Светлой памяти нашего Учителя и Друга
Виктора Владимировича Дерюгина
посвящается

ВВЕДЕНИЕ

Процессы переноса теплоты и массы интересуют человечество с давних пор. Вначале – в связи с необходимостью обогрева жилищ, а позднее – в связи с развитием промышленного производства, появилась потребность определения затрат теплоты на технологию и осуществления тепловых расчетов оборудования (печи, тепловые двигатели и т. д.).

Учение о теплоте долгое время было одним из разделов физики, в котором рассматривались преимущественно задачи превращения теплоты в работу. М. В. Ломоносов выделил учение о теплоте («теплороде») в отдельный раздел знаний. Он же впервые сформулировал законы сохранения теплоты и массы.

Существенную роль играет тепломассообмен между солнцем и планетами; атмосферой, океаном и сушей. Миграции влаги в почве, прогрев почвы, формирование ледников – тепломассообменные процессы. Значение процессов переноса теплоты и вещества не ограничивается явлениями природы. Они очень важны в теплоэнергетике, промышленности, авиации, строительстве. В строительстве, особенно по направлению «Теплогазоснабжение и вентиляция», процессы передачи теплоты и массы занимают ключевую позицию как с точки зрения получения, транспортировки и распределения теплоты, так и обеспечения нормируемых условий микроклимата в помещениях.

С увеличением мощности промышленных тепловых установок важное значение стали приобретать вопросы потерь теплоты в окружающее пространство, существенно влияющие на их КПД. Требовалась разработка методов их расчета. Первоначально созданные методики и уравнения носили эмпирический (экспериментальный) вид. В дальнейшем, благодаря успехам физики и математики, появились теоретические разработки, позволившие, в сочетании с опытом, вывести (создать) уравнения для расчетов процессов передачи теплоты, в том числе и в строительстве. Значительный вклад в создание и развитие теоретических и практических основ тепломассообмена внесли та-

кие известные российские ученые, как М. В. Кирпичев, М. А. Михеев, А. А. Гухман, А. В. Лыков, Г. М. Кондратьев, С. С. Кутателадзе, С. Н. Шорин, Л. С. Эйгенсон, В. Н. Богословский и др. Благодаря их трудам сформировалась отечественная школа тепломассообмена.

Тепломассообмен – необратимый самопроизвольный процесс распространения в пространстве теплоты или массы одного из компонентов вещества относительно другого.

Существуют три механизма передачи теплоты:

– теплопроводность (Т), или кондукция;

– конвекция (К);

– тепловое излучение (Л), или радиация.

Каждый из этих видов считают «простым» теплообменом. Теплопроводность характерна для твердых тел, конвекция – для жидких и газообразных, излучение – для поверхностей, разделенных лучепрозрачной средой. Если в теплообмене участвует более чем одна составляющая, то такой теплообмен называется «сложным», например, теплопроводность и конвекция; конвекция и излучение; теплопроводность, конвекция и излучение.

Перенос массы происходит следующими способами:

– диффузией;

– конвекцией.

В реальных процессах процессы теплообмена и массообмена обычно сопутствуют друг другу. Теплопроводность и конвекция всегда связаны с переносом массы примеси (диффузией), т. е. имеет место сложный тепломассообмен.

Глава 1
ПРОЦЕССЫ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛОТЫ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ

1.1. ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Теплопроводность – молекулярный перенос, обусловленный неоднородностью распределения температуры в пространстве.

Рассматривая механизм любого процесса теплообмена, необходимо выделить переносимое и носитель. Тогда ***теплопроводность*** *– процесс переноса теплоты путем непосредственного соприкосновения между частицами тела, имеющими различную температуру, и протекает на элементарном уровне.* Механизм теплопроводности зависит от природы вещества и его физического состояния. Она происходит:

– в твердых телах (диэлектриках) – за счет упругих колебаний кристаллических решеток (упругих волн);

– в твердых телах *(*электрических проводниках) – основным «носителем» тепловой энергии являются свободные электроны, а роль упругих колебаний кристаллических решеток второстепенна;

– в жидкостях – за счет упругих колебаний молекул около равновесного состояния;

– в газах – за счет обмена энергией путем диффузии при соударении между элементарными частицами (молекулами, атомами) вещества.

Таким образом, нетрудно видеть, что теплопроводность протекает на уровне элементарных частиц и зависит от неравномерности распределения температур в теле.

В «чистом» виде теплопроводность имеет место в твердых телах.

1.2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ

В общем случае процесс передачи теплоты теплопроводностью сопровождается изменением температуры в пространстве и во времени.

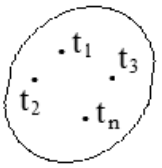


Рис. 1.1. Температурное поле

Для описания пространственно-временного распределения температуры вводится понятие ***температурного поля***.

Температурным полем называется совокупность *мгновенных* значений температур во всех точках рассматриваемого объема (рис. 1.1).

Общий вид температурного поля в декартовой системе координат:

$$t = f_1(x, y, z, \tau) \tag{1.1}$$

– в цилиндрических координатах:

$$t = f_2(r, \varphi, z, \tau)$$

– в сферических координатах:

$$t = f_3(r, \varphi, \psi, \tau)$$

– в векторной форме:

$$t = f_4(\bar{r}, \tau)$$

Выбор системы координат определяется характером задачи.

Температурное поле в виде (1.1) называется *трехмерным нестационарным* [1]. Если температурное поле не изменяется во времени, то оно называется *трехмерным стационарным*:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0;\ t = f_1(x, y, z) \tag{1.2}$$

Если $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ и $\frac{\partial t}{\partial z} = 0$, то получаем уравнение *двумерного температурного поля* $t = f_1(x, y)$.

Наиболее простым случаем является одномерное (линейное) стационарное температурное поле при условии $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$; $\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial y} = 0$:

$$t = f_1(x). \qquad (1.3)$$

Температура является скалярной величиной, таким образом, температурное поле есть скалярное поле.

Непрерывное поле – такое поле, в котором бесконечно малому приращению координат соответствует бесконечно малое приращение температуры, т. е. производные будут конечны.

Разрывное поле – поле, в котором бесконечно малому приращению координат соответствует конечное приращение температуры.

1.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Градиент поля – вектор, определенный в каждой точке поля, имеющий направление нормали к поверхности уровня в сторону возрастания величины и численно равный частной производной по нормали $\frac{\partial U}{\partial n}$ [2, 3].

Градиент поля обозначается *grad U* или ∇ (набла, оператор Гамильтона).

$$gradU = \vec{n}_0 \frac{\partial U}{\partial n} \quad ,$$

где $\vec{n}_0$ – единичный вектор, перпендикулярный к поверхности уровня.

$$gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат (ортогональные единичные векторы, ориентированные в пространстве).

Модуль градиента:

$$|gradU| = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2}.$$

Правила вычисления градиента:

$gradC = 0$ (C=const)

$$grad(U_1 + U_2) = gradU_1 + gradU_2$$

$$grad(cU) = c \cdot gradU$$

$$grad(U_1 \cdot U_2) = U_1 \cdot gradU_2 + U_2 \cdot gradU_1$$

Дивергенция вектора V [3]:

$$divV = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

В цилиндрических координатах:

$$divV = \frac{1}{r}\frac{\partial (rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Правила вычисления дивергенции (U – скаляр, V – вектор):

$divC = 0$ (C = const)

$$div(V_1 + V_2) = divV_1 + divV_2$$

$$div(cV) = c \cdot divV$$

$$div(U \cdot V) = U \cdot divV + V \cdot divU$$

Оператор Лапласа обозначается ∇^2 или Δ [3]:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

В цилиндрических координатах:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Теорема Гаусса — Остроградского (переход от двойного интеграла к тройному) [3]:

$$\int_s Vds = \int_v divVdv$$

Скалярный поток вектора *V* через замкнутую поверхность *s* равен интегралу от *divV,* распространенному по объему *v*, заключенному внутри поверхности *s*.

1.4. ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГРАДИЕНТ

Всегда найдется такая вторая точка, в которой температура будет равна начальной $t_1 = t_2$, далее будет третья точка – $t_1 = t_2 = t_3$ и т. д. В конечном итоге можно получить некоторую замкнутую кривую, в которой $t = const$.

Совокупность точек пространства, имеющих одинаковую температуру, образуют изотермическую поверхность (рис. 1.2). Изотермические поверхности в пространстве не пересекаются, поскольку одна и та же точка не может иметь в данный момент разные температуры [4].

Изменение температуры наблюдается только в направлениях, пересекающих изотермические поверхности (рис. 1.3). Максимальное изменение температуры имеет место в направлении нормали к изотермическим поверхностям.

Градиент температуры – вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры:

$$gradt = \vec{n}\frac{\partial t}{\partial n}, \qquad \text{К/м (град/м)} \tag{1.4}$$

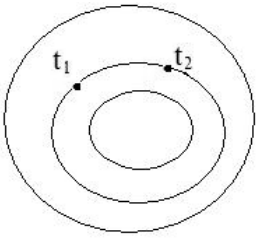


Рис. 1.2. Изотермические поверхности

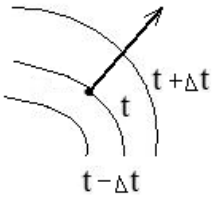


Рис. 1.3. Градиент температуры

Нетрудно видеть, что во всех направлениях, отличных от нормали, *grad t* будет меньше. Например, проекция вектора *grad t* на ось координат *x*:

$$\left(gradt\right)_x = \frac{\partial t}{\partial n}\cdot\cos\left(n \wedge x\right) = \frac{\partial t}{\partial x} \tag{1.5}$$

1.5. ТЕПЛОВОЙ ПОТОК, ПЛОТНОСТЬ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

В любом теле при отсутствии полного теплового равновесия возникает тепловой поток. Для математического описания вводится вектор *теплового потока* в соответствии с гипотезой Фурье: количество теплоты, проходящее через элемент изотермической поверхности *dF* за промежуток времени $d\tau$, пропорционально температурному градиенту:

$$dQ = -\lambda \cdot gradt \cdot dF \cdot d\tau \text{, Дж,} \tag{1.6}$$

где λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К).

Плотность теплового потока:

$$q = -\lambda \cdot gradt \text{, Вт/м}^2. \tag{1.7}$$

1.6. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Коэффициент теплопроводности λ – физическая характеристика данного вещества, которая показывает интенсивность переноса теплоты через данное вещество, т. е. *представляет собой плотность теплового потока при grad t = 1 К/м.*

Коэффициент теплопроводности зависит от следующих факторов:

1. *Физических свойств вещества.* Максимальное значение имеют металлы (электрические проводники) – $\lambda > 35$ Вт/(м·К); минимальное – газы, например, воздух: $\lambda \approx 0{,}03$ Вт/(м·К) [2, 4].

2. *Плотности данного материала*, которая зависит от его пористости, т. е. наличия воздушных включений (приведенное ниже уравнение справедливо только для одного и того же материала):

$$\lambda_\rho \approx \lambda_{\rho_0} \frac{\rho}{\rho_0} \text{, Вт/(м·К)} \tag{1.8}$$

Объясняется это тем, что в сухом состоянии поры вещества заполнены воздухом, имеющим минимальный коэффициент теплопроводности.

3. *Температуры тела*:

$$\lambda_t = \lambda_0 (1 + \beta \cdot t) \text{, Вт/(м·К),} \tag{1.9}$$

где λ_0 – коэффициент теплопроводности материала при его температуре 0°С; β – коэффициент температурного расширения, $К^{-1}$.

Известно [2], что температурный коэффициент β имеет отрицательное значение для металлов и положительное для диэлектриков, т. е. с увеличением температуры коэффициент теплопроводности диэлектриков возрастает, а металлов – уменьшается. Для большинства строительных материалов коэффициент теплопроводности λ увеличивается с повышением температуры.

4. *Влажности материала,* с увеличением которой коэффициент теплопроводности растет за счет заполнения пор более теплопроводным, чем воздух, веществом – водой ($\lambda_{вода} \approx 20 \cdot \lambda_{воздух}$) и конвективного переноса теплоты, связанного с капиллярным движением воды внутри пористого материала. Зависимость λ от относительной влажности материала W [2] обычно представляется в графической форме (рис. 1.4).

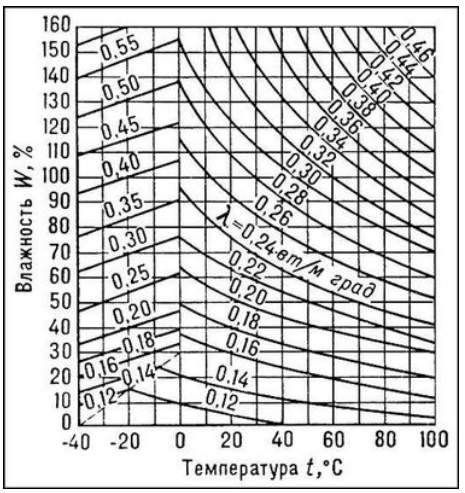


Рис. 1.4. Зависимость коэффициента теплопроводности древесины λ от температуры t и влажности W

5. *Структуры материала.* Это относится к материалам, имеющим неоднородное (анизотропное) строение по разным направлениям. Коэффициент теплопроводности зависит от направления вектора теплового потока относительно структуры материала. Характерным примером этого является древесина, имеющая волокнистую структуру с более плотными (и теплопроводными) волокнами. Для нее коэффициенты теплопроводности могут отличаться примерно в два раза (например, для сосны: поперек волокон $\lambda \leq 0{,}15$ Вт/м К, а вдоль – $\lambda \geq$ $\geq 0{,}3$ Вт/м·К [2, 4].

1.7. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Наиболее последовательная и законченная теория, позволяющая аналитически определить коэффициент теплопроводности, создана для газов на основе молекулярной теории. Для строительных материалов коэффициент теплопроводности определяется экспериментальным путем и приводится в справочных таблицах [2, 4].

Для вывода уравнения теплопроводности принимаются следующие *допущения*:

1. Теплопроводное тело является гомогенным.
2. Рассматривается изотропное тело.
3. Все теплофизические характеристики тела – величины постоянные и не зависят от температуры.
4. Интенсивность процесса теплообмена достаточно мала.

Пусть имеется тело произвольной формы с элементарным объемом dV. Внутри этого тела имеются источники теплоты мощностью W. Количество теплоты, затраченное на изменение внутренней энергии тела и передаваемое окружающей среде, определяется:

$$dQ_1 = W \cdot dV \cdot d\tau \tag{1.10}$$

$$Q_1 = \int_V W \cdot dV \cdot d\tau \tag{1.11}$$

Количество теплоты, затраченное на изменение температуры:

$$dQ_2 = \rho \cdot c_P \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} dV \cdot d\tau \tag{1.12}$$

$$Q_2 = \int_V \rho \cdot c_P \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} dV \cdot d\tau \tag{1.13}$$

Количество теплоты, уходящее через поверхность:

$$Q_3 = \int_S -\lambda \cdot grad t \cdot d\tau \cdot dS \tag{1.14}$$

По теореме Гаусса — Остроградского:

$$Q_3 = -\int_V -\lambda \cdot div(grad t \cdot d\tau \cdot dV) = -\int_V \lambda \nabla^2 t \cdot d\tau \cdot dV \tag{1.15}$$

Исходя из уравнения:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \tag{1.16}$$

или с учетом (1.11, 1.13 и 1.15):

$$\int_V W \cdot dV \cdot d\tau = \int_V \rho \cdot c_P \frac{\partial t}{\partial \tau} dV \cdot d\tau - \int_V \lambda \nabla^2 t \cdot d\tau \cdot dV \tag{1.17}$$

получим

$$W \cdot dV \cdot d\tau = \rho \cdot c_P \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} dV \cdot d\tau - \lambda \cdot \nabla^2 \cdot d\tau \cdot dV \tag{1.18}$$

и после сокращения на $(dV \cdot d\tau)$ уравнение (1.18) примет вид

$$W = \rho \cdot c_P \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} - \lambda \cdot \nabla^2 t$$

После преобразований:

$$\rho \cdot c_P \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} = W + \lambda \cdot \nabla^2 t$$

Окончательно получим

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_P} \nabla^2 t + \frac{W}{\rho \cdot c_P} \tag{1.19}$$

Выражение $\frac{\lambda}{\rho \cdot c_P}$ называется коэффициентом температуропроводности ($\frac{\lambda}{\rho \cdot c_P} = a$).

Коэффициент температуропроводности ***a*** [м^2/с] – физическая характеристика данного вещества [2], которая играет существенную роль при анализе нестационарных тепловых процессов, так как является мерой теплогенерирующих свойств тела, поскольку $\frac{\partial t}{\partial \tau} \sim \boldsymbol{a}$.

Анализируя уравнение (1.19), можно сделать следующие выводы, что это уравнение:

– частных производных;
– II порядка;
– линейное, т. е. температура входит в 1-й степени;
– параболического типа.

Частные случаи уравнения (1.19):

1. При $W = 0$ получаем уравнение ***Фурье***:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t \tag{1.20}$$

2. Стационарный процесс ($\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$) – уравнение ***Пуассона***:

$$\lambda \cdot \nabla^2 t + W = 0 \tag{1.21}$$

3. При $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ и $W = 0$ – уравнение ***Лапласа***:

$$\nabla^2 t = 0 \tag{1.22}$$

Из уравнения Фурье следует, что скорость распространения теплоты в теле бесконечно велика, т. е. что градиент температуры *gradt* и плотность теплового потока *q* для любого момента времени τ соответствуют друг другу.

Для высокоинтенсивных нестационарных процессов [4] это условие не соблюдается, т. е. скорость распространения теплоты конечна. При резком изменении теплового потока на поверхности тела вследствие тепловой инерции перестройка температурного поля и изменение градиента температуры могут запаздывать во времени по сравнению с условиями, когда распространение теплоты происходит при $U_P \to \infty$. Время запаздывания называется временем релаксации. Связь между скоростью распространения теплоты и временем релаксации можно выразить следующим соотношением:

$$U_P \sim \sqrt{\frac{a}{\tau_P}}, \tag{1.23}$$

где τ_P – время релаксации, т. е. равновесия между плотностью теплового потока *q* и *gradt.*

Из формулы (1.23) следует, что время релаксации увеличивается с увеличением тепловой инерции тел и уменьшается с увеличением скорости распространения теплоты. В этом случае обобщенное выражение для теплового потока (1.7) будет иметь вид

$$q = -\lambda \cdot gradt - \tau_P \frac{\partial q}{\partial \tau}, \tag{1.24}$$

а уравнение Фурье соответственно примет вид уравнения гиперболического типа:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \tau_P \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} = a \cdot \nabla^2 t \tag{1.25}$$

1.8. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ

Условия однозначности – условия, которые однозначно определяют конкретный тип задачи.

Условия однозначности включают в себя:

1) геометрические условия, характеризующие форму и размер тела;

2) физические условия, характеризующие свойства среды и тела;

3) временные или начальные условия, характеризующие распределение температуры в начальный момент времени;

4) граничные условия, которые необходимо задать по всей поверхности тела.

Граничные условия принято подразделять на ряд типов.

1. Граничные условия I рода – такие граничные условия, при которых в любой момент времени задается распределение температуры на поверхности тела:

$$t_C = f(x, y, z, \tau) \tag{1.26}$$

Частный случай – $t_C = const$.

2. Граничные условия II рода – такие граничные условия, при которых в любой момент времени задается распределение теплового потока на поверхности тела:

$$q_C = f(x, y, z, \tau) \tag{1.27}$$

Частный случай – $q_C = const$. Такие условия теплообмена могут создаваться при нагревании тел высокотемпературными источниками теплоты, когда теплообмен происходит главным образом по закону Стефана — Больцмана, если при этом собственная температура тела существенно меньше температуры излучающей поверхности.

3. Граничные условия III рода – такие граничные условия, при которых в любой момент времени задается температура окружающей среды и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. В случае нагрева (охлаждения):

$$q = \pm\alpha(T_{окр} - T_c), \tag{1.28}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2 · К); $T_{окр}$, T_c – температура окружающей среды и поверхности (стенки) тела.

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплового воздействия среды заданной $T_{окр}$ на поверхность тела. В нестационарных процессах температура окружающей среды в общем случае изменяется во времени. Уравнение (1.28) выражает закон Ньютона. Плотность потока, подводимого (отводимого) за счет теплопроводности к (от) поверхности тела, определяется по закону Фурье. Таким образом, на основании закона сохранения энергии с учетом (1.28) получаем

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_C = \alpha(T_{окр} - T_c) \tag{1.29}$$

Уравнение (1.29) является аналитическим выражением граничного условия III рода, которое широко применяется при аналитических исследованиях теплопроводности в твердых телах, обтекаемых потоками жидкости или газа на границе между телом и жидкостью.

В отличие от λ коэффициент теплоотдачи (теплообмена) не является физической постоянной, характерной для того или иного вещества.

В общем случае он отражает совместное действие конвекции, теплопроводности и зависит от многих факторов, например, геометрической формы и размеров тела, физических свойств обтекающего потока, направления и скорости потока, температурных условий.

Из граничных условий III рода можно получить граничные условия I и II рода. При $\frac{\alpha}{\lambda} \to \infty$ – граничные условия I рода, $\alpha \to 0$ – граничные условия II рода.

4. Граничные условия сопряжения (IV рода) соответствуют теплообмену тела с окружающей средой (конвективный теплообмен тела с жидкостью) или теплообмену соприкасающихся твердых тел. Задаются они как условие равенства температуры и плотности теплового потока на поверхности двух соприкасающихся тел:

$$T_{1C} = T_{2C} \tag{1.30}$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_C = \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_C \tag{1.31}$$

Равенство (1.30) выражает условие непрерывности температурного поля, равенство (1.31) – закон сохранения энергии на поверхности двух соприкасающихся тел (условия идеального теплового контакта). Задачи с граничными условиями IV рода ставятся, например, при расчетах многослойных теплоизоляционных покрытий.

1.9. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

1.9.1. Теплопроводность однослойной и многослойной плоских стенок

Рассмотрим однородную и изотропную бесконечную стенку толщиной δ с постоянным коэффициентом теплопроводности λ.

Считаем, что на наружных поверхностях стенки поддерживаются постоянные температуры t_{c1} и t_{c2}. Все изотермические поверхности в толще ограждения – плоскости, параллельные друг другу и граничным поверхностям. Следовательно, температурное поле может рассматриваться как одномерное. Такие условия относятся к граничным условиям I рода. При этих условиях температура внутри стенки будет изменяться только в направлении, перпендикулярном поверхности стенки, т. е. в направлении оси *Ox*. Начало отсчета координат расположим на поверхности 1 (внутренней), как показано на рисунке 1.5.

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru