

Оглавление

От авторов	6
§ 1. Значения арифметических выражений	8
Контрольные задания	16
§ 2. Степень с целым показателем	18
Контрольные задания	19
§ 3. Проценты и доли	22
Контрольные задания	26
§ 4. Нахождение величины из формулы	29
Контрольные задания	32
§ 5. Преобразование алгебраических выражений	36
5.1. Тригонометрические выражения	36
5.2. Рациональные выражения и корни	39
5.3. Показательно-логарифмические выражения	41
Контрольные задания	42
§ 6. Деление с остатком, бытовые и денежные расчёты	44
Контрольные задания	47
§ 7. Уравнения	50
7.1. Линейные уравнения	50
7.2. Квадратные уравнения	51
7.3. Рациональные уравнения	52
7.4. Иррациональные уравнения	54
7.5. Показательные уравнения	55
7.6. Логарифмические уравнения	56
Контрольные задания	57
§ 8. Практические задания по планиметрии	59
Контрольные задания	63
§ 9. Соответствие между величинами и их значениями	70
Контрольные задания	78
§ 10. Вероятность события	91
Контрольные задания	95

§ 11. График функции и элементы статистики	99
11.1. Установление свойств функции по её графику	99
11.2. Установление свойств функции по диаграмме	108
Контрольные задания	112
§ 12. Расчёт наилучшего варианта	125
12.1. Условия приведены в таблице или на рисунке	125
12.2. Условия приведены в тексте	138
Контрольные задания	141
§ 13. Практические задания по стереометрии	152
13.1. Параллелепипед, призма, пирамида и их сечения	152
13.2. Цилиндр, конус, шар	165
Контрольные задания	171
§ 14. Соответствие частей графика и их характеристик	178
14.1. Характеристики не содержат понятие производной	178
14.2. Характеристики содержат понятие производной	192
Контрольные задания	203
§ 15. Планиметрия	216
15.1. Площади фигур	216
15.1.1. Прямоугольный треугольник. Треугольник	216
15.1.2. Прямоугольник. Трапеция. Ромб	220
15.1.3. Произвольный многоугольник. Круг и сектор	227
Контрольные задания	231
15.2. Углы и длины. Окружность	237
15.2.1. Свойства треугольника	237
15.2.2. Касательные к окружности, хорды, вписанные углы ..	243
15.2.3. Описанные и вписанные окружности	250
Контрольные задания	259
15.3. Тригонометрия. Координаты вектора	265
15.3.1. Тригонометрические функции смежных углов	265
15.3.2. Координаты точек, векторы и их координаты	270
Контрольные задания	278
§ 16. Объёмы тел и площади поверхностей	283
16.1. Призма. Пирамида	283
16.2. Цилиндр. Конус. Шар	295
Контрольные задания	305
§ 17. Неравенства	315
17.1. Координатная прямая, числовые промежутки	315
17.2. Решения простейших неравенств	321
17.2.1. Линейные и квадратные неравенства	321

17.2.2. Логарифмические и показательные неравенства	325
17.3. Соответствие между неравенствами и решениями	328
Контрольные задания	332
§ 18. Логические задания	344
Контрольные задания	355
§ 19. Построение чисел по свойствам делимости	364
Контрольные задания	370
§ 20. Задачи на сообразительность	373
20.1. Задачи на разбиение множества на части	373
20.2. Чётность, делимость, среднее арифметическое	375
20.3. Задачи на подсчёт и анализ различных вариантов	377
20.4. Прочие занимательные задачи	379
Контрольные задания	381
§ 21. Текстовые задачи	385
Контрольные задания	389
§ 22. Оценка и округление величин	393
Контрольные задания	401
Образцы выполнения заданий	411
Ответы к тренировочным заданиям	477
Ответы к контрольным заданиям	482

Дорогие старшеклассники!

Пособие, которое вы держите в руках, будет полезно вам на протяжении двух лет (начиная с 10-го класса). С его помощью вы систематизируете изученный материал, ликвидируете пробелы в знаниях основных разделов курса, успешно справитесь с текущими контрольными работами и домашними заданиями, а также качественно подготовитесь к ЕГЭ по математике и получите высокий балл на экзамене.

Независимо от того, какой уровень ЕГЭ по математике выберете вы — базовый или профильный, эта книга для вас: рассчитывать на высокий балл, не научившись выполнять задания базового уровня, не приходится, а когда вы освоите базовый уровень, вам будет легче справиться с заданиями профильного уровня.

Как работать с книгой

Каждый из вас самостоятельно определяет последовательность работы с нашим пособием. Однако мы рекомендуем придерживаться предложенного в книге порядка.

Для вашего удобства в начале каждого параграфа в доступной форме изложены краткие теоретические сведения, даны примеры выполнения заданий, рекомендации по решению типовых задач. Каждый параграф содержит тренировочные и контрольные задания, составленные в соответствии с принципами парного подобия и повышения уровня сложности. Принцип парного подобия (первое задание похоже на второе, третье — на четвертое и т. д.) позволяет эффективно организовать усвоение и закрепление материала.

К каждому четвертому из тренировочных заданий (его номер взят в рамку) даётся подробный образец выполнения с необходимыми пояснениями. Ко всем заданиям в книге даны ответы, которые помогут вам проверить правильность решений.

Если какое-то задание вы не смогли выполнить или получили другой ответ при решении, обратитесь к учебнику. Ещё раз прочитайте условие задачи, приведённое в данном пособии, и разберите решение этой или подобной задачи. В случае необходимости обратитесь за помощью к учителю.

Необязательно выполнять все задания. Определите сами количество заданий, которые вам необходимо решить для успешного освоения темы и закрепления материала. В конце каждого параграфа дано 4 варианта тематических контрольных заданий. Обратите внимание на то, что первый

вариант похож на второй, а третий — на четвёртый. Постарайтесь выполнить хотя бы два непохожих варианта каждого параграфа. Чем меньше ошибок вы допустите, тем больше у вас шансов сдать ЕГЭ на высокий балл.

Уважаемые учителя!

Вам хорошо известно, что самая эффективная методика подготовки по математике заключается в систематической и планомерной работе с учащимися. Наше пособие поможет вам в организации такой работы на протяжении двух лет обучения (начиная с 10-го класса) и позволит теоретически, практически и психологически подготовить выпускников к сдаче ЕГЭ по математике **базового** уровня.

Тренировочные и контрольные задания в формате ЕГЭ, предложенные в пособии, могут быть использованы как на уроке, так и дома.

Краткие теоретические сведения, приведённые в начале каждого параграфа (они отмечены жирной вертикальной чертой слева от текста), включают примеры выполнения типовых заданий и рекомендации по их выполнению.

Обращаем ваше внимание на то, что задания, к которым даны образцы выполнения (их номер взят в рамку), можно использовать для ознакомления учащихся с различными приёмами и методами решения задач.

Контрольные задания по каждой теме (шесть заданий в четырёх вариантах) будут полезны для диагностики, самоконтроля и закрепления практических навыков решения.

Надеемся, что использование этого тематического тренинга поможет вам в организации процесса обучения математике и в подготовке учащихся к ЕГЭ.

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно присылать на адрес электронной почты legionrus@legionrus.com.

§ 1. Значения арифметических выражений

Рассмотрим хорошо известные способы представления чисел в виде обыкновенной дроби, смешанного числа и десятичной дроби.

Напомним, что **обыкновенная дробь** — выражение, имеющее вид

$$\frac{a}{b}, \text{ где } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0.$$

Число a , расположенное выше дробной черты, — числитель дроби, а число b , расположенное ниже дробной черты, — знаменатель дроби:

$$\frac{27}{6}, \frac{-13}{15}, \frac{8}{-14}, \frac{-55}{-35}, \frac{24}{1}, \frac{0}{5}.$$

По правилу знаков при делении чисел и определению делимости получаем:

$$\frac{-13}{15} = -\frac{13}{15}, \frac{8}{-14} = -\frac{8}{14}, \frac{-55}{-35} = \frac{55}{35}, \frac{24}{1} = 24; \frac{0}{5} = 0.$$

Обыкновенная дробь $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$) называется **правильной**, если

$$a < b: \frac{2}{5}; \frac{7}{9}; \frac{1}{8}.$$

Далее, если не оговорено другое, обыкновенную дробь будем называть просто дробью.

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на некоторое число, отличное от нуля, то значение дроби не изменится.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot x}{b \cdot x}, \text{ где } x \neq 0.$$

Деление числителя и знаменателя дроби на одно и то же число, отличное от нуля, называют **сокращением дроби**:

$$\frac{27}{6} = \frac{9 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9 \cdot \cancel{3}}{2 \cdot \cancel{3}} = \frac{9}{2}, \frac{172}{129} = \frac{43 \cdot 4}{43 \cdot 3} = \frac{\cancel{43} \cdot 4}{\cancel{43} \cdot 3} = \frac{4}{3}.$$

Пусть $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$) — произвольная дробь. Разделим её числитель a на знаменатель b с остатком. Получим:

$$a = b \cdot Q + r, \text{ где } Q, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}, 0 \leq r < b.$$

Отсюда $\frac{a}{b} = Q + \frac{r}{b}$. Сумма целого числа Q и правильной дроби $\frac{r}{b}$

называется **смешанным числом** и обозначается $Q\frac{r}{b}$. Число Q называ-

ют целой частью дроби $\frac{a}{b}$, а правильная дробь $\frac{r}{b}$ — её дробной частью:

$$\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}, \text{ так как } 27 = 4 \cdot 6 + 3; \quad \frac{52}{35} = 1\frac{17}{35}, \text{ так как } 52 = 1 \cdot 35 + 17.$$

Для обращения смешанного числа в обыкновенную дробь надо знаменатель дробной части смешанного числа умножить на его целую часть. К этому произведению прибавить числитель дробной части. Полученная сумма будет числителем искомой дроби, а её знаменателем будет знаменатель дробной части смешанного числа.

$$3\frac{4}{7} = \frac{7 \cdot 3 + 4}{7} = \frac{25}{7}, \quad 2\frac{11}{13} = \frac{13 \cdot 2 + 11}{13} = \frac{37}{13}.$$

Известно, что всякое целое число записывают в виде конечной последовательности цифр десятичной системы счисления 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 со знаком «+» или «-» перед этой последовательностью (если нет необходимости, то знак «+» не пишут): 347; 2507; -95; -40265.

Вспоминая представление натуральных чисел в виде суммы разрядных единиц, получаем, что на самом деле каждая такая последовательность обозначает сумму **неотрицательных целых степеней числа 10**, расположенных в порядке убывания показателей степеней числа 10:

$$347 = 300 + 40 + 7 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0;$$

$$2507 = 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0;$$

$$-40265 = -(4 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0).$$

Рассматривая конечные или бесконечные последовательности цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 со знаком «+» или «-» перед этой последовательностью и **запятой**, расположенной между некоторыми двумя цифрами, получаем выражения, которые называются **десятичными дробями** (если нет необходимости, то знак «+» не пишут):

37,806; 401,57; -45,702 — конечные десятичные дроби;

3,575757... — бесконечная десятичная периодическая дробь, в которой пара цифр 57 бесконечно повторяется. Эту дробь сокращённо записывают в виде 3,(57) и читают: три целых 57 в периоде.

На самом деле каждая десятичная дробь обозначает **сумму целых степеней числа 10**, расположенных в порядке убывания показателей степеней числа 10:

$$37,806 = 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3};$$

$$250,7 = 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1};$$

$$3,575757\dots = 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-4} + \dots$$

Конечная последовательность цифр до запятой задаёт целое число, называемое целой частью десятичной дроби, а последовательность цифр после запятой задаёт число, называемое дробной частью десятичной дроби.

Целая часть дроби 37,806 равна 37, а дробная часть равна $8 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3}$.

Вспомним, что $10^n = \underbrace{100\dots0}$, а $10^{-n} = \frac{1}{\underbrace{100\dots0}}$, где после 1 следует n нулей при любом $n \in N \cup \{0\}$.

Из определения десятичной дроби как суммы степеней 10 следует, что приписывание нулей перед первой ненулевой цифрой десятичной дроби и за последней её ненулевой цифрой (если она есть) не изменяет значения дроби. $-45,67 = -045,6700$.

При умножении десятичной дроби на число 10^n ($n \in N$) запятая переносится на n знаков вправо, а при делении — влево: $5,87 \cdot 10^2 = 587$; $1,02 \cdot 10^4 = 10200$; $3,8 : 10^3 = 0,0038$; $102 : 10^2 = 1,02$.

Задача 1. Запишите в виде десятичной дроби выражение

$$8 + 3 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10.$$

Решение. Запишем заданную сумму по убыванию степеней 10.

$$2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} =$$

$$= 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} = 2048,53.$$

Ответ: 2048,53.

Задача 2. Запишите обыкновенную дробь $\frac{307}{200}$ в виде десятичной.

Решение. $\frac{307}{200} = \frac{307 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{1535}{1000} = 1,535.$

Ответ: 1,535.

Задача 3. Запишите десятичную дробь 25,46 в виде обыкновенной.

$$\text{Решение. } 25,46 = 25 + \frac{46}{100} = \frac{100 \cdot 25 + 46}{100} = \frac{2546}{100} = \frac{1273}{50}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1273}{50}.$$

Всякую обыкновенную дробь $\frac{a}{b}$ можно представить в виде десятичной (конечной или бесконечной периодической) по следующему алгоритму. Сначала делим a на b с остатком. Полученное частное (полное или неполное) является целой частью искомой десятичной дроби. Затем остаток (если он не равен нулю) умножаем на 10 и делим на b и так далее.

Например, представим дробь $\frac{133}{8}$ в виде десятичной дроби.

$$\begin{array}{r} 133 \quad | \quad 8 \\ - \quad 8 \quad | \quad 16,625 \\ \hline \quad 53 \\ - \quad 48 \\ \hline \quad \quad 50 \\ - \quad \quad 48 \\ \hline \quad \quad \quad 20 \\ - \quad \quad \quad 16 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 40 \\ - \quad \quad \quad \quad 40 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Напомним ещё один способ обращения обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь. Известно, что несократимая обыкновенная дробь $\frac{a}{b}$ обращается в конечную десятичную дробь только в том случае, когда в разложение знаменателя дроби b на простые множители входят только числа 2 и 5.

Покажем на примерах, как можно такие дроби представлять в виде конечных десятичных дробей.

$$1) \frac{3}{4} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{10 \cdot 10} = \frac{75}{100} = 0,75.$$

$$2) \frac{7}{20} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{35}{10 \cdot 10} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

$$3) \frac{6}{125} = \frac{6}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{48}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{48}{1000} = 0,048.$$

Вспомним ещё, как выполняются действия умножения, деления, сложения и вычитания обыкновенных дробей.

Чтобы **перемножить** обыкновенные дроби, надо перемножить их числители и записать результат в числитель, затем перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель:

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{10}{11} = \frac{5 \cdot 10}{7 \cdot 11} = \frac{50}{77};$$

$$3\frac{4}{7} \cdot 1\frac{2}{5} = \frac{25}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{25 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{5}{1} = 5;$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Чтобы **разделить** одну дробь на другую, надо первую дробь умножить на дробь, обратную второй дроби:

$$\frac{25}{7} : \frac{7}{5} = \frac{25}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25 \cdot 5}{7 \cdot 7} = \frac{125}{49};$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями складывают числители этих дробей и результат записывают в числитель, а в знаменатель записывают знаменатель этих дробей.

Сложить дроби с разными знаменателями можно двумя способами.

1. Приведением дробей к наименьшему общему знаменателю, равному наименьшему общему кратному (НОК) знаменателей дробей. Для этого умножаем числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующие числа так, чтобы знаменатели у всех полученных дробей были одинаковыми. Затем складываем полученные числители и результат записываем в числитель, а знаменатель дроби оставляем равным знаменателю полученных дробей:

$$\frac{29}{8} + \frac{67}{12} = \frac{29 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{67 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{29 \cdot 3 + 67 \cdot 2}{24} = \frac{87 + 134}{24} = \frac{221}{24}.$$

2. Приведением дробей к общему знаменателю, равному произведению знаменателей. Числитель и знаменатель первой дроби умножаем на знаменатель второй дроби, а числитель и знаменатель второй дроби умножаем на знаменатель первой дроби. Получим дроби с одинаковыми знаменателями, которые складываем по указанному правилу:

$$\frac{29}{8} + \frac{67}{12} = \frac{29 \cdot 12}{8 \cdot 12} + \frac{67 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{29 \cdot 12 + 67 \cdot 8}{8 \cdot 12} = \frac{348 + 536}{96} =$$

$$= \frac{884}{96} = \frac{221}{24},$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}.$$

Чтобы **вычесть** из одной обыкновенной дроби другую, надо к первой дроби прибавить дробь, противоположную второй дроби:

$$\begin{aligned} \frac{29}{8} - \frac{67}{12} &= \frac{29}{8} + \frac{(-67)}{12} = \frac{29 \cdot 12 + (-67) \cdot 8}{8 \cdot 12} = \frac{348 + (-536)}{96} = \\ &= \frac{-188}{96} = -\frac{47}{24}. \end{aligned}$$

Впрочем, разность дробей $\frac{29}{8} - \frac{67}{12}$ можно было найти приведением к наименьшему общему знаменателю, равному 24:

$$\frac{29}{8} - \frac{67}{12} = \frac{29 \cdot 3 - 67 \cdot 2}{24} = \frac{87 - 134}{24} = -\frac{47}{24}.$$

Вспомним также, что выполнение действий над десятичными дробями сводится к выполнению действий над некоторыми соответствующими им целыми числами.

Для нахождения суммы $7,23 + 15,8$ запишем число 15,8 под числом 7,23 (сотни под сотнями, десятки под десятками, единицы под единицами, десятые доли под десятыми, сотые доли под сотыми, запятую под запятой) следующим образом:

$$\begin{array}{r} 7,23 \\ 15,8 \end{array}$$

Далее пользуемся известным алгоритмом нахождения суммы целых чисел в столбик, не обращая внимания на запятую. Получим: $7,23 + 15,8 = 23,03$.

Для нахождения произведения $7,23 \cdot 15,8$ умножим целое число 723 на целое число 158 в столбик по известному алгоритму. В полученном целом числе 114 234 нужно поставить запятую так, чтобы после неё осталось 3 цифры (у исходных множителей после запятой в сумме стоят 3 цифры). Получим: $7,23 \cdot 15,8 = 114,234$.

Так как частное не изменяется при умножении делимого и делителя на одно и то же число, то деление одной десятичной дроби на другую сводится к делению десятичной дроби на целое число:

$$40,592 : 17,2 = \frac{40,592}{17,2} = \frac{40,592 \cdot 10}{17,2 \cdot 10} = \frac{405,92}{172}.$$

Далее деление десятичной дроби на целое число осуществляется известным способом («уголком»):

$$\begin{array}{r}
 405,92 \quad | \quad 172 \\
 - 344 \quad \quad | \quad 2,36 \\
 \hline
 619 \\
 - 516 \\
 \hline
 1032 \\
 - 1032 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Вспомним также, что для обращения десятичной дроби в обыкновенную (это нередко приходится делать) представляем сначала десятичную дробь в виде смешанного числа, а затем смешанное число представляем в виде обыкновенной дроби:

$$4,12 = 4\frac{12}{100} = \frac{4 \cdot 100 + 12}{100} = \frac{412}{100} = \frac{103}{25}.$$

- 1.¹ Найдите значение выражения $1\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$.
2. Найдите значение выражения $1\frac{3}{5} - \frac{3}{4}$.
3. Найдите значение выражения $\frac{5}{7} + 1\frac{3}{5} - \frac{11}{35}$.
4. Найдите значение выражения $\frac{3}{7} - 2\frac{4}{5} + \frac{13}{35}$.
5. Найдите значение выражения $7\frac{3}{4} : \frac{31}{2}$.
6. Найдите значение выражения $5\frac{1}{2} : \frac{11}{8}$.
7. Найдите значение выражения $5\frac{1}{4} : 7$.
8. Найдите значение выражения $6 : \frac{15}{14}$.
9. Найдите значение выражения $\left(-5\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right) \cdot 16$.
10. Найдите значение выражения $\left(3\frac{5}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot 16$.

¹ В рамку взяты номера заданий, к которым приведены образцы решений.

11. Найдите значение выражения $\left(3\frac{5}{12} - \frac{5}{6}\right) \cdot 6$.
12. Найдите значение выражения $\left(3\frac{7}{12} - \frac{1}{3}\right) \cdot 8$.
13. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{8} - \frac{11}{12}\right) : \frac{7}{48}$.
14. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{18} - \frac{11}{12}\right) : \frac{5}{9}$.
15. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{12} - \frac{9}{20}\right) : \frac{2}{15}$.
16. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{12} + \frac{11}{20}\right) : \frac{2}{15}$.
17. Найдите значение выражения $0,13 \cdot 0,5 - 0,04$.
18. Найдите значение выражения $0,13 \cdot 0,5 + 0,04$.
19. Найдите значение выражения $0,17 : 0,4 - 2,03$.
20. Найдите значение выражения $0,27 : 0,6 - 3,002$.
21. Найдите значение выражения $\frac{2,8}{1,7 - 6,7}$.
22. Найдите значение выражения $\frac{3,2}{1,7 + 3,3}$.
23. Найдите значение выражения $\frac{5,7}{2,3 + 17,7}$.
24. Найдите значение выражения $\frac{4,7}{1,3 - 5,3}$.
25. Найдите значение выражения $(1,072 + 3,228) : \frac{43}{5}$.
26. Найдите значение выражения $(3,7 - 1,15) : \frac{51}{10}$.
27. Найдите значение выражения $\left(3\frac{3}{14} - 1,3\right) : 3\frac{29}{35}$.
28. Найдите значение выражения $\left(4\frac{7}{15} + 2,3\right) : \frac{7}{12}$.

29. Найдите значение выражения $63 \cdot \left(\frac{7}{18} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)$.

30. Найдите значение выражения $54 \cdot \left(\frac{5}{18} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)$.

31. Найдите значение выражения $27 \cdot \left(\frac{11}{18} - \frac{1}{12} - \frac{5}{3} \right)$.

32. Найдите значение выражения $18 \cdot \left(\frac{3}{18} + \frac{1}{4} + \frac{7}{3} \right)$.

33. Найдите значение выражения $(153^2 - 117^2) : 270$.

34. Найдите значение выражения $(153^2 - 147^2) : 150$.

35. Найдите значение выражения $(274^2 - 174^2) : 224$.

36. Найдите значение выражения $(147^2 - 103^2) : 110$.

Контрольные задания

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\frac{5}{7} + \frac{2}{5} - \frac{18}{35}$.

2. Найдите значение выражения $0,12 \cdot 0,4 - 0,049$.

3. Найдите значение выражения $\frac{2 - 7,6}{0,35}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{3}{4} - 2,3 - \frac{8}{5}$.

5. Найдите значение выражения $27 \cdot \left(\frac{11}{18} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)$.

6. Найдите значение выражения $(1,7 - 2,35) : 26$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\frac{3}{7} - \frac{4}{5} + \frac{34}{35}$.

2. Найдите значение выражения $3,1 : 0,05 - 62,001$.

3. Найдите значение выражения $\frac{3 - 5,8}{0,35}$.

- Найдите значение выражения $\frac{7}{4} - 2,8 - \frac{7}{5}$.
- Найдите значение выражения $81 \cdot \left(\frac{11}{18} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$.
- Найдите значение выражения $(2,35 - 4,27) : 120$.

Вариант 3

- Найдите значение выражения $\left(5\frac{1}{8} - \frac{17}{5}\right) : \frac{3}{40}$.
- Найдите значение выражения $\frac{7}{11} : \left(-\frac{14}{33}\right) + \frac{7}{2}$.
- Найдите значение выражения $3 : 0,06 + 37$.
- Найдите значение выражения $\frac{2,37 \cdot 32,8}{23,7 \cdot 0,328}$.
- Найдите значение выражения $\frac{18}{7} \cdot \frac{14}{3} : \frac{3}{5}$.
- Найдите значение выражения $(0,74 - 2,3) : 130$.

Вариант 4

- Найдите значение выражения $\left(2\frac{5}{8} - \frac{12}{5}\right) : \frac{3}{40}$.
- Найдите значение выражения $\frac{5}{11} : \left(-\frac{10}{33}\right) + \frac{7}{2}$.
- Найдите значение выражения $4 : 0,05 - 27$.
- Найдите значение выражения $\frac{4,52 \cdot 17,6}{45,2 \cdot 0,176}$.
- Найдите значение выражения $\frac{20}{7} \cdot \frac{21}{4} : \frac{3}{10}$.
- Найдите значение выражения $(0,026 - 2,51) : 12$.

§ 2. Степень с целым показателем

Возьмём произвольное действительное число a . Произведение $a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, содержащее n сомножителей ($n \in N$), называют **n -ой степенью числа a** и обозначают a^n :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n,$$

n сомножителей

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81, \quad (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125.$$

Полагают, что для любого числа $a \neq 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{и} \quad a^0 = 1.$$

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = \frac{1 \cdot 625}{16 \cdot 625} = \frac{625}{10000} = 0,0625,$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = -\frac{1}{125} = -\frac{1 \cdot 8}{125 \cdot 8} = -\frac{8}{1000} = -0,008,$$

$$7^0 = 1, \quad (-9)^0 = 1.$$

Для любых целых чисел m и n и любых чисел $a \neq 0, b \neq 0$ выполняются следующие свойства:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}.$$

Заметим, что справедливо равенство $\underbrace{100\dots0}_{n \text{ нулей}} = 10^n$.

$$\begin{aligned} \text{Примеры: } 5^3 \cdot 5^{-4} &= 5^{3+(-4)} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2; & 6^2 : 6^{(-1)} &= \\ &= 6^{2-(-1)} = 6^3 = 216; & (4 \cdot 9)^3 &= 4^3 \cdot 9^3 = 64 \cdot 729 = 46656; \\ (3^2)^3 &= 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 729. \end{aligned}$$

Вспомним также, что для обращения конечной десятичной дроби в обыкновенную (это нередко приходится делать) можно умножить и разделить исходную десятичную дробь на подходящую степень числа 10:

$$4,12 = \frac{4,12 \cdot 10^2}{10^2} = \frac{412}{100}.$$

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru