

ВВЕДЕНИЕ

Единый государственный экзамен – это одновременно выпускной экзамен за курс среднего (полного) общего образования и вступительный экзамен в учреждения высшего и среднего профессионального образования. Это делает ЕГЭ по информатике экзаменом, ориентированным в первую очередь на выпускников профильных и специализированных классов, собирающихся продолжить свое образование в областях, связанных с информационными технологиями.

Единый государственный экзамен проводится с использованием специально подобранных серий заданий стандартизированной формы – контрольных измерительных материалов (КИМ). Проведение экзамена в такой форме позволяет с достаточной степенью точности установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования и, в то же время, уверенно ранжировать их по этому уровню. В связи с этим, идя на государственный экзамен, выпускник должен четко представлять себе уровень освоения предусмотренных учебной программой знаний, умений и навыков, который он стремится показать в зависимости от поставленной цели, а также те типы и модели учебных задач, которые необходимо решать, для того, чтобы показать достижение требуемого уровня. Задача правильно решить все содержащиеся в варианте задания может быть достигнута небольшим количеством выпускников, обладающих очень хорошей подготовкой на уровне профильной школы, но для достижения требуемого для поступления в избранный вуз балла экзаменуемым часто не нужно справляться со всеми заданиями экзаменационной работы, достаточно только не сделать ошибок в заданиях, соответствующих требуемому уровню. Поэтому хорошая подготовка к экзамену заключается в стабильном безошибочном решении заданий, проверяющих содержание, освоенное выпускником в процессе обучения в школе.

Данная книга должна помочь выпускникам подготовиться к ЕГЭ по информатике и ИКТ. Составленная специалистами, имеющими большой опыт разработки диагностических тестов, в том числе заданий контрольно-измерительных материалов ЕГЭ, она призвана осветить полный объем содержания, проверяемого на экзамене, и показать основные типы заданий, которые могут встретиться на экзамене по каждой теме.

Экзамен по информатике и ИКТ в 2024 году так же, как и в 2023, будет проходить целиком в компьютерной форме. Все участники экзамена будут иметь в своем распоряжении компьютер с установленной на нём операционной системой, редакторами электронных таблиц, текстовыми редакторами, средами программирования на языках: Школьный алгоритмический язык, C#, C++, Pascal, Java, Python.

Для выполнения любых заданий можно использовать вычислительные возможности компьютера и установленное программное обеспечение: электронные таблицы и системы программирования.

Авторы КИМ предполагают, что часть заданий будет выполняться участниками экзамена «в уме», без расчетов на компьютере. Зато другие задания наоборот, требуют обязательно использовать программное обеспечение и предполагают загрузку файлов данных. Ответ в этом случае будет зависеть от того, какие данные были представлены. Такие задания в КИМ помечены специальным знаком и предупреждением:



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

Таких заданий в КИМ в общей сложности 9: задания 3, 9, 10, 17, 18, 22, 24, 26, 27. На экзамене, помимо, собственно, КИМ, экзаменуемому будут выданы файлы данных. В данной книге будут разобраны тренировочные задания, файлы данных к которым размещены на сайте издательства: www.intellectcentre.ru в разделе «Дополнительные материалы». Код для скачивания – **tiZ0sA**.

Экзаменационная работа 2024 года не предполагает экспертной проверки. Все задания имеют ответ, представляющий собой либо число (серию чисел), либо строку символов. Задания проверяются компьютером в автоматическом режиме путем сравнения ответа с эталонным. Запись ответов осуществляется в специальной программе для проведения экзамена.

Всего в экзаменационной работе, как и в 2021-2023 годах, содержится 27 заданий, правильное выполнение которых принесет экзаменуемому 29 первичных баллов. Правильное выполнение первых 25 заданий оценивается одним первичным баллом за каждое верно выполненное задание (полное совпадение ответа с эталоном), задания 26 и 27 оцениваются максимально двумя первич-

ными баллами за задание, по одному первичному баллу за каждое верно вычисленное значение. Первичные баллы за задания суммируются и по определенной формуле переводятся в тестовые баллы по 100-балльной шкале.

В данной книге, в отличие от других пособий для подготовки к ЕГЭ, задачи собраны по темам. По каждой из тем, проверяемых на экзамене, собраны задачи известных типов, как бывшие на экзаменах прошлых лет, так и в формате заданий 2021–2024 годов. Учащимся нет необходимости просматривать множество однотипных вариантов в попытке составить представление о разнообразии встречающихся на экзамене задач, которые могут стоять в данной позиции – авторы пособия сделали это за них, собрав задания в тематические блоки.

В работе содержатся задания по 10 разделам курса информатики. На определенные темы заданий больше, на другие темы – меньше. На одну тему в работе могут содержаться несколько заданий различного уровня сложности. Таблица ниже показывает соответствие тем и разделов курса.

Таблица

Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса информатики и ИКТ

№	Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Номера заданий и уровни сложности
1	Информация и её кодирование	3	3	4 (Б), 8 (Б), 11 (П)
2	Системы счисления	1	1	14 (П)
3	Основы логики	2	2	2 (Б), 15 (П)
4	Моделирование и компьютерный эксперимент	1	1	1 (Б)
5	Алгоритмы	6	7	16 (П), 19 (П), 20 (П), 21 (П), 24 (В), 26 (В)
6	Элементы теории алгоритмов	4	4	5 (Б), 6 (Б), 12 (П), 23 (П)
7	Программирование	3	4	17 (П), 25 (В), 27 (В)
8	Технология создания и обработки графической и мультимедийной информации	1	1	7 (Б)
9	Обработка числовой информации	2	2	9 (Б), 18 (П)
10	Технологии поиска и хранения информации	2	2	3 (Б), 10 (Б)
11	Архитектура компьютеров и компьютерных сетей	2	2	13 (П), 22 (П)
	Итого	27	29	

Видно, что наибольшим «весом» в итоговом результате обладают два раздела: «Алгоритмы» и «Элементы теории алгоритмов». Также важными разделами являются «Программирование» и «Информация и её кодирование». Хорошее знание этих четырех разделов принесет две трети итоговых баллов. Все четыре задачи высокого уровня сложности относятся к первым трем перечисленным разделам.

В демоверсиях 2021–2024 годов часть заданий принципиально новые по сравнению с КИМ ЕГЭ прежних лет. Это те задания, которые содержат файлы данных и выполняются с использованием специализированного программного обеспечения. Остальные две трети заданий не требуют использования программного обеспечения, могут быть выполнены вручную, без использования компьютера. Но тем не менее, не следует ожидать, что в тех КИМ, которые будут использоваться на экзамене, формулировки заданий будут близки формулировкам демоверсии. Каждый год в КИМ ЕГЭ включается 3-4 задания в принципиально но-

вых формулировках, проверяющие то же самое содержание. Обычно результат их выполнения бывает хуже, чем в прежние годы. Это означает, что следует готовиться решать задания определенного содержания, а не задания конкретных типов, встречавшихся ранее. Начиная с 2016 г., в экзаменационной работе совсем нет заданий с выбором ответа. Это исключает возможность случайного угадывания верного ответа. Следует отметить, что в данной книге собрано довольно много заданий с выбором ответа прежних лет. Их выполнение поможет подготовиться к экзамену 2024 г., так как те же задания могут быть сформулированы в формате, предполагающем краткий ответ. Естественно, что любое из заданий с кратким ответом имеет единственный верный ответ и прямое решение, приводящее к нему.

Результаты экзаменов всех последних лет показывают важность хорошей подготовки к экзамену. Абитуриенты, знакомые с открытым банком заданий и с демонстрационной версией КИМ, уверенно преодолевали минимальную границу баллов и достигали результата, обеспечивающего поступление на избранную специальность профильного вуза. Высокому результату способствует знакомство со структурой работы, представление о возможных типах и форматах заданий на ту или иную тему.

Экзамен не проверяет знание особенностей синтаксиса конкретных языков программирования или каких-то специфических приемов работы с тем или иным программным обеспечением. Вместе с тем, компьютерная форма экзамена уже требует от выпускника демонстрации умения работать со специализированным программным обеспечением. Задания построены так, чтобы их мог выполнить любой знающий материал выпускник, независимо от того, по какому учебнику и с использованием какой среды программирования проходило обучение. Во всех задачах данной книги, содержащих фрагменты программ, они записаны на 4-х языках программирования: C++, Python, Паскале и Алгоритмическом языке. В спецификации КИМ ЕГЭ 2024 г. перечислены следующие языки программирования, на которых можно будет выполнять задания работы: C++, Java, C#, Pascal, Python, Школьный алгоритмический язык.

За правильное выполнение всей работы можно получить 29 первичных баллов. При пересчете в 100-балльную шкалу они превратятся в 100 тестовых баллов. Шкала перевода первичных баллов в тестовые не линейная, цена первичного балла выше ближе к краям шкалы.

На выполнение экзаменационной работы отводится 235 минут, это чуть менее 4 часов.

Следует рассчитать свои силы и время, необходимое на выполнение отдельных заданий и не задерживаться слишком долго, если выполнить задание не удастся: есть опасность не успеть выполнить все запланированные к выполнению задания. При этом надо понимать, что задания имеют различную сложность и трудоемкость. При планировании тактики выполнения работы следует учитывать, что все задания варианта КИМ выдаются экзаменуемому одновременно (в начале экзамена), поэтому участник экзамена вправе самостоятельно распределять время, выполнять задания в любом порядке, возвращаться к уже выполненным заданиям и так далее. Рекомендуется выполнять задания в том порядке, в котором они идут в экзаменационной работе, так как уровень сложности заданий последовательно возрастает.

Если задание ставит вас в тупик – пропустите его, попытайтесь выполнить следующее по очереди задание. Возвращаться к вызвавшим затруднения заданиям следует только после того, как будут выполнены все задания, не вызывающие затруднений. Учтите, что формулировки заданий могут различаться довольно значительно при одном и том же проверяемом содержании, поэтому важно в первую очередь вчитаться в формулировку, понять, какое содержание она проверяет и каким из разобранных при подготовке к экзамену заданий соответствует, а затем уже начать выполнение задания.

Единый государственный экзамен – комплексное испытание, его результат зависит не только от ваших знаний, умений и навыков, но также от аккуратности, собранности, целе-

устремленности. Целенаправленная подготовка и хорошая физическая форма в день экзамена – залог успеха.

Лучший способ подготовки к экзамену – изучение информатики. Те, кто хорошо знают предмет, сдают экзамен легко. Тем не менее, стоит прийти на экзамен, хорошо представляя, как будет выглядеть экзаменационная работа. Поэтому посмотрите, пожалуйста, демонстрационную версию экзаменационной работы, размещенную на сайте ФИПИ (www.fipi.ru). Также подготовиться к экзамену вам помогут различные издания, содержащие примеры заданий, которые использовались на экзаменах в предшествующие годы. Учтите, что демонстрационная версия КИМ только показывает, какое задание МОЖЕТ стоять на этом месте в работе, это совсем не означает, что в работе будет задание абсолютно аналогичное заданию, приведенному в демоверсии. В реальном КИМ задания на каждой позиции будут соответствовать демонстрационному варианту по тематике, уровню сложности и формату ответа. Это не исключает того, что может проверяться какой-то иной аспект темы и задания будут сильно различаться внешне.

Тем не менее, решение заданий прошлых лет может очень помочь вам при подготовке к экзамену, так как вы увидите, какие бывают задания, какие элементы содержания предмета проверяются и каким образом это делается. Эта книга призвана помочь вам на основном этапе подготовки к экзамену – при изучении основного материала и тематическом контроле в ходе этого изучения. На этом этапе надо стараться решать задачи разных типов, проверяющие знание данной темы, анализировать возможные ошибки и закреплять умение, решая задачи аналогичного содержания и формата.

Используйте Единый государственный экзамен как возможность проверить свои знания, умения, свою волю, свой характер. Готовьтесь к экзамену хорошенько – и благоприятный исход вам гарантирован!

1. Математические основы информатики

1.1. Кодирование информации

Следует помнить основные положения алфавитного подхода к измерению количества информации.

1) Пусть A – упорядоченное множество из N элементов, тогда для кодирования каждого элемента двоичным кодом, например, путем нумерации в двоичной системе счисления, требуется $\log_2 N$ двоичных разрядов (бит). Объем информации I , содержащейся в сообщении о том, что выбран какой-либо элемент этого множества, равен, соответственно $\log_2 N$ бит. Если N не является целой степенью 2, то число $\log_2 N$ не является целым, и $I = \lceil \log_2 N + 1 \rceil$, т.е. происходит округление в большую сторону. При решении задач, если N не является целым числом, I можно найти как $\log_2 N'$, где N' ближайшая к N степень двойки, такая что $N' > N$.

2) (Следует из предыдущего.) Если некоторый алфавит содержит M символов, то информационный объем одного символа этого алфавита в сообщении равен $\log_2 M$. Для того чтобы найти информационный объем сообщения, состоящего из символов этого алфавита, следует $\log_2 M$ умножить на количество символов в сообщении.

3) С помощью n двоичных разрядов (бит) можно закодировать двоичным кодом все элементы множества мощностью 2^n (т.е. состоящего из 2^n элементов). Информационный объем одного символа, обозначающего элемент данного множества, будет равен n .

Равномерное кодирование текста

В ЕГЭ 2024 года всего три задания на кодирование текстовой информации. Два из них базового уровня сложности (задания 4 и 8), одно – повышенного уровня сложности (задание 11). Сначала разберем задание 8, которое решается комбинаторным методом. Но, прежде чем разобрать задание из демоверсии, посмотрим более простые задания, решение которых подведет нас к решению задания 8 в современном варианте.

Задание 8

Пример 1

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 20 символов, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. На сколько бит уменьшилась длина сообщения?
В ответе запишите только число.

Решение:

После перекодировки из 2-байтного кода в 8-битный каждый символ сообщения стал занимать на 8 бит меньше, а всего символов 20, следовательно длина сообщения уменьшилась на $20 \times 8 = 160$ бит.

Ответ: 160

Задачи для самостоятельного решения

8.1

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 16-битном коде Unicode, в 8битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 440 бит. Какова длина сообщения в символах?

8.2

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 30 символов, первоначально записанного в 8-битной кодировке КОИ-8, в 2-байтный код Unicode. На сколько бит увеличилась длина сообщения?

8.3

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 50 символов, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. На сколько байт уменьшилась длина сообщения?

8.4

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 200 бит. Какова длина сообщения в символах?

8.5

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного, первоначально записанного в 8-битной кодировке КОИ-8, в 2-байтный код Unicode. При этом информационное сообщение увеличилось на 320 бит. Какова длина сообщения в символах?

Пример 2

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение:

Буква П появляется в слове один раз, поэтому надо определить, сколько всего существует слов, составленных из двух символов, длиной 4 буквы, и полученное число умножить на 5 (так как букву П можно добавить к каждому из этих слов в 5 различных местах). Из двух символов можно составить $2^4=16$ различных четырехбуквенных слов, поэтому всего Игорь может использовать 80 различных кодовых слов.

Ответ: 80

Аналогичное данному примеру 2 задание приведено на 8 позиции в демонстрационном варианте ЕГЭ 2021 года.

Задание из демоверсии 2021 года

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует трёхбуквенные слова, в которых могут быть только буквы Ш, К, О, Л, А, причём буква К появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение:

Буква К появляется в слове один раз, поэтому надо определить, сколько всего существует слов, составленных из четырех оставшихся символов, длиной 2 буквы, и полученное число умножить на 3 (так как букву К можно добавить к каждому из этих слов в 3 раз-

личных местах). Из четырех символов можно составить $4^2=16$ различных двухбуквенных слов, поэтому всего Игорь может использовать 48 различных кодовых слов.

Ответ: 48

Следует, однако, учитывать, что на этой позиции в реальном КИМ может стоять задача той же тематики, но с другими формулировками. Ниже приведены еще несколько примеров различных вариантов задания на тему равномерного кодирования, аналогичные использовавшимся в КИМ ЕГЭ различных лет.

Пример 3

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **67**.

Решение (1 способ):

Нужно посчитать, сколько слов всего в этом списке (сколько 4-буквенных слов можно составить из 4 различных букв). Так как на каждой из 4 позиций может стоять любая из 4 букв, то количество слов в списке будет равно $4^4 = 256$.

При этом слова под номерами 1-64 будут начинаться на букву К, под номерами 65-128 будут начинаться на букву Л. Под номером 65 стоит слово ЛККК, а под номером 67 – ЛККР.

Решение (2 способ):

Обозначим $K = 0$, $L = 1$, $R = 2$, $T = 3$. Тогда получается, что список состоит из чисел в системе счисления с основанием 4, количество значащих цифр в которых не превышает 4.

Таких чисел $4^4 = 256$. При этом число 0000 в списке пронумеровано 1, 0001 – 2, а под номером 67 будет стоять число, равное 66_{10} , которое и нужно будет перевести в четверичную систему счисления.

Разложим 66 на степени четверки ($4^3=64$, $4^2=16$, $4^1=4$, $4^0=1$): $66 = 1 \cdot 64 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 1$.

Выписав цифры, получим $66_{10} = 1002_4$. Вспомнив начальные обозначения, запишем искомое слово: ЛККР.

Ответ: ЛККР

Первый способ более быстрый в некоторых случаях, но второй способ более надежный и универсальный.

Пример 4

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **240-м месте** от начала списка.

Решение (1 способ):

Нужно посчитать, сколько слов всего в этом списке (сколько 5-буквенных слов можно составить из 3 различных букв). Так как на каждой из 5 позиций может стоять любая из 3 букв, то количество слов в списке будет равно $3^5 = 243$.

Значит последнее слово УУУУУ стоит на 243-м месте. На 242-м месте стоит УУУУО, на 241-м – УУУУА, а на 240-м – УУУОУ.

Решение (2 способ):

Обозначим А = 0, О = 1, У = 2, тогда получается, что список состоит из чисел в троичной системе счисления, количество значащих цифр в которых не превышает 5.

Таких чисел $3^5 = 243$. При этом число 00000 в списке пронумеровано 1, 00001 – 2, а под номером 240 будет стоять число, равное 239_{10} , которое и нужно будет перевести в троичную систему счисления.

Разложим 239 на степени тройки ($3^4=81$, $3^3=27$, $3^2=9$, $3^1=3$, $3^0=1$): $239 = 2 \cdot 81 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1$

Выписав троичные цифры, получим $239_{10} = 22212_3$. Вспомнив начальные обозначения, запишем искомое слово: УУУОУ.

Ответ: УУУОУ

Пример 5

Азбука Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код азбуки Морзе длиной **не менее четырёх** и **не более пяти** сигналов (точек и тире)?

Решение:

В основе решения лежит известная формула $P=a^k$, где P-количество слов, которые можно записать с помощью k символов алфавита мощностью a. Так как символы в азбуке Морзе имеют переменную длину, то для ответа на поставленный вопрос надо сложить два числа: $2^4+2^5=16+32=48$.

Ответ: 48

Задачи для самостоятельного решения

8.6

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **238-м месте** от начала списка.

8.7

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, Я, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. ААААЯ
5. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **1020-м месте** от начала списка.

8.8

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **61**.

8.9

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **83-м месте** от начала списка.

8.10

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **195-м месте** от начала списка.

8.11

Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно четырёх таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты четырёх различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

8.12

Световое табло состоит из трёх светящихся элементов, каждый из которых может светиться одним из пяти различных цветов. Каждая комбинация из трёх цветов кодирует определённый сигнал. Сколько различных сигналов можно передать при помощи табло при условии, что все элементы должны светиться?

8.13

Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно пяти таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты четырёх различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

8.14

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **131**.

8.15

Павел составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 3-буквенные слова, в которых есть только буквы А, И, О, С, причём буква И появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Павел?

Следующее задание на равномерное кодирование – повышенного уровня сложности (задание 11). Оно основано на том, что для кодирования каждого символа также используется одинаковое для всех используемых символов (и минимально возможное) количество бит, но получившаяся строка записывается в целое количество байт (при этом какие-то биты остаются не использованными).

Задание 11

Пример 1

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Ш, К, О, Л, А (таким образом, используется 5 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Укажите объём памяти в байтах, отводимый этой системой для записи 30 паролей. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно.

Решение:

Количество различных символов $N = 5$.

$$N' = 8 = 2^3.$$

$I = \log_2 N' = 3$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 15, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $15 \times 3 = 45$ бит.

$5 \text{ байт} < 45 \text{ бит} < 6 \text{ байт}$, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 6.

Поскольку всего паролей 30, то необходимый объем памяти составляет $30 \times 6 = 180$ байт.

Ответ: 180**Пример 2**

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение:

Количество различных символов $N = 12$. $N' = 16 = 2^4$.

$I = \log_2 N' = 4$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 15, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $15 \times 4 = 60$ бит.

$7 \text{ байт} < 60 \text{ бит} < 8 \text{ байт}$, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 8.

Для хранения сведений об одном пользователе отводится $400:20 = 20$ байт, из которых 8 отводится на пароль и 12 – на дополнительные сведения.

Ответ: 12**Пример 3**

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 12 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объем памяти, который занимает хранение 60 паролей.

- 1) 540 байт 2) 600 байт 3) 660 байт 4) 720 байт

Решение:

Количество различных символов $N = 10+12+12 = 34$ (10 цифр, 12 строчных букв и 12 заглавных букв).

$$N' = 64 = 2^6.$$

$I = \log_2 N' = 6$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 11, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $11 \times 6 = 66$ бит.

1 байт < 66 бит < 9 байт, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 9.

Поскольку всего паролей 60, то необходимый объем памяти составляет $60 \times 9 = 540$ байт.

Ответ: 1**Задачи для самостоятельного решения****11.1**

В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляют из заглавных букв (используются только 20 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 30 номеров.

- 1) 90 байт 2) 120 байт 3) 180 байт 4) 150 байт

11.2

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 8 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 15 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 80 паролей.

- 1) 320 байт 2) 400 байт 3) 560 байт 4) 480 байт

11.3

В некоторой стране автомобильный номер длиной 10 символов составляют из заглавных букв (используются только 18 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 100 номеров.

- 1) 500 байт 2) 600 байт 3) 700 байт 4) 800 байт

11.4

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 9 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 28 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 40 паролей.

- 1) 200 байт 2) 240 байт 3) 280 байт 4) 320 байт

11.5

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 10 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 50 паролей.

- 1) 300 байт 2) 350 байт 3) 400 байт 4) 550 байт

11.6

В велокроссе участвуют 56 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Какой объём памяти будет использован устройством, когда все спортсмены прошли промежуточный финиш?

- 1) 56 бит 2) 280 бит 3) 42 байт 4) 56 байт

11.7

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только цифры и буквы У, Ч, И, Т, Е, Л, Ъ (таким образом, используется 17 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объём памяти (в байт), отводимый этой системой для записи 40 паролей.

В ответе запишите только число.

11.8

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: Q, W, A, S, E, D, Z, X. В базе данных для хранения пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения паролей 20 пользователей. В ответе запишите только целое число – количество байт.

11.9

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 101 символа и содержащий только десятичные цифры и символы из 4090-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения 16 384 идентификаторов. В ответе запишите только целое число – количество Кбайт.

11.10

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 118 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 1500-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения 65 536 идентификаторов. В ответе запишите только целое число – количество Кбайт.

Неравномерное кодирование

Неравномерным называется способ кодирования, при котором разные символы алфавита кодируются битовой последовательностью различной длины. Этот код может оказаться более экономным в случае, если определенные символы алфавита встречаются в тексте часто, а некоторые – достаточно редко. Тогда часто встречающиеся символы следует кодировать короткими кодовыми последовательностями, а редко встречающиеся – длинными. На практике чаще используется равномерное кодирование, но для некоторых видов алгоритмов знание принципов неравномерного кодирования может оказаться полезным.

При решении задач на неравномерное кодирование необходимо знать, когда код является однозначно декодируемым. Для этого введем понятие префиксного кода.

Префиксным называется код, не имеющий ни одного кодового слова, которое было бы префиксом (началом) любого другого кодового слова данного кода. Если код является префиксным, то любая последовательность кодовых слов всегда только одним образом разделяется на отдельные из них.

Задание 4

Пример 1

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Решение:

Код для буквы С должен быть трехзначным и начинаться на 1, так как при коде 01 строки СОО и ОП будут кодироваться одинаковой последовательностью 0100, при коде 10 будут совпадать СО и П, при коде 11 совпадут последовательности ТП и ССОО. Трехзначный код 101 обеспечит однозначное декодирование.

Ответ: 4

Пример 2

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–1, Б–000, В–001, Г–011.

Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 00 2) 01 3) 11 4) 010

Решение:

Вариантов кодового слова, которым может быть закодирована буква Д, много, поэтому проверим предложенные ответы, начиная с самых коротких:

1) 00 – является префиксом слова 000 (буква Б), отсюда, например, входящую последовательность 000000 можно декодировать двумя различными способами 00 00 00 (ДДД) и 000 000 (ББ). Этот вариант ответа не подходит;

2) 01 – является префиксом слова 011 (буква Г). Входящую последовательность 011 можно декодировать двумя различными способами: 011 (Г) и 01 1 (ДА). Этот вариант ответа также не подходит;

3) 11 – не является префиксом ни одного из слов, но при этом кодовое слово 1 (А) является префиксом слова 11 (Д). Входящую последовательность 11 можно декодировать двумя различными способами: 11 (Д) и 1 1 (АА). Этот вариант ответа не подходит;

4) 010 – не является префиксом ни одного из слов и, при этом, ни одно из слов кода не является префиксом слова 010.

Ответ: 4

При кодировании часто используются избыточные коды, рассчитанные на возможность исправления единичных ошибок, которые могут возникать при передаче сообщения.

Пример 3

Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами:

А – 10010, Б – 11111, В – 00101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01111, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается ‘х’).

Получено сообщение 10000 10101 11011 10111. Декодируйте это сообщение – выберите правильный вариант.

- 1) АВББ 2) АВхБ 3) хххх 4) АхББ

Решение:

Для решения этого задания следует применить описанный алгоритм по отношению к каждому кодовому слову в сообщении:

- 1) 10000 отличается от 10010 ровно в одной (четвертой) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву А;
- 2) 10101 отличается от 00101 ровно в одной (первой) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву В;
- 3) 11011 отличается от 11111 ровно в одной (третьей) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву Б;
- 4) 10111 отличается от 11111 ровно в одной (второй) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву Б.

Ответ: 1

Пример 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение:

Требуется построить код, отвечающий условию Фано. Проще всего это делать, рисуя двоичное дерево возможных кодов. Ясно, что код любой из оставшихся 4 букв будет начинаться на 11, так как любой код, начинающийся на 0 или на 10, не будет удовлетворять условию Фано. Для кодирования 4 символов можно использовать равномерный код длины 4: 1100, 1101, 1110, 1111. Можно для одного из символов использовать трехбитный код, например 110. Тогда длины трех оставшихся кодов будут, соответственно, 4, 5 и 5. (1110, 11110 и 11111). В первом случае сумма длин шести слов равна 19 бит, во втором случае $1+2+3+4+5+5=20$, что на 1 бит больше.

Ответ: 19

Пример 5

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А – 0; Б – 110; В – 111.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение:

Требуется построить код, отвечающий условию Фано. Это значит, что код не может начинаться ни на 0 (код буквы А), ни на 11 (так как оба трехбитных кода, начинающихся на 11, уже использованы для кодирования букв Б и В). Следовательно, код может начинаться на 10. В том случае, если все сообщения представляют собой комбинации из только 4 букв, код 10 для буквы Г является единственным кратчайшим.

Ответ: 10

Пример 6

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы из набора: А, З, К, Н, Ч. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Н – 1111, З – 110. Для трёх оставшихся букв А, К и Ч кодовые слова неизвестны. Какое количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова КАЗАЧКА, если известно, что оно закодировано минимально возможным количеством двоичных знаков?

Решение:

Необходимо создать кодовые слова для трех букв, при этом буква А встречается в слове 3 раза, буква К – два раза, а буква Ч – один раз. Идеально, если для буквы А будет использован код длиной 1 двоичную цифру, а для буквы К – длиной 2 двоичных цифры. По условию Фано для буквы А можно использовать код 0, для буквы К – код 10, для буквы Ч кратчайший код будет 1110, так как трехзначных кодов, удовлетворяющих условию Фано, нет. Тогда общая длина кода для слова КАЗАЧКА составит $2+1+3+1+4+2+1=14$ двоичных знаков.

Ответ: 14

Задачи для самостоятельного решения

4.1

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–011, Б–11, В–001, Г–010. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 1 2) 10 3) 01 4) 00

4.2

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–111, Б–01, В–10, Г–001. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 11 2) 00 3) 110 4) 010

4.3

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–100, Б–110, В–111, Г–0. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 101 2) 11 3) 001 4) 10

4.4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи.

Использовали код: А–00, Б–1, В–010, Г–0111. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 0 2) 001 3) 101 4) 0110

4.5

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–01, Б–00, В–10, Г–110. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 001 2) 11 3) 010 4) 111

4.6

Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами:

А – 11000, Б – 00010, В – 10101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 00000, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11110 10111 10010 10000. Декодируйте это сообщение – выберите правильный вариант.

- 1) хххх 2) АВБА 3) ххБА 4) хВБА

4.7

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 10; для буквы Б – кодовое слово 11. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

1.2. Системы счисления

В ЕГЭ 2024 года осталось только одно задание 14 повышенного уровня по теме «Системы счисления». Разберем его ниже, а пока вспомним некоторые общие принципы записи чисел в позиционных системах счисления, в частности в двоичной.

Двоичная система счисления

Для перевода чисел из двоичной системы в десятичную, и обратно, полезно выучить наизусть таблицу первых десяти степеней двойки:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 ⁿ	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru