

## Предисловие

Самое большое желание человека во все времена было узнать будущее: что будет, если разольется река у его дома, что будет, если наступит засуха, что будет с ним самим, если.... и множество других вопросов, связывающих какие-либо условия с результатом их осуществления. В основе этого естественного интереса лежит данное природой чувство самосохранения, желание предусмотреть опасности и другие нежелательные последствия, заранее к ним подготовиться.

Одновременно с развитием целенаправленного труда, производства и строительства человечество все в большей мере осмысливало результаты своего труда. Это послужило толчком развития естественных наук, главной задачей которых было предсказание на основе обобщения эмпирического опыта. Но эмпирический опыт тоже не давал надежного предсказания за пределами области накопления данных. Так сложились предпосылки возникновения точных наук, которые позволили многие явления описать формальными законами.

Современная наука, оснащенная специальными техническими устройствами, имеющая огромный арсенал методов изучения, дает ответ на вопросы, почему это так и что будет, если...? Правильные ответы на эти вопросы могут быть получены, только если учтены все, в том числе неизвестные, составляющие предмета изучения. Поэтому развитие фундаментальных наук пошло по пути специализации, позволяющей углубить, но при этом ограничить область исследований.

По мере развития, усложнения и расширения сферы деятельности людей многократно выросла потребность в прогнозе результатов при вовлечении огромного числа факторов из разных затрагиваемых при этом областей. Так понятие «предмет изучения» дополнилось определением «система».

В ближайшие годы предстоит провести широкомасштабные работы по организации охраны водных ресурсов страны от истощения и загрязнения. В связи с этим большое значение приобретает: использование современных методов математического моделирования и системного анализа для выбора оптимальных режимных и конструктивных параметров и схем очистки; реализация замкнутых безотходных систем водоснабжения; использование мембранных методов очистки и современного оборудования. Создание замкнутых систем водоснабжения позволит защитить водные объекты от загрязнения и засоления, значительно сократить объемы забираемой из них свежей воды, что приобретает особое значение для тех районов, где испытывается дефицит в пресной воде.

В предлагаемом учебном пособии авторы рассматривают вопросы теоретических предпосылок создания оптимального водопотребления и водотведения.

# Глава 1. СИСТЕМЫ И МЕТОДЫ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

## 1.1. Система. Виды систем. Моделирование систем

Понятие «система» может включать объекты как обладающие физическими признаками, так и не обладающие ими. Например, социальные, правовые, поведенческие и другие системы. Системы могут охватывать любые области природы, техники, творчества и науки. Однако обязательным условием всех систем является их ограниченность. Безграничных систем не существует, так как при этом утрачивается смысл систематизации. Вместе с этим, множества ограниченных систем составляют единство мироздания.

*Система* — это совокупность свойств и взаимодействий материальных объектов и явлений в заданной или ограниченной области. Характеризуется система факторами, для описания которых используют переменные.

Различают следующие виды систем, представленные в альтернативном порядке:

*Дискретная система* — переменные изменяются скачкообразно. Такая система отражает «внешние» факторы и мало зависит от времени. Примером может служить работа механизма «на первый отказ».

*Непрерывная система* — переменные изменяются постоянно. Эта система отражает «внутренние» изменения и зависит от времени. Процессы очистки воды являются примером непрерывных систем.

*Регулярная система* (правильная) — совокупность закономерных свойств и взаимодействий.

*Спорадическая система* (неправильная) — совокупность случайных свойств и взаимодействий. На самом деле, всякая случайность является таковой до той поры, пока не найдены ее закономерности. Поэтому спорадическая система, как правило, отражает начальное состояние ее изучения.

*Реальная система* — совокупность всех материальных факторов.

*Абстрактная система* — совокупность функций факторов.

Понятие «моделирование» отражает исследование объектов познания на их моделях: построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений (живых и неживых систем, инженерных конструкций, разнообразных процессов — физических, химических, биологических, социальных) и конструируемых объектов (для определения, уточнения их характеристик, рационализации способов их построения и т.п.).

Единая классификация видов моделирования затруднительна в силу многозначности понятия «модель» в науке и технике. Ее можно

строить на различных основаниях. Например, по характеру моделей, используя разные средства моделирования, по свойствам моделируемых объектов, по сферам приложения моделирования. Так, моделирование может применяться в технике, в физических науках, в химии. Возможно моделирование процессов живого, психики и т.п. и на разных уровнях изучения систем, начиная, например, с макрообъектов и заканчивая выделением в физике моделирования на микроуровне (моделирование на уровнях исследования, касающихся элементарных частиц, атомов, молекул). В связи с этим любая классификация методов моделирования обречена на неполноту, тем более, что терминология в этой области опирается не столько на «строгие» правила, сколько на языковые, научные и практические традиции, а еще чаще определяется в рамках конкретного контекста и вне его никакого общепринятого значения не имеет (характерный пример — термин «кибернетическое» моделирование).

## 1.2. Моделирование как метод познания окружающего мира

Моделирование как метод познания неотделимо от развития знаний. По существу, моделирование как форма отражения действительности зарождается в античную эпоху одновременно с возникновением научного познания. Однако в отчетливой форме (хотя без употребления самого термина) моделирование начало широко использоваться еще в эпоху Возрождения. Ф. Брунеллески, Микеланджело и другие итальянские архитекторы и скульпторы пользовались моделями проектируемых ими сооружений. В теоретических же работах Г. Галилея и Л. да Винчи не только используются модели, но и выясняются пределы применимости метода моделирования. И. Ньютон пользуется этим методом уже вполне целенаправленно. В IX — XX вв. трудно назвать область науки или ее приложений, где моделирование не имело бы существенного значения. Исключительно большую методологическую роль сыграли в этом отношении работы У. Кельвина, Дж. Максвелла, Ф.А. Кекуле, А.М. Бутлерова и других физиков и химиков. Именно физика и химия стали, можно сказать, классическими «полигонами» методов моделирования. Появление же первых электронных вычислительных машин (Дж. Нейман, 1947) и формулирование основных принципов кибернетики (Н. Винер, 1948) привели к поистине универсальной значимости новых методов — как в абстрактных областях знания, так и в их приложениях. Моделирование ныне приобрело общенаучный характер и применяется в исследованиях живой и неживой природы, в науках о человеке и обществе.

Понятие «моделирование» является гносеологической категорией, характеризующей один из важных путей познания.

*Моделирование — это форма отражения действительности. Модель полезна только тогда, когда она в достаточной мере соответствует реаль-*

ной системе. Чем совершеннее модель, тем ближе она к реальной действительности.

*Моделирование* — это способ изучения реальных систем. В области водоснабжения и водоотведения, водной экологии это моделирование сред, процессов, оборудования и инженерных сооружений на моделях. Модель отличается от объектов моделирования (натуры) масштабом (реальные модели) или свойствами (мнимые модели).

В отличие от реальных систем модели обладают способностью воспроизводить их состояние как в разных условиях, так и во времени. Это открывает большие возможности в получении знаний о реальных системах.

Основная цель моделирования — сокращение времени и затрат на получение достоверной информации об изучаемом объекте. Применительно к системам водоснабжения, водоотведения и водной экологии практические задачи, решаемые методами моделирования, следующие:

- экспертная оценка существующих систем водоснабжения и водоотведения;
- прогноз работы систем в новых (изменяющихся) условиях;
- управление работой систем и технологическими процессами;
- инженерно-технологическое конструирование новых сооружений;
- научное (познавательное) изучение инженерных систем и процессов;
- поиск оптимальных технико-экономических решений.

## 1.3. Виды моделирования систем

### 1.3.1. Выбор модели как основа процесса моделирования

*Предметным* называется моделирование, в ходе которого исследование ведется на модели, воспроизводящей основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики «оригинала». На таких моделях изучаются процессы, происходящие в оригинале — объекте исследования или разработки (изучение на моделях свойств строительных конструкций, различных механизмов, транспортных средств и т.п.). Если модель и натура имеют одну и ту же физическую природу, то говорят о *физическом моделировании*.

При *знаковом моделировании* моделями служат знаковые образования какого-либо вида: схемы, графики, чертежи, формулы, графы, слова и предложения в некоторых алфавитах (естественного или искусственного языка). Важнейшим видом знакового моделирования является математическое (логико-математическое) моделирование, осуществляемое средствами языка математики и логики. Знаковые образования и их элементы всегда рассматриваются вместе с определенными преобразованиями, операциями над ними, которые выполняет человек или машина (преобразования математических, логических, химических формул,

преобразования состояний элементов цифровой машины, соответствующих знакам машинного языка, и др.). Современная форма «материальной реализации» знакового (прежде всего, математического) моделирования — это моделирование на цифровых электронных вычислительных машинах, универсальных и специализированных.

Такие машины это своего рода «чистые бланки», на которых в принципе можно зафиксировать описание любого процесса (явления) в виде его программы, т.е. закодированной на языке программирования системы правил, следуя которым машина может «воспроизвести» ход моделируемого процесса.

Действия со знаками всегда в той или иной мере связаны с пониманием знаковых образований и их преобразований: формулы, математические уравнения и тому подобные выражения применяемого при построении модели научного языка определенным образом интерпретируются (истолковываются) в понятиях той предметной области, к которой относится оригинал. Поэтому реальное построение знаковых моделей или их фрагментов может заменяться мысленно-наглядным представлением знаков или операций над ними. Эту разновидность знакового моделирования иногда называют мысленным моделированием. Впрочем, этот термин часто применяют для обозначения «интуитивного» моделирования, не использующего никаких четко фиксированных знаковых систем, а протекающего на уровне «модельных представлений». Такое моделирование есть неперемнное условие познавательного процесса на его начальной стадии.

По характеру той стороны объекта, которая моделируется, уместно различать моделирование *структуры* объекта и моделирование его *поведения* (функционирования протекающих в нем процессов и т.п.). Это различие сугубо относительно для химии или физики, но оно приобретает четкий смысл в науках о жизни, где различие структуры и функции систем живого принадлежат к числу фундаментальных методологических принципов исследования, и в кибернетике, делающей акцент на моделировании функционирования изучаемых систем. При «кибернетическом» моделировании обычно абстрагируются от структуры системы, рассматривая ее как «*черный ящик*», описание (модель) которого строится в терминах соотношения между состояниями его «входов» и «выходов» («входы» соответствуют внешним воздействиям на изучаемую систему, «выходы» — ее реакциям на них, т.е. поведению).

Для ряда сложных явлений (например турбулентности, пульсации в областях отрыва потока и т.п.) пользуются стохастическим моделированием, основанным на установлении вероятностей тех или иных событий. Такие модели не отражают весь ход носящих случайный характер отдельных процессов в данном явлении, а определяют некоторый средний, суммарный результат.

Возможность моделирования, т.е. переноса результатов, полученных в ходе построения и исследования моделей, на оригинал, основана на том,

что модель в определенном смысле отображает (воспроизводит, моделирует) какие-либо его черты. Такое отображение (и связанная с ним идея подобия) основано, явно или неявно, на точных понятиях изоморфизма или гомоморфизма (или их обобщениях) между изучаемым объектом и некоторым другим объектом «оригиналом» и часто осуществляется путем предварительного исследования (теоретического или экспериментального) того и другого. Поэтому для успешного моделирования полезно наличие уже сложившихся теорий исследуемых явлений или хотя бы удовлетворительно обоснованных теорий и гипотез, указывающих предельно допустимые при построении моделей упрощения. Результативность моделирования значительно возрастает, если при построении модели и переносе результатов с модели на оригинал можно воспользоваться некоторой теорией, уточняющей связанную с используемой процедурой моделирования идею подобия. Для явлений одной и той же физической природы такая теория, основанная на использовании понятия размерности физических величин, хорошо разработана. Но для моделирования сложных систем и процессов, изучаемых, например, в кибернетике, аналогичная теория еще не разработана, чем и обусловлено интенсивное развитие теории больших систем — общей теории построения моделей сложных динамических систем живой природы, техники и социально-экономической сферы.

Моделирование всегда используется вместе с другими общенаучными и специальными методами. Прежде всего, моделирование тесно связано с экспериментом. Изучение какого-либо явления на его модели (при предметном, знаковом моделировании, моделировании на ЭВМ) можно рассматривать как особый вид эксперимента: «модельный эксперимент», отличающийся от обычного («прямого») эксперимента тем, что в процесс познания включается «промежуточное звено» — модель, являющаяся одновременно и средством, и объектом экспериментального исследования, заменяющим изучаемый объект. Модельный эксперимент позволяет изучать такие объекты, прямой эксперимент над которыми затруднен, экономически невыгоден, либо вообще невозможен в силу тех или иных причин (например, моделирование уникальных гидротехнических сооружений, сложных промышленных комплексов, экономических систем, социальных явлений, процессов, происходящих в космосе, конфликтов и боевых действий и др.).

Исследование знаковых (в частности, математических) моделей также можно рассматривать как некоторые эксперименты («эксперименты на бумаге», умственные эксперименты). Это становится особенно очевидным в свете возможности их реализации средствами электронной вычислительной техники. Один из видов модельного эксперимента — модельно-кибернетический эксперимент, в ходе которого вместо «реального» экспериментального оперирования изучаемым объектом находят алгоритм (программу) его функционирования, который и оказывается своеобразной моделью поведения объекта. Вводя этот алгоритм

в цифровую ЭВМ и, как говорят, «проигрывая» его, получают информацию о поведении оригинала в определенной среде, о его функциональных связях с меняющейся «средой обитания».

То есть можно, прежде всего, различать «материальное» (предметное) и «идеальное» моделирование; первое можно трактовать как «экспериментальное», второе — как «теоретическое» моделирование, хотя такое противопоставление, конечно, весьма условно не только в силу взаимосвязи и обоюдного влияния этих видов моделирования, но и наличия таких «гибридных» форм, как «мысленный эксперимент».

«Материальное» моделирование подразделяется, как было отмечено выше, на физическое и предметно-математическое моделирование, а частным случаем последнего является аналоговое моделирование. Далее, «идеальное» моделирование может происходить как на уровне самых общих, быть может даже не до конца осознанных и фиксированных, «модельных представлений», так и на уровне достаточно детализированных знаковых систем; в первом случае говорят о мысленном (интуитивном) моделировании, во втором — о знаковом моделировании (важнейший и наиболее распространенный его вид — логико-математическое моделирование). Наконец, моделирование на ЭВМ (часто именуемое «кибернетическим») является «предметно-математическим по форме, знаковым по содержанию».

Моделирование необходимо предполагает использование абстрагирования и идеализации. Отображая существующие (с точки зрения цели исследования) свойства оригинала и отвлекаясь от несущественного, модель выступает как специфическая форма реализации абстракции, т.е. как некоторый абстрактный идеализированный объект. При этом от характера и уровней, лежащих в основе моделирования абстракций и идеализаций в большой степени зависит весь процесс переноса знаний с модели на оригинал. В частности, существенное значение имеет выделение трех уровней абстракции, на которых может осуществляться моделирование: уровня потенциальной осуществимости (когда упомянутый перенос предполагает отвлечение от ограниченности познавательной-практической деятельности человека в пространстве и времени), уровня «реальной» осуществимости (когда этот перенос рассматривается как реально осуществимый процесс, хотя, быть может, лишь в некоторый будущий период человеческой практики) и уровня практической целесообразности (когда этот перенос не только осуществим, но и желателен для достижения некоторых конкретных познавательных или практических задач).

На всех этих уровнях, однако, приходится считаться с тем, что моделирование данного оригинала может ни на каком своем этапе не дать полного знания о нем. Эта черта моделирования особенно существенна в том случае, когда предметом моделирования являются сложные системы, поведение которых зависит от значительного числа взаимосвязанных факторов различной природы. В ходе познания такие системы

отображаются в различных моделях, более или менее оправданных; при этом одни из моделей могут быть родственными друг другу, другие же могут оказаться глубоко различными. Поэтому возникает проблема сравнения (оценки адекватности) разных моделей одного и того же явления, что требует формулировки точно определяемых критериев сравнения. Если такие критерии основываются на экспериментальных данных, то возникает дополнительная трудность, связанная с тем, что хорошее совпадение заключений, которые следуют из модели, с данными наблюдения и эксперимента еще не служит однозначным подтверждением верности модели, так как возможно построение других моделей данного явления, которые также будут подтверждаться эмпирическими фактами. Отсюда — естественность ситуации, когда создаются взаимодополняющие или даже противоречащие друг другу модели явления; противоречия могут «сниматься» в ходе развития науки (и затем появляться при моделировании на более глубоком уровне). Например, на определенном этапе развития теоретической физики при моделировании физических процессов на «классическом» уровне использовались модели, подразумевающие несовместимость корпускулярных и волновых представлений; эта «несовместимость» была «снята» созданием квантовой механики, в основе которой лежит тезис о корпускулярно-волновом дуализме, заложенном в самой природе материи.

Другим примером такого рода моделей может служить моделирование различных форм деятельности мозга. Создаваемые модели интеллекта и психических функций, например в виде эвристических программ для ЭВМ, показывают, что моделирование мышления как информационного процесса возможно в различных аспектах, для «согласования» которых необходимы дальнейшие логические, психологические, физиологические, эволюционно-генетические и модельно-кибернетические исследования.

Моделирование глубоко проникает в теоретическое мышление. Более того, развитие любой науки в целом можно трактовать в весьма общем, но вполне разумном смысле как «теоретическое моделирование». Важная познавательная функция моделирования состоит в том, чтобы служить импульсом, источником новых теорий. Нередко бывает так, что теория первоначально возникает в виде модели, дающей приближенное, упрощенное объяснение явления, и выступает как первичная рабочая гипотеза, которая может перерасти в «предтеорию» — предшественницу развитой теории. При этом в процессе моделирования возникают новые идеи и формы эксперимента, происходит открытие ранее неизвестных фактов. Такое «переплетение» теоретического и экспериментального моделирования особенно характерно для развития физических теорий (например молекулярно-кинетической или теории ядерных сил).

Моделирование — не только одно из средств отображения явлений и процессов реального мира, но и, несмотря на описанную выше его от-

носительность, объективный практический критерий проверки истинности знаний, осуществляемой непосредственно или с помощью установления их отношения к другой теории, которая выступает в качестве модели и адекватность которой считается практически обоснованной. При применении в органичном единстве с другими методами познания моделирование выступает как процесс его углубления, движения от относительно бедных информацией моделей к моделям более содержательным, полнее раскрывающим сущность исследуемых явлений действительности.

При моделировании в какой-либо мере сложных систем применяют различные виды моделирования.

### 1.3.2. Физическое моделирование

*Физическое моделирование* — вид моделирования, который состоит в замене изучения некоторого объекта или явления экспериментальным исследованием его модели, имеющей ту же физическую природу.

В науке любой эксперимент, производимый для выявления тех или иных закономерностей изучаемого явления или для проверки правильности и границ применимости найденных теоретическим путем результатов, по существу представляет собою моделирование, так как объектом эксперимента является конкретная модель, обладающая необходимыми физическими свойствами, а в ходе эксперимента должны выполняться основные требования, предъявляемые к физическому моделированию. В технике физическое моделирование используется при проектировании и сооружении различных объектов для определения на соответствующих моделях тех или иных свойств (характеристик) как объекта в целом, так и отдельных его частей. К физическому моделированию прибегают не только по экономическим соображениям, но и потому, что натурные испытания очень трудно или вообще невозможно осуществить, когда слишком велики (малы) размеры натурального объекта или значения других его характеристик (давления, температуры, скорости протекания процесса и т.п.).

В основе физического моделирования лежат теория подобия и анализ размерностей. Необходимыми условиями физического моделирования являются геометрическое подобие (подобие формы) и физическое подобие модели и природы: в сходственные моменты времени и в сходственных точках пространства значения переменных величин, характеризующих явления для природы, должны быть пропорциональны значениям тех же величин для модели. Наличие такой пропорциональности позволяет производить пересчет экспериментальных результатов, получаемых для модели, на природу путем умножения каждой из определяемых величин на постоянный для всех величин данной размерности множитель — коэффициент подобия.

Поскольку физические величины связаны определенными соотношениями, вытекающими из законов и уравнений физики, то, выбрав

некоторые из них за основные, можно коэффициенты подобия для всех других производных величин выразить через коэффициенты подобия величин, принятых за основные. Например, в механике основными величинами считают обычно длину  $l$ , время  $t$  и массу  $m$ . Тогда, поскольку скорость

$$v = \frac{l}{t},$$

коэффициент подобия скоростей  $k_v = v_n/v_m$  (индекс «н» у величин для природы, «м» — для модели) можно выразить через коэффициент подобия длин  $k_l = l_n/l_m$  и времен  $k_t = t_n/t_m$  в виде  $k_v = k_l/k_t$ . Аналогично, так как на основании второго закона Ньютона сила  $F$  связана с ускорением  $w$  соотношением  $F = mw$ , то  $k_F = k_m k_w$  (где, в свою очередь,  $k_w = k_v/k_t$ ) и так далее. Из наличия таких связей вытекает, что для данного физического явления некоторые безразмерные комбинации величин, характеризующих это явление, должны иметь для модели и природы одно и то же значение. Эти безразмерные комбинации физических величин называются *критериями подобия*. Равенство всех критериев подобия для модели и природы является необходимым условием физического моделирования. Однако добиться этого равенства можно не всегда, так как не всегда удастся одновременно удовлетворить всем критериям подобия.

Чаще всего к физическому моделированию прибегают при исследовании различных механических (включая гидромеханику, аэромеханику и механику деформируемого твердого тела), тепловых и электродинамических явлений. При этом число и вид критериев подобия для каждого моделируемого явления зависит от его природы и особенностей. Так, например, для задач динамики точки (или системы материальных точек), где все уравнения вытекают из второго закона Ньютона, критерием подобия является число Ньютона

$$Ne = \frac{Ft^2}{ml},$$

и условие моделирования состоит в том, что

$$Ne_n = Ne_m, \text{ т.е. } \frac{F_n t_n^2}{m_n l_n} = \frac{F_m t_m^2}{m_m l_m}.$$

Для колебаний груза под действием силы упругости  $F = cl$  показанное равенство приводит к условию

$$\frac{t_n^2 c_n}{m_n} = \frac{t_m^2 c_m}{m_m},$$

что, например, позволяет по периоду колебаний модели определить период колебаний природы; при этом явление не зависит от линейного масштаба (от амплитуды колебаний). Для движения в поле тяготения, где

$$F = \frac{km}{l^2},$$

условием подобия является

$$\frac{k_{\text{н}} t_{\text{н}}^2}{l_{\text{н}}^3} = \frac{k_{\text{м}} t_{\text{м}}^2}{l_{\text{м}}^3} \text{ (явление не зависит от масс).}$$

При движении в одном и том же поле тяготения, например Солнца,  $k_{\text{м}} = k_{\text{н}}$ , полученное соотношение дает третий закон Кеплера для периода обращения. Отсюда, считая одну из планет «моделью», можно, например, найти период обращения любой другой планеты, зная ее расстояние от Солнца.

Для непрерывной среды при изучении ее движения число критериев подобия возрастает, что часто значительно усложняет проблему физического моделирования. В гидромеханике и аэромеханике основными критериями подобия являются число Рейнольдса  $Re$ , число Маха  $M$ , число Фруда  $Fr$ , число Эйлера  $Eu$ , а для нестационарных (зависящих от времени) течений — еще и число Струхала  $St$ . При физическом моделировании явлений, связанных с переносом тепла в движущихся жидкостях и газах или с физико-химическими превращениями компонентов газовых потоков и др., необходимо учитывать ряд дополнительных критериев подобия.

Создаваемые для гидроаэродинамического моделирования экспериментальные установки и сами модели должны обеспечивать равенство соответствующих критериев подобия у модели и природы. Обычно это удается сделать в случаях, когда для течения в силу его особенностей сохраняется лишь один критерий подобия. Так, при физическом моделировании стационарного течения несжимаемой вязкой жидкости (газа) определяющим будет параметр  $Re$  и необходимо выполнить одно условие  $Re_{\text{м}} = Re_{\text{н}}$ , т.е.

$$\frac{\rho_{\text{м}} v_{\text{м}} l_{\text{м}}}{\mu_{\text{м}}} = \frac{\rho_{\text{н}} v_{\text{н}} l_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}}},$$

где  $\rho$  — плотность;  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости среды. При уменьшенной модели ( $l_{\text{м}} < l_{\text{н}}$ ) это можно сделать или увеличивая скорость ( $v_{\text{м}} > v_{\text{н}}$ ), или используя для моделирования другую жидкость, у которой, например,  $\rho_{\text{м}} > \rho_{\text{н}}$ , а  $\mu_{\text{м}} \leq \mu_{\text{н}}$ . При аэродинамических исследованиях увеличивать  $v_{\text{м}}$  в этом случае нельзя (нарушится условие несжимаемости), но можно увеличить  $\rho_{\text{м}}$ , используя аэродинамические трубы закрытого типа, в которых циркулирует сжатый воздух.

Когда при физическом моделировании необходимо обеспечить равенство нескольких критериев, возникают значительные трудности, часто непреодолимые, если только не делать модель тождественной натуре, что фактически означает переход от физического моделирования к натурным испытаниям. Поэтому на практике нередко прибегают к *приближенному моделированию*, при котором часть процессов, играющих второстепенную роль, или совсем не моделируется, или моделируется приближенно. Такое моделирование не позволяет найти прямым пересчетом значения тех характеристик, которые не отвечают условиям подобия, и их определение требует соответствующих дополнительных исследований. Например, при физическом моделировании установившихся течений вязких сжимаемых газов необходимо обеспечить равенство критериев  $Re$  и  $M$  и безразмерного числа  $\kappa = c_p/c_v$  ( $c_p$  и  $c_v$  — удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме, соответственно), что в общем случае сделать невозможно. Поэтому, как правило, для модели и натуре обеспечивают лишь равенство числа  $M$ , а влияние на определяемые параметры различий в числах  $Re$  и  $M$  исследуют отдельно или теоретически, или с помощью других экспериментов, меняя в них в достаточной широкой пределах значения  $Re$  и  $M$ .

Для твердых деформируемых тел особенности физических моделирований тоже зависят от свойств этих тел и характера рассматриваемых задач. Так, при моделировании равновесия однородных упругих систем (конструкций), механические свойства которых определяются модулем упругости (модулем Юнга)  $E$  и безразмерным коэффициентом Пуассона  $\nu$ , должны выполняться три условия подобия:

$$v_H = v_M; \frac{\rho_H g_H l_H}{E_H} = \frac{\rho_M g_M l_M}{E_M}; \frac{F_H}{E_H l_H^2} = \frac{F_M}{E_M l_M^2},$$

где  $g_H$  — ускорение силы тяжести ( $\gamma$  — удельный вес материала,  $\gamma = \rho g$ ). В естественных условиях  $g_M = g_H = g$ , и получить полное подобие при  $l_M \neq l_H$  можно, лишь подобрав для модели специальный материал, у которого  $\rho_M$ ,  $E_M$  и  $v_M$  будут удовлетворять первым двум из условий, что практически неосуществимо.

В большинстве случаев модель изготавливается из того же материала, что и натура. Тогда  $\rho_M = \rho_H$ ,  $E_M = E_H$  и второе условие дает  $g_M l_M = g_H l_H$ . Когда весовые нагрузки существенны, для выполнения этого условия прибегают к так называемому *центробежному моделированию*, т.е. помещают модель в центробежную машину, где искусственно создается приближенно однородное силовое поле, позволяющее получить  $g_M > g_H$  и сделать  $l_M < l_H$ . Если же основными являются другие нагрузки, а весом конструкции и, следовательно, учетом ее удельного веса  $\gamma = \rho g$  можно пренебречь, то приближенное физическое моделирование осу-

шествуют при  $g_m = g_n = g$ , удовлетворяя лишь последнему из соотношений, которое дает

$$\frac{F_n}{l_n^2} = \frac{F_m}{l_m^2}.$$

Следовательно, нагрузки на модель должны быть пропорциональны квадрату ее линейных размеров. Тогда модель будет подобна натуре и если, например, модель разрушается при нагрузке  $F_{кр}$ , то натура разрушается при нагрузке

$$\frac{F_{кр} l_n^2}{l_m^2}.$$

Неучет в этом случае весовых нагрузок дает следующее. Поскольку эти нагрузки имеют значения  $\gamma l^3$ , а последнее из условий требует пропорциональности нагрузок  $l^2$ , то при  $l_m < l_n$  весовая нагрузка на модель будет меньше требуемой этим условием, т.е. физическое моделирование не будет полным и модель (как недогруженная) будет прочнее натуре. Это обстоятельство тоже можно учесть или теоретическим расчетом, или дополнительными экспериментами.

Одним из видов физических моделирований, применяемым к твердым деформируемым телам, является *поляризационно-оптический метод исследования напряжений*, основанный на свойстве ряда изотропных прозрачных материалов становиться под действием нагрузок (т.е. при деформации) анизотропными, что позволяет исследовать распределение напряжений в различных деталях с помощью их моделей из прозрачных материалов.

При физическом моделировании явлений в других непрерывных средах соответственно изменяются вид и число критериев подобия. Так, для пластичных и вязкопластичных сред в число этих критериев наряду с параметрами Фруда, Струхала и модифицированным параметром Рейнольдса входят параметры Лагранжа, Стокса, Сен-Венана и так далее.

При изучении процессов теплообмена также широко используют физическое моделирование. Для случая переноса тепла *конвекцией* определяющими критериями подобия являются

$$\text{число Нуссельта } Nu = \frac{\alpha l}{\lambda},$$

$$\text{число Прандтля } Pr = \frac{\nu}{a},$$

$$\text{число Грасхофа } Gr = \frac{\beta l^3 \Delta T}{\nu^2},$$

а также число Рейнольдса  $Re$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности среды (жидкости, газа);  $\nu$  — коэффициент кинематической

вязкости;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения;  $\Delta T$  — разность температур поверхности тела и среды.

Обычно целью физического моделирования является определение коэффициента теплоотдачи, входящего в критерий  $Nu$ , для чего опытами на моделях устанавливается зависимость  $Nu$  от других критериев. При этом в случае вынужденной конвекции (например теплообмен при движении жидкости в трубе) становится несущественным критерий  $Gr$ , а в случае и свободной конвекции (теплообмен между телом и покоящейся средой) — критерий  $Re$ . Однако к значительным упрощениям процесса физического моделирования это не приводит, особенно из-за критерия  $Pr$ , являющегося физической константой среды, что при выполнении условия  $Pr_m = Pr_n$  практически исключает возможность использовать при моделировании среду, отличную от натурной. Дополнительные трудности вносит и то, что физические характеристики среды зависят от ее температуры. Поэтому в большинстве практически важных случаев выполнить все условия подобия не удастся — приходится прибегать к приближенному моделированию. При этом отказываются от условия равенства критериев, мало влияющих на процесс, а другим условиям, например, условию подобия физических свойств сред, участвующих в теплообмене, удовлетворяют лишь в среднем. На практике часто используют также так называемый метод *локального* теплового моделирования, идея которого заключается в том, что условия подобия процессов для модели и природы выполняются только в той области модели, где исследуется процесс теплообмена. Например, при исследовании теплоотдачи в системе однотипных тел (шаров, труб) в теплообмене на модели может участвовать лишь одно тело, на котором выполняют измерения, а остальные служат для обеспечения геометрического подобия модели и природы.

В случаях переноса тепла *теплопроводностью* (кондукцией) критериями подобия являются число Фурье  $Fo = \frac{at_0}{l^2}$  и число Био  $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}$ , где  $t_0$  — характерный промежуток времени (например период). Для аperiодических процессов (нагревание, охлаждение)  $t_0$  обычно отсутствует и параметр  $Fo$  выпадает, а отношение  $\frac{at_0}{l^2}$  определяет безразмерное время. При физическом моделировании таких процессов теплообмена удастся в широких пределах изменять не только размеры модели, но и темп протекания процесса.

Однако чаще для исследования процессов переноса тепла теплопроводностью применяют аналоговое моделирование.

*Электродинамическое моделирование* применяется для исследования электромагнитных и электромеханических процессов в электрических системах. Электродинамическая модель представляет собой копию (в определенном масштабе) натурной электрической системы с сохра-

нением физической природы ее основных элементов. Такими элементами модели являются синхронные генераторы, трансформаторы, линии передач, первичные двигатели (турбины) и нагрузка (потребители электрической энергии), но их число обычно значительно меньше, чем у натурной системы. Поэтому и здесь моделирование является приближенным, причем на модели по возможности полно представляется лишь исследуемая часть системы.

Особый вид физического моделирования основан на использовании специальных устройств, сочетающих физические модели с натурными приборами. К ним относятся стенды испытательные для испытания машин, наладки приборов и тому подобное, тренажеры для тренировки персонала, обучаемого управлению сложными системами или объектами, имитаторы, используемые для исследования различных процессов в условиях, отличных от обычных земных, например, при глубоком вакууме или очень высоких давлениях, при перегрузках и т.п.

Физическое моделирование находит многочисленные приложения, как при научных исследованиях, так и при решении большого числа практических задач в различных областях техники. Им широко пользуются в строительстве (определение усталостных напряжений, эксплуатационных разрушений, частот и форм свободных колебаний, виброзащита и сейсмостойкость различных конструкций и др.), в гидравлике и гидротехнике (определение конструктивных и эксплуатационных характеристик различных гидротехнических сооружений, условий фильтрации в грунтах, моделирование течений рек, волн, приливов и отливов и др.), в авиации, ракетной и космической технике (определение характеристик летательных аппаратов и их двигателей, силового и теплового воздействия среды и др.), в судостроении (определение гидродинамических характеристик корпуса, рулей судоходных двигателей, ходовых качеств, условий спуска и др.), в приборостроении, в различных областях машиностроения, включая энергомашиностроение и наземный транспорт, в нефтедобыче и газодобыче, в теплотехнике при конструировании и эксплуатации различных тепловых аппаратов, в электротехнике при исследованиях всевозможных электрических систем и т.п.

### 1.3.3. Аналоговое моделирование

Часто на практике не удается получить модели, полностью имитирующие изучаемое явление в натуральных условиях. В этом случае прибегают к методам аналогии, когда интересующее исследователя явление заменяется его моделью иной физической природы при условии, что оба явления описываются одними и теми же уравнениями.

Аналоговое моделирование — один из важнейших видов моделирования, основанный на *аналогии* (в более точных терминах — изоморфиз-

ме) явлений, имеющих различную физическую природу, но описываемых одинаковыми математическими уравнениями.

Простой пример — две системы, первая из них, имеющая механическую природу, состоит из оси, передающей вращение через пружину и маховик, погруженный частично в вязкую тормозящую жидкость, валу жестко связанному с маховиком. Вторая система — электрическая — состоит из источника электродвижущей силы, соединенного через катушку индуктивности, конденсатор и активное сопротивление со счетчиком электрической энергии. Если подобрать значения индуктивности, емкости и сопротивления так, чтобы они определенным образом соответствовали упругости пружины, инерции маховика и трению жидкости, то эти системы обнаружат структурное и функциональное сходство (даже тождество), выражаемое, в частности, в том, что они будут описываться одним и тем же дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами вида

$$a \frac{d^2 z}{dt^2} + b \frac{dz}{dt} + cz = \omega.$$

Это уравнение может служить «теоретической моделью» обеих систем, любая же из них — «экспериментальной моделью» этого уравнения и «аналоговой моделью» друг друга. Эта аналогия лежит в основе электрического моделирования механических систем: электрические модели гораздо более удобны для экспериментального исследования, нежели моделируемые механические. Другой традиционной областью применения аналогового моделирования является исследование процессов теплопроводности, основанное на электротепловой и гидротепловой аналогиях. В первой из них аналогами температурного поля в твердом теле и теплоемкости служат соответственно поле электрического потенциала в электропроводной среде и емкости некоторых конденсаторов. Во второй гидротепловой аналогии температура моделируется уровнем воды в вертикальных стеклянных сосудах, образующих гидравлическую модель, теплоемкостью элементарного объема, площадью поперечного сечения этих сосудов и тепловым сопротивлением, т.е. гидравлическим сопротивлением соединяющих сосуды трубок. Для исследования лучистого (радиационного) переноса тепла часто применяют метод светового моделирования, при котором потоки теплового излучения заменяют подобными им потоками излучения светового. Таким путем определяют угловые коэффициенты излучения, а если оптические свойства (степень черноты и поглощательные способности) соответствующих поверхностей у модели и природы тождественны, — то и распределение тепловых потоков по поверхностям, входящим в систему лучистого теплообмена.

До создания цифровых электронных вычислительных машин в конце 1940-х гг. аналоговое моделирование было основным способом «предметно-математического моделирования» многих процессов, связанных с распространением электромагнитных и звуковых волн, диффузией газов и жидкостей, движением и фильтрацией жидкостей в пористых средах, кручением стержней. В связи с этим аналоговое моделирование тогда часто называли просто «математическим моделированием», причем для каждой конкретной задачи моделирования строилась своя «сеточная» модель, основными элементами которой служили соединенные в плоскую сеточную схему электрические сопротивления различных видов, а аналоговые вычислительные машины позволяли проводить аналоговое моделирование целых классов однородных задач. В настоящее время значение аналогового моделирования значительно уменьшилось, поскольку моделирование на ЭВМ имеет большие преимущества перед ним в отношении точности моделирования и универсальности. В достаточно фиксированных и специальных задачах свои преимущества (простота, а тем самым и дешевизна технического выполнения) имеет и аналоговое моделирование. Возможно также и совместное использование обоих методов.

Явление (система, процесс) может исследоваться и путем опытного изучения какого-либо явления иной физической природы, но такого, что оно описывается теми же математическими соотношениями, что и моделируемое явление. Например, механические и электрические колебания описываются одними и теми же дифференциальными уравнениями, поэтому с помощью механических колебаний можно моделировать электрические, и наоборот. Такое «предметно-математическое» моделирование широко применяется для замены изучения одних явлений изучением других явлений, более удобных для лабораторного исследования, в частности потому, что они допускают измерение неизвестных величин. Так, электрическое моделирование позволяет изучать на электрических моделях механические, гидродинамические, акустические и другие явления. Электрическое моделирование лежит в основе так называемых аналоговых вычислительных машин.

Если несколько явлений, различных по своей физической природе, могут быть выражены одними и теми же дифференциальными уравнениями при одних и тех же условиях однозначности, то такие явления называются *аналогичными*, а метод их исследования — *аналогией*. В технической механике жидкости часто используются *электродинамическая аналогия (ЭГДА)*, *газогидравлическая аналогия (ГАГА)*, *гидромагнитная аналогия (МАГА)* и другие аналогии. Приведенные аналогии относятся к безвихревому (потенциальному) движению невязкой несжимаемой жидкости, которое описывается следующими уравнениями Лапласа для потенциала скорости и функции тока:

Конец ознакомительного фрагмента.  
Приобрести книгу можно  
в интернет-магазине  
«Электронный универс»  
[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)