлетворяющие условиям прочности и жесткости, а также требованиям экономичности.

По мере накопления знаний относительно прочности и деформаций стержней и разработки методов их расчета оказалось возможным применить эти знания и методы к некоторым типам двухмерных элементов, например к осесимметричным оболочкам. Однако для расчета сложных конструкций (пластинок и оболочек произвольного очертания, комбинированных систем) разработанные в сопротивлении материалов методы оказались недостаточными. Поэтому наряду с сопротивлением материалов стали развиваться и другие научные дисциплины. Этому в значительной мере способствовало возникновение в математике теорий дифференциального и интегрального исчисления. В частности, с использованием теории исчисления бесконечно малых величин в XVIII в. возникла теория упругости, предметом изучения которой стали произвольной формы и произвольным образом нагруженные твердые деформируемые тела. Поскольку в теории упругости широко используются элементы дифференциального и интегрального исчисления, эту дисциплину иногда называют *математической теорией упругости*.

Для расчета двухмерных конструкций (пластинок и оболочек) разработаны специальные методы, рассматриваемые в *теории пластинок и оболочек*. Методы расчета стержневых систем (рам, ферм) рассматриваются в *строительной механике стержневых систем*.

Многие инженерные конструкции и сооружения проектируют таким образом, чтобы материал этих объектов при действии эксплуатационных нагрузок работал в пределах упругости. Свойством идеальной упругости называется свойство тел полностью восстанавливать свои первоначальные размеры и форму после устранения причин, вызвавших деформации этого тела. Ясно, что ось автомобильного колеса в процессе эксплуатации должна оставаться прямой. Это можно обеспечить, если спроектировать ось таким образом, чтобы ее материал при действии эксплуатационных нагрузок работал в пределах упругости. Тогда деформации, возникающие в процессе езды автомобиля, будут ничтожно малы и будут исчезать после устранения внешних воздействий. В перечисленных выше научных дисциплинах рассматриваются методы расчета и проектирования конструкций при условии их работы в пределах упругости. Отсюда и название основополагающей дисциплины — *теория упругости*.

Однако в процессе эксплуатации могут возникнуть нагрузки, приводящие к разрушению конструкции: землетрясения вызывают (или могут вызвать) разрушение конструкций зданий, попадание колеса автомобиля в глубокую выбоину может привести к поломке оси и т.п. Разрушение конструкций происходит, как правило, с образованием необратимых пластических деформаций. Методы расчета конструкций при возникновении пластических деформаций рассматриваются в *теории пластичности*. Методы теории пластичности дают возможность определять разрушающие нагрузки, что очень важно для определения коэффициентов запаса по прочности.

Поведение конструкций при длительном действии статических нагрузок изучают в *теории ползучести*. Существуют и другие научные дисциплины, так или иначе связанные с исследованием прочности конструкций и их элементов.

Таким образом, сопротивление материалов — один из разделов механики твердого деформируемого тела. Для стержневых конструкций сопротивление материалов является базовой дисциплиной.

1.2. СХЕМАТИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ. РЕАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ И РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

Любая реальная конструкция, к какой бы области техники она ни относилась, имеет силовую (несущую) часть, которая обеспечивает прочность и жесткость данной конструкции, и вспомогательные (с точки зрения прочности) части, которые могут иметь самое разнообразное назначение. Это могут быть функциональные элементы, не влияющие на прочность (например сантехнические конструкции в строительном сооружении), элементы ограждения, элементы внешнего оформления и т.п. При расчете любой конструкции на прочность вводится понятие *расчетной схемы*. Перед составлением расчетной схемы ставится задача исследования и в зависимости от содержания этой задачи дается упрощенное изображение конструкции. Упрощение достигается отбрасыванием второстепенных факторов, мало влияющих на результаты расчета. При этом при расчете одной и той же конструкции могут использоваться разные расчетные схемы. Например, при исследовании общей прочности конструкции ее отдельные составные части могут изображаться упрощенно, с указанием их основных характеристик. Напротив, при исследовании местной прочности узлов и агрегатов последние должны изображаться на расчетных схемах с сохранением всех их особенностей.

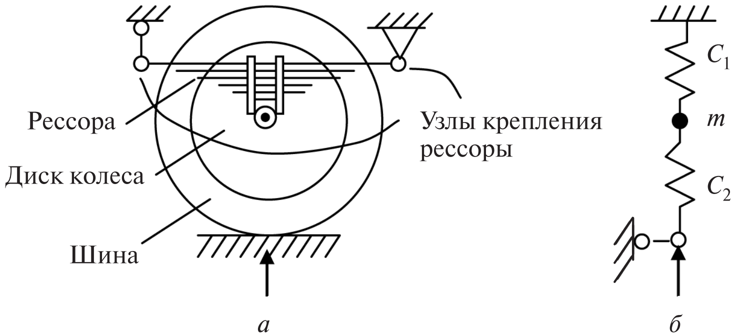


Рис. 1.1. Конструкция и расчетная схема автомобильного колеса:
а — конструкция; *б* — расчетная схема

Рассмотрим проблемы, связанные с разработкой расчетной схемы, на примере автомобильного колеса, условно изображенного на рис. 1.1, *а*.

Предположим, что расчетчика интересует суммарное усилие, передаваемое на узлы крепления рессоры к несущей части кузова автомобиля от воздействия со стороны дороги. Тогда расчетная схема данного узла автомобиля может быть представлена в виде, изображенном на рис. 1.1, *б*. На этом рисунке жесткость рессоры представлена пружиной C_1, суммарная жесткость шины и диска колеса — пружиной C_2 и суммарная масса колеса и рессоры — массой m. При необходимости же рассчитать на прочность диск колеса расчетная схема может быть такой, как показано на рис. 1.2.

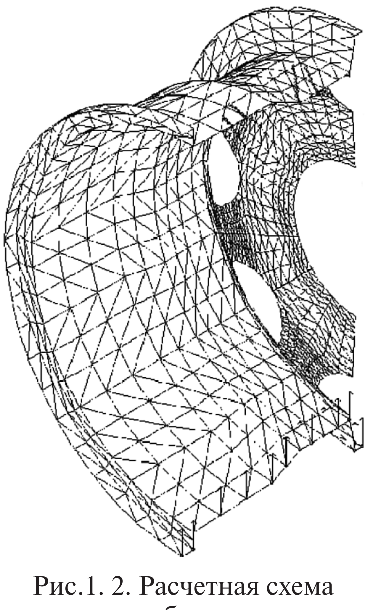


Рис.1. 2. Расчетная схема диска автомобильного колеса

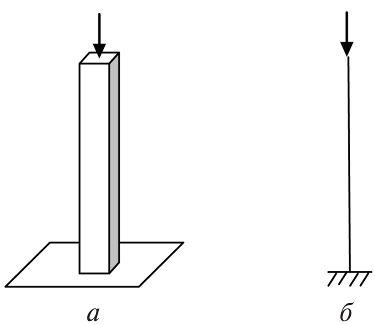


Рис. 1.3. Конструкция (*а*) и расчетная схема колонны (*б*)

При расчете на прочность стержней последние могут быть представлены на расчетных схемах своими осями, как показано, например, на рис. 1.3.

1.3. ВНЕШНИЕ СИЛЫ

Каждая конструкция выполняет свои функции, взаимодействуя с окружающими телами. В результате появляются силы. Например, на автомобиль действуют собственный вес, вес пассажиров и оборудования, аэродинамические нагрузки, силы взаимодействия с дорожным полотном, инерционные силы (рис. 1.4). На строительную конструкцию, фрагмент которой показан на рис. 1.5, действуют собственный вес, ветровые и снеговые нагрузки, в сейсмоопасных районах возможно появление сейсмических нагрузок. На скелет человека, который также можно рассматривать как некоторую механическую несущую систему, действует собственный вес, в некоторых случаях к нему добавляются силы инерции и некоторые другие, часто нежелательные, воздействия. При расчете или проектировании конструкций последние рассматриваются изолированно от окружающих тел, при этом действие этих тел заменяется силами, которые называются внешними. Внешние силы делятся на объемные и поверхностные. Объемные силы распределены по объему тела и приложены к каждой его частице (магнитные и инерционные силы, силы земного притяжения и т.п.). Поверхностные силы приложены к участкам поверхности. Как правило, поверхностные силы являются распределенными. Однако, если участок, на котором действует некоторая распределенная нагрузка, мал, то эту нагрузку можно представить в виде сосредоточенной силы. Например, на рис. 1.6, *а* показан фрагмент строительной конструкции, включающий фундаментную плиту, колонны и плиту перекрытия, нагруженную распределенной нагрузкой. Нагрузки на фунда-

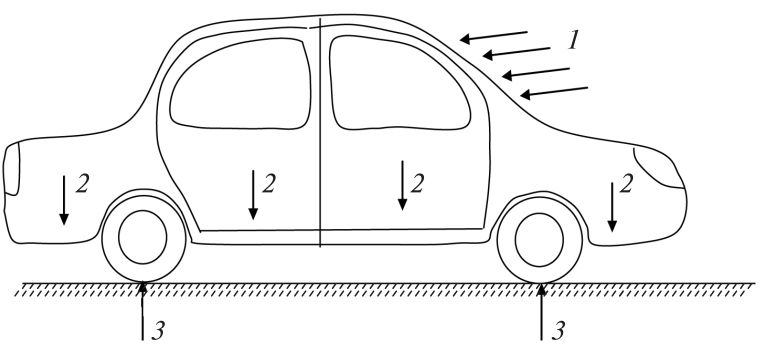


Рис. 1.4. Силы, действующие на автомобиль:
1 — аэродинамические силы; *2* — вес пассажиров и оборудования;
3 — силы взаимодействия с дорожным полотном

ментную плиту передаются с колонн по сравнительно небольшой поверхности поперечного сечения колонны. Поэтому при расчете прочности фундаментной плиты можно считать, что она нагружается сосредоточенными силами, как показано на рис. 1.6, *б*.

В соответствии с действующим ГОСТ все расчеты должны проводиться с использованием Международной системы единиц измерения (СИ). Единицей силы в этой системе является ньютон (Н), единицей давления паскаль (Па). Паскаль — это давление, которое создает сила 1 Н, равномерно распределенная по поверхности 1 м^2 (1 Па = 1 Н/м^2). Интенсивность объемной нагрузки есть сила, действующая на единицу объема, измеряемого в метрах (Н/м^3).

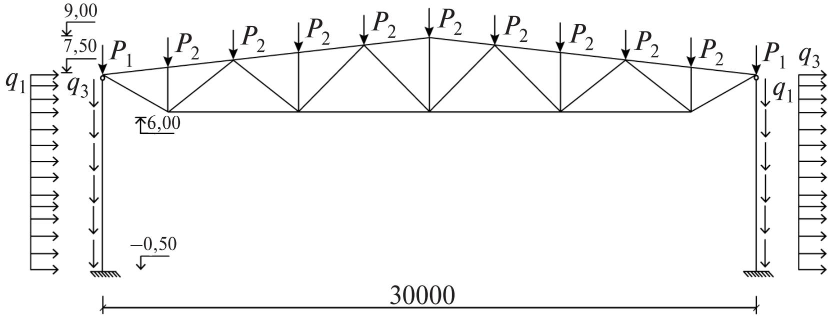


Рис. 1.5. Силы, действующие на фрагмент строительной конструкции

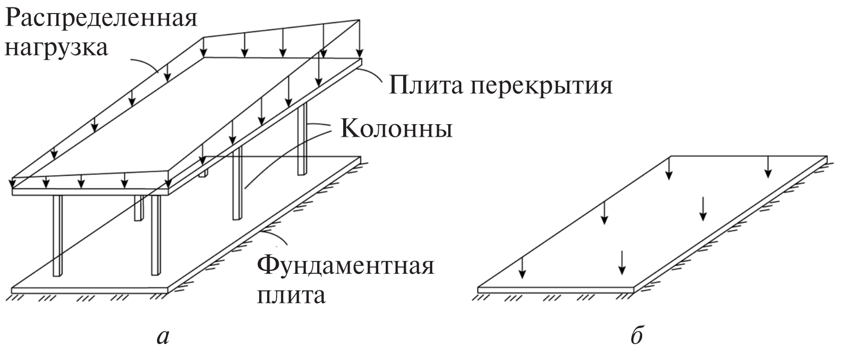
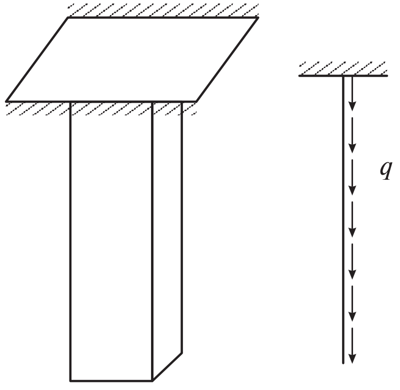


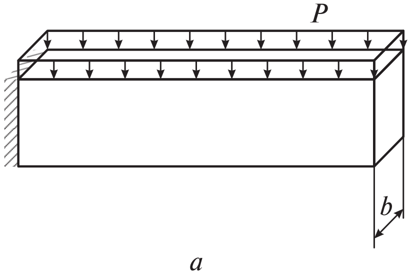
Рис. 1.6. Нагрузки, действующие на фрагмент строительной конструкции, включающей фундаментную плиту, колонны и плиту перекрытия: *а* — фрагмент конструкции; *б* — нагрузки на фундаментную плиту

При расчете стержней на действие распределенной нагрузки последнюю приводят к оси стержня. В результате получается нагрузка, распределенная по линии, такую нагрузку принято называть погонной нагрузкой.

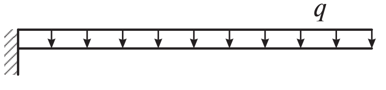


а *б*

Рис. 1.7. Условное изображение нагрузки от собственного веса:
а — весомый стержень;
б — расчетная схема



а



б

Рис. 1.8. Условное изображение нагрузки от оборудования;
а — изгибаемый брус;
б — расчетная схема

Например, при расчете стержня, изображенного на рис. 1.7, на действие собственного веса воздействие может быть задано в виде погонной нагрузки интенсивностью $q = \gamma \times A$, где γ — удельный вес; A — площадь поперечного сечения стержня.

При расчете балки, изображенной на рис. 1.8, *а*, на изгиб под действием распределенной нагрузки интенсивностью p воздействие на балку задается в виде погонной нагрузки интенсивностью q, приведенной к оси балки, как показано на рис. 1.8, *б*. При этом $q = p \times b$ (Н/м), где b — ширина сечения.

Под воздействием внешних сил конструкция деформируется, различные точки ее получают различные перемещения и в них возникают различные по величине и направлению внутренние силы. Внутренние силы есть результат взаимодействия частей тела друг с другом. Очевидно, что внутренние силы существуют и в ненагруженном состоянии. Это силы взаимного тяготения между атомами, молекулами и более крупными частицами. При деформации тела в нем возникают дополнительные внутренние силы. Изучение методов определения этих сил составляет одну из основных задач сопротивления материалов. Не менее важной задачей является установление связей между значениями внутренних сил и условиями прочности и жесткости элементов конструкций. Ввиду важности понятий перемещений, деформаций и внутренних сил рассмотрим эти понятия подробнее.

1.4. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ

Пусть некоторое тело под действием внешних сил деформируется и переходит в новое положение (рис. 1.9). При этом все точки тела за исключением тех, в которых имеются кинематические связи, перемещаются и занимают новое положение. Очевидно, что отрезки линий при деформации тела в целом изменяют свою длину и поворачиваются на некоторые углы. Для характеристики изменений, происходящих в каждой точке тела и в ее окрестностях, вводятся понятия перемещений и деформаций. Эти понятия определяются следующим образом.

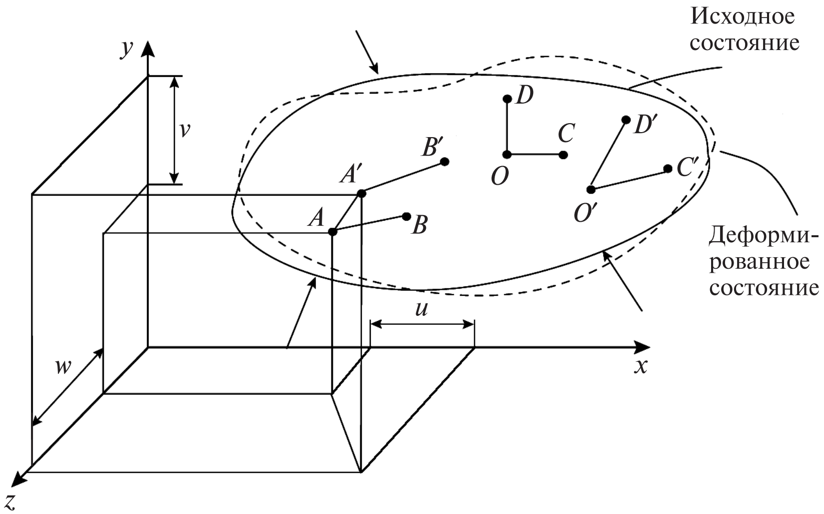


Рис. 1.9. Исходное и деформированное состояния

Пусть некоторая точка, занимающая в недеформированном теле положение A, переходит в новое положение A'. Длина отрезка AA' называется полным перемещением в точке A. Проекции полного перемещения на оси x, y и z обозначаются через u, v и w, соответственно. Некоторый отрезок AB, первоначальная длина которого равна l, перемещается в новое положение $A'B'$.

Длина отрезка AB изменяется на величину Δl. Величина $\varepsilon_{\text{р}} = \lim\limits_{l \to 0}\left(\Delta l / l\right)$ называется линейной деформацией в точке A по направлению отрезка AB. Линейные деформации в направлении координатных осей обозначаются ε_x, ε_y, ε_z.

Рассмотрим первоначально прямой угол COD. В результате деформации тела этот угол изменится на величину γ_{cod}. Предел этой величины $\gamma_{cd} = \lim\limits_{\substack{CD \to 0 \\ OC \to 0}} = \gamma_{cod}$ называется углом сдвига или угловой деформацией в плоскости COD. В координатных плоскостях эти величины обозначаются γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}.

Таким образом, понятие перемещения связано с точкой, а понятие деформации — с линейными отрезками.

Расчет конструкции на жесткость заключается в определении перемещений и деформаций и сопоставлении их с допускаемыми значениями.

1.5. ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Рассмотрим теперь внутренние усилия, возникающие в теле, изображенном на рис. 1.9. Рассечем данное тело мысленно на две части A и B (рис. 1.10). Частицы тела, соприкасающиеся между собой по плоскости сечения, взаимодействуют, и силы взаимодействия равны по величине и противоположны по направлению. Разъединим мысленно части A и B. Если внутренние силы, действующие на часть A, направлены, как показано на рис. 1.11, то силы, действующие на часть B, будут направлены в противоположную сторону. Отбросим мысленно одну часть, например часть B, и рассмотрим внутренние силы в сечении части A (рис. 1.12). Эти силы распределены по всей площади сечения. Рассмотрим некоторую площад-

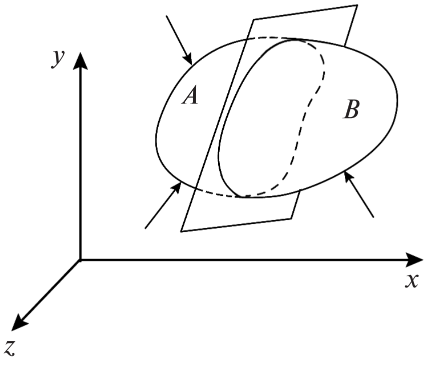


Рис. 1.10. Отсеченная часть тела

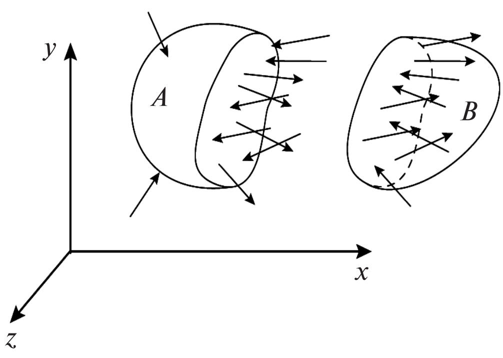


Рис. 1.11. Внутренние силы в сечениях

ку ΔA, лежащую в плоскости сечения в окрестности точки N. На эту площадку действует сила ΔS. Отношение ΔS к ΔA называется средним напряжением в точке N, т.е. $p_{\text{ср}} = \Delta S/\Delta A$. Будем уменьшать размер площадки ΔA, стягивая ее в точку N. Предел отношения ΔS к ΔA при $\Delta A \to 0$ называется полным напряжением в точке N, т.е. $p = \lim\limits_{\Delta A \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta A}$. Напряжение является удобной мерой внутренних сил. По величине напряжения можно судить о прочности конструкции в данной точке, поэтому расчет на прочность и сводится к определению напряжений во всех точках конструкции с последующей оценкой состояния конструкции. Измеряются напряжения в силах, отнесенных к единице площади. В технической системе единиц напряжение измеряют в кгс/см^2 или в кгс/мм^2. В настоящее время рекомендуется система единиц СИ, в которой напряжение измеряется в паскалях.

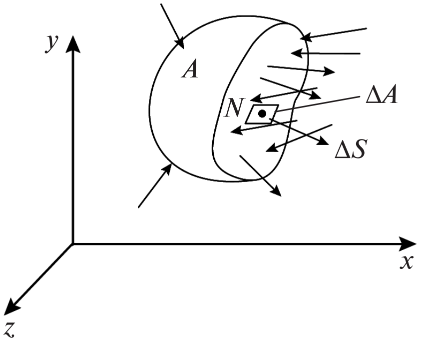


Рис. 1.12. Внутренние силы в сечении *A*

Проекция полного напряжения на нормаль к плоскости сечения называется нормальным напряжением и обозначается буквой σ, тогда как проекция на плоскость сечения называется касательным напряжением и обозначается буквой τ.

Так как в данной точке тела произвольной формы можно провести бесконечное множество сечений, возникает вопрос, какие из них выбрать для расчета. Обычно проводят сечения, параллельные координатным плоскостям. Выделим в окрестности точки *N* прямоугольный параллелепипед, образованный тремя парами плоскостей, параллельных координатным плоскостям (рис. 1.13). Внутренние силы (напряжения), действующие на всех гранях параллелепипеда, разложим на составляющие по координатным осям. Получим систему напряжений, показанных на рис. 1.13. Таким образом, в общем случае расчет любой конструкции на прочность сводится к определению компонентов напряжений σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}, τ_{yx}, τ_{zy}, τ_{xz}.

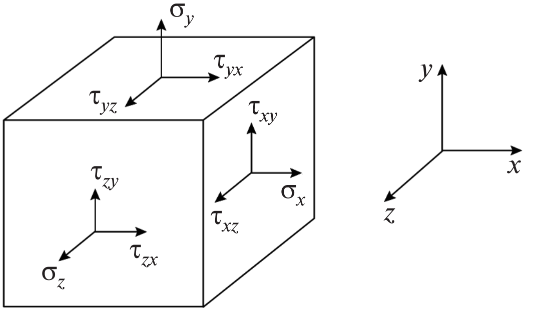


Рис. 1.13. Напряженное состояние в точке твердого тела

Описанный выше метод исследования внутренних усилий и напряжений называется методом сечений. Он позволяет не только установить сам факт существования внутренних усилий, но и найти их значение.

Заменим внутренние усилия, изображенные на рис. 1.12, равнодействующими силой и моментом, приведенными к центру тяжести сечения (возможность приведения произвольной системы сил к одной равнодействующей силе и одному равнодействующему моменту рассматривается в курсе теоретической механики). Разложим равнодействующие силы и момент на составляющие по координатным осям. Получим три силы F_x, F_y, F_z и три момента M_x, M_y, M_z. Предположим, что рассматриваемое тело находится в состоянии равновесия. Тогда для любой его части должны соблюдаться условия, согласно которым сумма проекций всех сил на координатные оси X, Y, Z и сумма моментов всех сил относительно этих осей равны нулю. Математически это записывается так:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0; \sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0. \qquad (1.1)$$

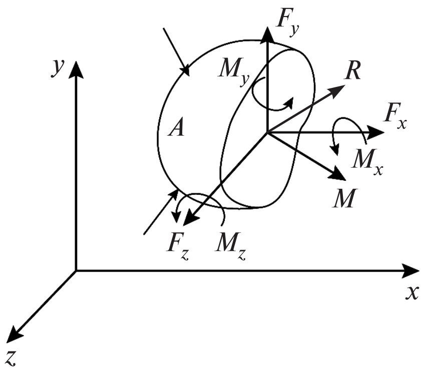


Рис. 1.14. Равнодействующие силы и моменты в сечении

Составив уравнения (1.1) для отсеченной части тела, показанной на рис. 1.14, получим шесть уравнений, из которых можно найти шесть составляющих внутренних усилий, если известны все внешние силы.

Уравнения (1.1) выражают условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Доказательство этих уравнений приводится в разделе «Статика» теоретической механики, поэтому иногда их называют уравнениями статики.

Метод сечений и уравнения равновесия широко используются в сопротивлении материалов при изучении различных форм деформаций стержней.

1.6. СВЯЗЬ МЕЖДУ ВНУТРЕННИМИ СИЛОВЫМИ ФАКТОРАМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ ДЛЯ СТЕРЖНЕЙ

В сопротивлении материалов при расчете стержней на прочность удобнее оперировать не напряжениями, а усилиями. При этом сечение проводят перпендикулярно оси стержня, а систему координат выбирают, как показано на рис. 1.15.

Заменяя внутренние напряжения в сечении равнодействующими силой и моментом и раскладывая эти силы на составляющие по координатным осям, получаем шесть составляющих внутренних усилий (рис. 1.16). Эти составляющие определяются следующим образом:

продольная сила N_x — сумма проекций внутренних сил на ось x;
поперечная сила Q_y — сумма проекций внутренних сил на ось y;
поперечная сила Q_z — сумма проекций внутренних сил на ось z;

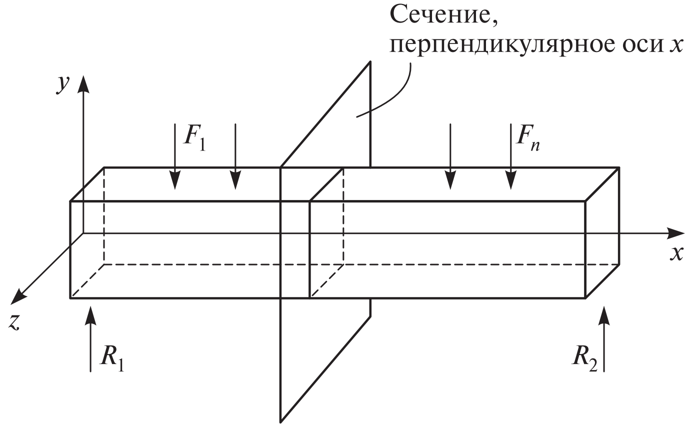


Рис. 1.15. Поперечное сечение стержня

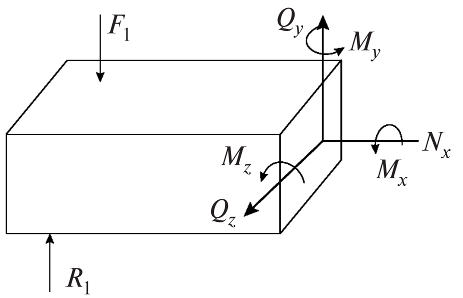


Рис. 1.16. Усилия в поперечном сечении

крутящий момент M_x — сумма моментов внутренних сил относительно оси x;

изгибающий момент M_y — сумма моментов внутренних сил относительно оси y;

изгибающий момент M_z — сумма моментов внутренних сил относительно оси z.

1.7. ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ И ГИПОТЕЗЫ, ПРИНЯТЫЕ В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

Основным объектом расчета в сопротивлении материалов являются стержни и стержневые системы. Сам расчет заключается либо в проверке прочности, либо в проверке жесткости. При этом принимаются некоторые гипотезы и допущения, оправданные многолетним опытом расчета и эксплуатацией конструкций и сооружений.

Основная гипотеза — это гипотеза плоских сечений. Эта гипотеза предполагает, что при деформировании стержня его поперечные сечения перемещаются и поворачиваются на некоторые углы, но при этом остаются плоскими.

Основные допущения таковы:

- Принцип начальных размеров. Предполагается, что перемещения малы по сравнению с размерами стержня. Поэтому все уравнения равновесия составляются для исходного (недеформированного) состояния.
- Закон Гука. Предполагается, что материал конструкции при ее деформировании подчиняется закону Гука. В современной трактовке закон Гука записывается следующим образом:

$$\sigma = E\varepsilon; \tau = G\gamma,$$

где E и G — механические характеристики материала, называемые модулем упругости и сдвига, соответственно.

На основании закона Гука можно сказать, что перемещение любой точки прямо пропорционально приложенной силе, т.е.

$$\delta_A = K_A F,$$

где δ_A — перемещение точки A; F — сила; K_A — коэффициент пропорциональности.

Следствием перечисленных допущений является вывод о независимости действия сил, который гласит:

Результат действия на конструкцию системы сил равен сумме результатов, вызванных каждой силой в отдельности.

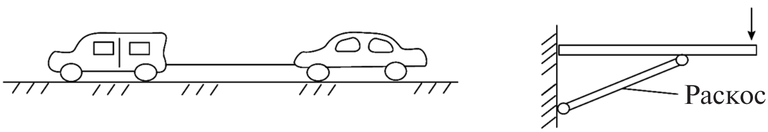
Этим принципом широко пользуются как в сопротивлении материалов, так и в других дисциплинах, связанных с анализом напряженно-деформированного состояния (НДС).

Таким образом, нами обозначен предмет изучения (отдельные элементы конструкций, в основном стержни), цели расчета (расчет на прочность или жесткость) и установлены основные принципы и допущения, принимаемые в расчетах. В курсе сопротивления материалов рассматриваются различные способы нагружения конструкций и возникающие при этом усилия и деформации.

2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

2.1. ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Под растяжением или сжатием понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы. Такой вид деформации испытывают элементы многих строительных и машиностроительных конструкций. Например, буксировочный трос, показанный в ситуации, изображенной на рис. 2.1, *а*, работает на растяжение, раскос в конструкции, изображенной на рис. 2.1, *б*, работает на сжатие.



а *б*

Рис. 2.1. Пример элементов, работающих на растяжение (*а*) и сжатие (*б*)

В примерах, показанных на рис. 2.1, растяжение и сжатие осуществляются силами, приложенными на концах стержня. Расчетная схема для этих случаев оказывается единой с той лишь разницей, что при растяжении внешние силы направлены наружу, а при сжатии — внутрь (рис. 2.2).

а *б*

Рис. 2.2. Расчетная схема стержней, работающих на растяжение (*а*) и сжатие (*б*)

Встречаются, однако, случаи, когда нагрузки действуют в нескольких сечениях по длине стержня. Например, на одну колонну могут опираться плиты перекрытия первого и второго этажей, как показано на рис. 2.3, *а*. В этом случае расчетная схема будет такой, как показано на рис. 2.3, *б*.

Внутренние силы, возникающие при растяжении или сжатии, можно найти способом сечений. Рассечем стержень, изображенный на рис. 2.4, на две части, одну часть (например правую) отбросим, и ее действие заменим внутренними силами. В общем случае следует предположить, что в сечении возникают три силы и три момента: N, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z. Однако из уравнений равновесия отсеченной части легко найти, что $N = F$, $Q_y = Q_z = M_x = M_y = M_z = 0$. Действительно, из уравнения $\sum x = 0$ получаем: $-F + N = 0 \Rightarrow N = P$. Из уравнения $\sum y = 0$ получаем $Q_y = 0$ и т.д.