

ВВЕДЕНИЕ

Все создаваемые человеком инженерные сооружения требуют предварительного расчета для обеспечения надежности и долговечности их эксплуатации. Науку о методах расчета сооружений на прочность, устойчивость и жесткость называют **строительной механикой**. В широком смысле строительная механика может быть названа и **теорией сооружений**. В этом случае в качестве отдельных ее частей могут рассматриваться такие дисциплины, как знакомое вам уже сопротивление материалов, изучающее поведение под нагрузкой отдельных брусьев, строительная механика стержневых систем, основы которой нам предстоит изучить, а также теория упругости, пластичности и ползучести. Широта вопросов, охватываемых строительной механикой, определяется и тем, что в каждом из ее разделов разрабатываются методы расчета сооружений на различные воздействия: статические, динамические, связанные с устойчивостью положения, тепловые, радиационные и пр.

Что следует понимать под расчетной схемой сооружения

Необходимо иметь в виду, что любое сооружение представляет собой совокупность множества элементов, работающих как одно целое в условиях тех или иных внешних воздействий, как то: собственный вес, воздействие ветра, динамическое воздействие от работы оборудования, перепады температуры, осадки фундамента и т.д. С позиций строительной механики рассчитать данное конкретное сооружение — это суметь определить его напряженно-деформированное состояние (НДС) в любом интересующем нас сечении любого элемента этого сооружения для его последующей оценки с точки зрения удовлетворения условиям прочности, жесткости или же устойчивости. Расчет реального сооружения с учетом всех особенностей формирования в нем НДС является обычно крайне сложной задачей. В строительной механике моделью сооружения служит его **расчетная схема** — некоторая условная идеализированная система, отражающая наиболее важные свойства действительного поведения сооружения при тех или иных воздействиях, не учитывая при этом второстепенные факторы, предполагаемые несущественными. Следует учесть, что формирование расчетной схемы является непростой задачей, успех решения которой определяется часто опытом и интуицией инженера-расчетчика.

1. **Стержневые, или одномерные.** Их расчетная схема представляется в виде осевой линии, проходящей через центры тяжести сечений стержня. При этом стержни могут быть прямо- и криволинейными, от реального описания свойств их поперечных сечений абстрагируются, оперируя лишь геометрическими и жесткостными характеристиками, такими как площадь поперечного сечения F ,

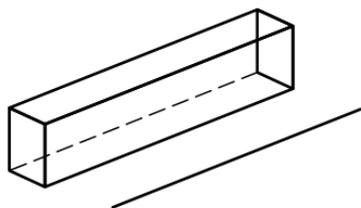


Рис. 1

жесткость на растяжение-сжатие EF и жесткость на изгиб EJ . При этом выделяют основное свойство элемента — длина стержня существенно превалирует над его поперечными размерами. На рис. 1 представлен некий призматический элемент системы — брус и его расчетная схема.

2. **Плоские, или двумерные.** К данному классу систем, рассматриваемых в строительной механике, относятся пластины и оболочки. В этих конструкциях два линейных размера (назовем их длиной и шириной) существенно больше их толщины. В качестве примера можно привести плиты перекрытий, различного рода панели. Их расчетная схема — срединная плоскость (у пластин) или же срединная поверхность (у оболочек) с соответствующими характеристиками жесткости: Eh — при растяжении — сжатии и $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$ — при изгибе, или так называемая **цилиндрическая жесткость** (рис. 2).



Рис. 2

3. **Массивы, или трехмерные.** Все три их размера сопоставимы между собой. К этому классу систем можно отнести дамбы, плотины и пр.

Следует заметить, что стержневые системы можно подразделить на плоские, которые станут объектом наших исследований в дальнейшем, и пространственные.

Каким образом отдельные элементы системы объединяют в одно целое и как система «крепится» к основанию

Напомним понятие **связи**, известное из теоретической механики. Это устройство, снижающее степень свободы системы на единицу и способное «блокировать» свободу линейного перемещения системы либо поворота какого-либо ее сечения.

Начнем со связи, называемой **шарнирно-подвижной опорой**. Кинематическая характеристика этой одиночной связи — исключение возможности взаимного перемещения связываемых элементов по ее направлению (рис. 3, *а*). При креплении конструкции к основанию с помощью шарнирно-подвижной опоры возникает одна опорная реакция, направленная вдоль абсолютно жесткого стержня данной опоры (рис. 3, *б*). Если обозначить число опорных стержней через C_0 , то для данного вида опоры $C_0 = 1$.

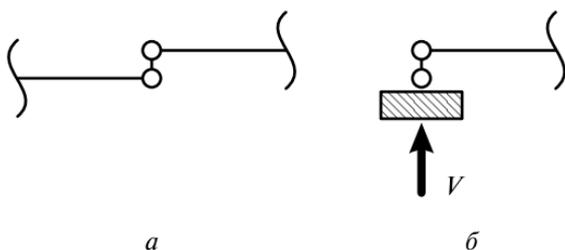


Рис. 3

Другой тип связи, объединяющий элементы системы воедино, — это так называемый **простой шарнир**. Это идеализация подвижного сочленения двух элементов плоской стержневой системы (рис. 4, *а*). При использовании данной связи для крепления сооружения к основанию она получила название **шарнирно-неподвижной опоры**, различные виды графического отображения которой показаны на рис. 4, *б, в, г*. Эта связь «блокирует» две степени свободы, а в статическом смысле — приводит к возникновению двух составляющих сил взаимодействия (при сочленении двух элементов) и двух опорных реакций (в случае шарнирно-неподвижной опоры). Обычно опорные реакции направляют в горизонтальном и вертикальном направлениях и обозначают их соответственно H и V . При этом $C_0 = 2$.

Простой соединительный шарнир может выглядеть также следующим образом (рис. 5).

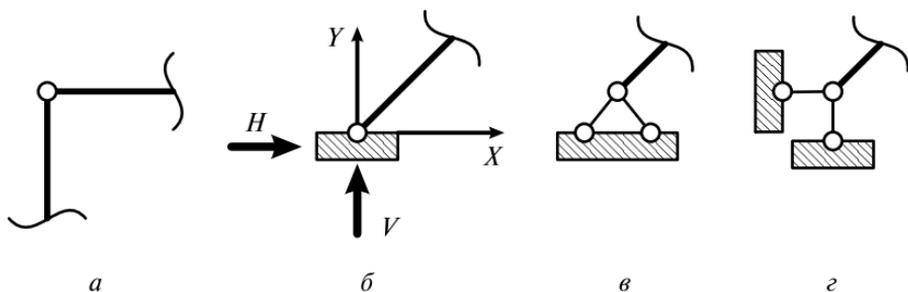


Рис. 4

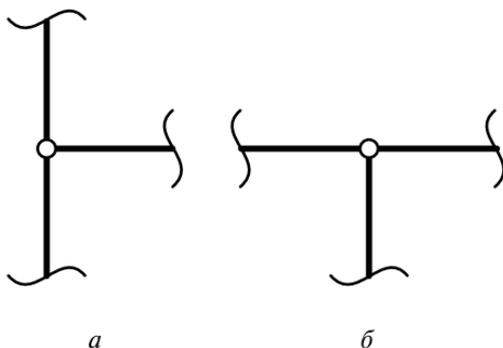


Рис. 5

Введем понятие **жесткого диска**. Жестким диском называют элемент конструкции, не меняющий своей геометрической формы без приложения нагрузки. Если в узле объединены более двух стержней (или дисков), подобный шарнир называют **сложным** или **кратным**. Степень кратности сложного шарнира Ш зависит от количества стержней или дисков N , которые он объединяет:

$$\text{Ш} = N - 1.$$

На рис. 6 рассмотрен ряд примеров, позволяющих на практике уяснить процесс приведения сложных шарниров к эквивалентному количеству простых.

Следующий вид соединения стержней (или дисков) системы — **жесткий узел**, делающий невозможным взаимную подвижность входящих в него элементов (рис. 7, а). При присоединении к основанию с помощью аналога жесткого узла — так называемой **жесткой заделки** — конструкция в этом месте не имеет возможности перемещаться по вертикали и по горизонтали. Кроме того, заделка

блокирует поворот опорного сечения. В жесткой заделке к опорным реакциям, свойственным шарнирно-неподвижной опоре (H и V), добавляется реактивный момент M (рис. 7, б), а число опорных стержней $C_0 = 3$.

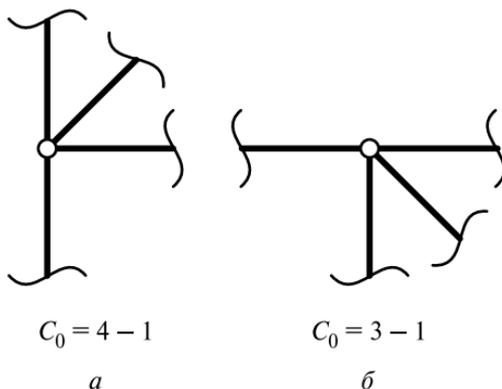


Рис. 6

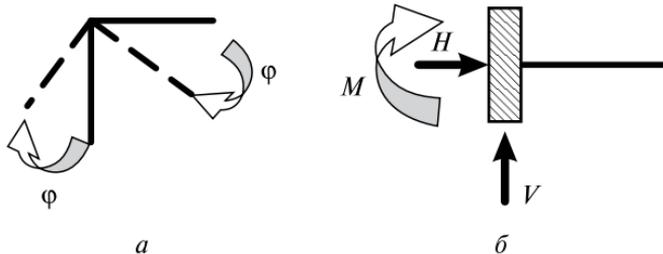
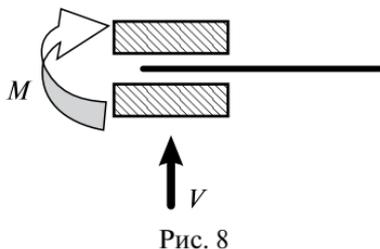


Рис. 7

Кроме того, при расчете сооружений широкое применение имеет тепловая, или температурная, заделка, позволяющая (в отличие от жесткой заделки) опорному сечению перемещаться по горизонтали (рис. 8). Число опорных стержней $C_0 = 2$.



Какие нагрузки и воздействия будут использованы в дальнейшем при расчете плоских стержневых систем

Разработка расчетной схемы приводит также и к определенной идеализации внешних нагрузок и воздействий. Далее при расчете

плоских стержневых систем будем использовать только **статические нагрузки**. Отметим, что статической принято считать нагрузку, прикладываемую к сооружению постепенно, при малых скоростях, без возникновения инерционных сил. Такие нагрузки постоянны по величине, не меняют своего направления и места приложения. Основными типами статических нагрузок являются:

- сосредоточенная сила P (рис. 9, а);
- равномерно-распределенная нагрузка Q (рис. 9, б);
- сосредоточенный момент m (рис. 9, в).

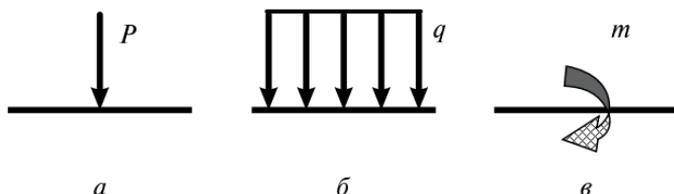


Рис. 9

Среди других внешних воздействий при расчете строительных конструкций выделим тепловое и так называемое кинематическое смещение опор, или же попросту осадку опор. При тепловом воздействии закон распределения температур считаем заданным, так же как и величины и характер осадок опор.

Как классифицировать расчетные схемы стержневых систем

Среди огромного разнообразия стержневых систем, применяемых в качестве строительных конструкций, выделим основные типы, приведенные на рис. 10: **балочные системы (балки)** (рис. 10, а); **арочные системы (арки)** (рис. 10, б); **рамные системы (рамы)** (рис. 10, в); **рамно-связевые системы** (рис. 10, г); **фермы** (рис. 10, д); **висячие системы** (рис. 10, е); **комбинированные системы** (рис. 10, ж).

Как классифицировать стержневые системы по кинематическому признаку

Их можно подразделить на три категории: **геометрически изменяемые** (или механизмы), у которых перемещения узлов не связаны с деформированием элементов; **геометрически неизменяемые** (или же кинематически неподвижные), у которых перемещения узлов возможны только при условии деформирования элементов; **мгновенно изменяемые**.

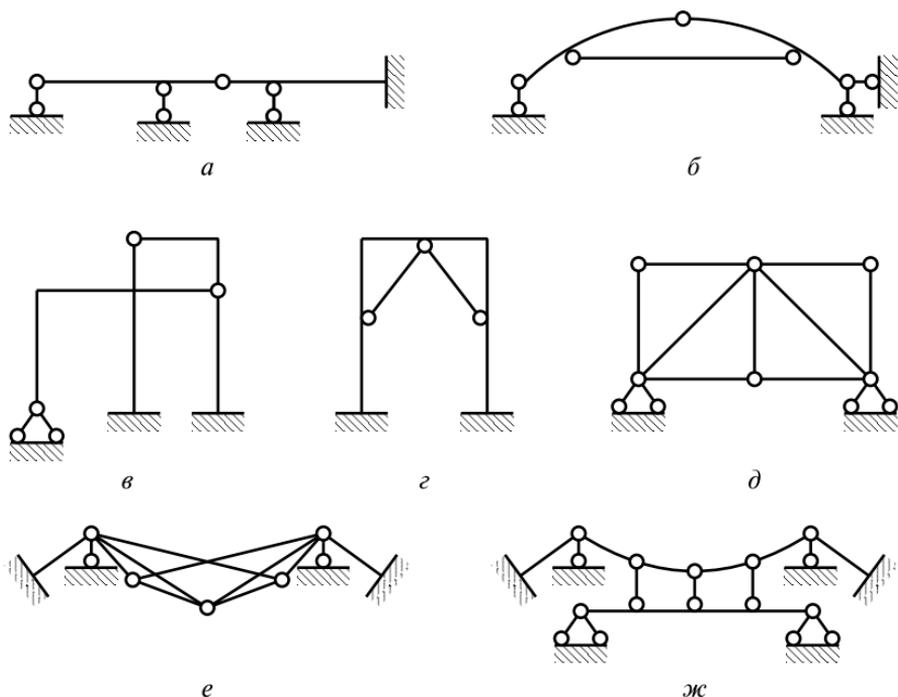


Рис. 10

По статическому критерию стержневые системы делятся на **статически определимые** и **статически неопределимые**. У первых усилия во всех элементах, включая опорные связи, определяются исключительно при помощи одних уравнений равновесия. Все остальные системы отнесем к классу **статически неопределимых**.

Что такое кинематический анализ расчетных схем

Его основная цель — выяснить, является ли заданная стержневая система геометрически неизменяемой, т.е. пригодной для использования в строительстве. Для ответа на поставленный вопрос вначале устанавливают степень свободы расчетной схемы W .

Как вычислить степень свободы

Русским ученым П.Л. Чебышевым получена формула, позволяющая это сделать. Для подсчета W для рамных систем она имеет такой вид:

$$W = 3D - 2Ш - C_0,$$

где D — число жестких дисков системы, впервые упомянутых на стр. 6;

$Ш$ — число простых соединительных шарниров, упомянутых на стр. 5;

C_0 — число опорных стержней (см. раздел, посвященный опорным связям).

Алгоритм использования вышеупомянутой формулы достаточно прост. Покажем это на примере рамы на рис. 11, *а*. Для определения числа жестких дисков D заданную систему мысленно рассекают по соединительным шарнирам и «отбрасывают» опорные закрепления (рис. 11, *б*). Очевидно, что $D = 3$. Далее, для определения $Ш$ в заданной системе ликвидируют опорные закрепления, оставив при этом шарнирные соединения (рис. 11, *в*). Заметим, что соединительный шарнир *А* объединяет 3 жестких диска и его кратность числу простых шарниров $Ш = 3 - 1 = 2$; шарниры *В* и *С* — простые, объединяющие каждый по 2 диска. Итак, общее число простых соединительных шарниров системы $Ш = 2 + 1 + 1 = 4$. Число опорных стержней в соответствии с условиями закрепления данной рамы (см. стр. 5–7) $C_0 = 1 + 2 + 3 = 6$. Степень свободы $W = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 6 = -5$.

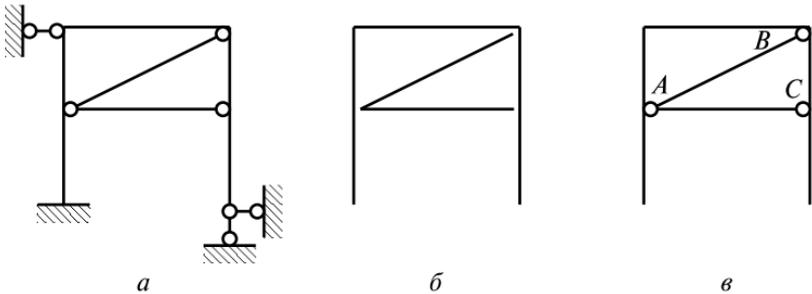


Рис. 11

Проведем анализ возможных результатов вычисления степени свободы W по формуле Чебышева. Если $W > 0$, это означает, что система геометрически изменяема и по определению **не может служить расчетной схемой** строительной конструкции. При $W < 0$ система имеет избыточное число связей и является **статически неопределимой**, но ничего определенного этот результат не дает касательно ее геометрической неизменяемости. При $W = 0$ система

статически определима. Но, как и в предыдущем случае, это не является гарантией ее геометрической неизменяемости. Поэтому вторым шагом исследования расчетной схемы сооружения является ее **структурный анализ.** Он базируется на приведении расчетной схемы сооружения к простейшим видам двух- и трехдисковых сочленений. Заметим при этом, что опорная поверхность (или «земля») может быть рассмотрена в качестве отдельного жесткого диска. Итак:

1. Система геометрически неизменяема, если жесткий диск крепится к земле с помощью трех стержней, линии действия которых не пересекаются в одной точке (рис. 12).



Рис. 12

2. Два жестких диска формируют геометрически неизменяемую систему, если они объединены шарниром и стержнем, линия действия которого не проходит через ось шарнира (рис. 13).

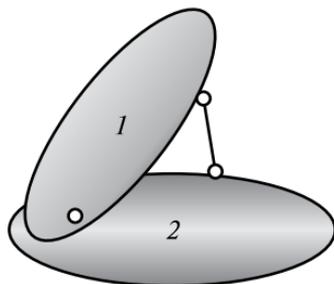


Рис. 13

3. Три жестких диска образуют геометрически неизменяемую систему, если они соединены тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой. Частным случаем является шарнирный треугольник (рис. 14).

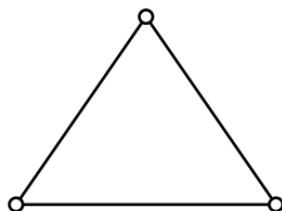
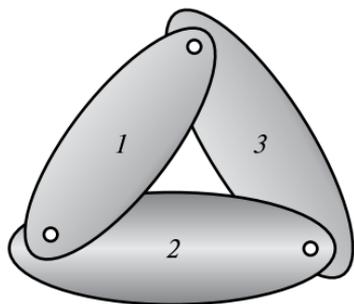


Рис. 14

Основные допущения, принятые в классической строительной механике

— Концепция линейно-деформируемой системы. В ее рамках — допущения об идеальной упругости материала и малости перемещений. Все это сконцентрировано в понятии **относительной жест-**

кости (деформации элементов и перемещения любых их точек существенно малы по отношению к их наименьшему линейному размеру). Отсюда возникает понятие о расчете по недеформируемой схеме, когда не делают разницы между деформированным состоянием системы под нагрузкой и ее первоначальным недеформированным состоянием.

— Принцип независимости действия сил, смысл которого заключается в том, что эффект от действия какой-либо системы нагрузок равен сумме эффектов от действия каждой нагрузки, действующей независимо от других.

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ НА НЕПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКУ

Изучению основных свойств и методов расчета статически определимых систем придается огромное значение в общей теории расчета стержневых систем.

Как известно, поле напряжений в произвольном сечении стержневой системы может быть приведено к трем силовым факторам: продольной силе N , поперечной (перерезывающей) силе Q и изгибающему моменту M . На рис. 15 показаны направления этих усилий, принятых положительными, на примере балочного горизонтального элемента. Что касается изгибающего момента, в строительной механике при построении его эпюры действует такое правило: эпюра M располагается (или «откладывается») со стороны так называемых **растянутых волокон**, понятие которых вводится еще в курсе сопротивления материалов.

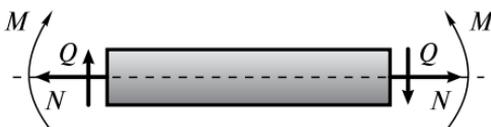


Рис. 15

Полный статический расчет стержневой системы состоит в определении как внутренних усилий (M , Q и N) и усилий в опорных связях, так и перемещений (деформаций) системы. Важнейшим свойством статически определимых систем является то, что перечисленные выше задачи являются **независимыми**. Поэтому тепловое воздействие и кинематическое смещение опор не приводят к деформированию систем и возникновению в них внутренних усилий.

Сконцентрируем наше внимание на применении к расчету подобных систем **статического метода**. Он базируется на использовании независимых уравнений равновесия, полученных в курсе теоретической механики в разделе «Статика».

Все дальнейшие успехи в освоении начального курса строительной механики связаны с уверенным и стабильным умением строить **эпюры изгибающих моментов** в различных типах стержневых систем. Напомним, что **эпюрой** какого-либо внутреннего усилия называют

график (схему, рисунок, диаграмму) зависимости величины этого усилия от рассматриваемого сечения какого-либо элемента системы. Определение величин изгибающих моментов, а также поперечных и продольных сил производится с помощью метода сечений. Введем понятие **характерного участка**. Отметим, что изменение величин изгибающих моментов и поперечных сил в различных сечениях по длине элемента происходит по разным законам и зависит от характера внешних нагрузок и вида опорных закреплений. Некоторый линейный участок можно разделить на отдельные (характерные) участки, в пределах которых моменты и поперечные силы меняются по постоянному для выбранного участка закону.

Границами таких участков являются сечения, в которых приложены сосредоточенные силы, моменты, расположены различные опоры, а также сечения, где начинается и заканчивается свое действие равномерно-распределенная нагрузка или меняется ее интенсивность (рис. 16).

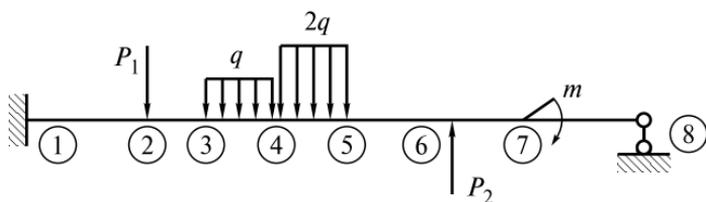


Рис. 16

Границами характерных участков для балки на рис. 15 являются сечения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, а самими характерными участками — элементы этой балки 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7 и 7-8.

Что понимается под табличными эпюрами изгибающих моментов

Это определение охватывает три наиболее характерные эпюры в **консольной балке** — стержне, жестко закрепленном с одного своего конца и свободном на другом. Приложим на его свободном конце последовательно сосредоточенную силу P , сосредоточенный момент m , а также загрузим консольную балку равномерно-распределенной нагрузкой Q .

1. Запишем выражение для момента силы P относительно моментной точки k , выбранной произвольно на расстоянии x от свободного края балки: $M = P \times x$ (рис. 17). Из курса аналитической

геометрии нам известно уравнение прямой, проходящей через начало координат: $y = kx$. Отсюда однозначный вывод — эпюра от данного вида нагрузки очерчена по прямой, проходящей через две особые точки: при $x = 0$ — $M = 0$, а при $x = L$ — $M = P \times L$. Очертание изогнутой оси консольной балки при данном силовом воздействии

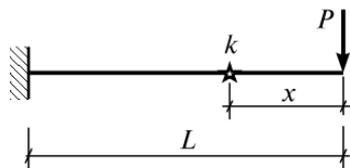


Рис. 17

приведено на рис. 18, а. Из анализа рисунка следует, что в данном случае растянутыми являются верхние волокна, а посему эпюра M будет расположена также сверху от нейтральной оси балки (рис. 18, б).

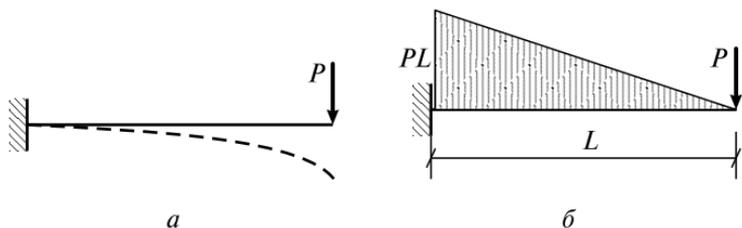


Рис. 18

2. Далее рассмотрим, как выглядит эпюра изгибающих моментов в консольной балке при приложенном на ее свободном конце сосредоточенном моменте m (рис. 19).

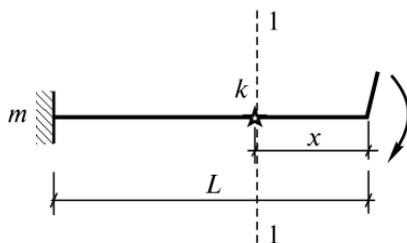
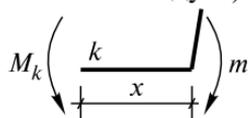


Рис. 19

Проведем сквозное сечение 1-1 через точку k и рассмотрим равновесие отсеченной части балки (которая как бы висит в воздухе). Запишем выражение для суммы моментов всех внешних и внутренних сил, действующих на отсеченный участок, относительно точки k .



$$\sum M_k = 0; m - M_k = 0; M_k = m.$$

Так как выбор точки для проведенного сечения был произвольным, делаем вывод о постоянстве величины искомого изгибающего момента по всей длине балки. Очертание изогнутой оси консольной балки при данном силовом воздействии приведено на рис. 20. Из анализа рисунка следует, что и в данном случае растянутыми являются верхние волокна, а посему эпюра M будет расположена также сверху от нейтральной оси балки (рис. 21).

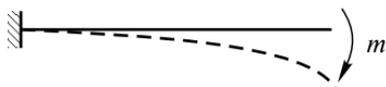


Рис. 20



Рис. 21

3. «Загрузим» консольную балку равномерно-распределенной нагрузкой Q (рис. 22). Заметим, что под ее интенсивностью Q понимается нагрузка, приходящаяся на единицу длины балки.

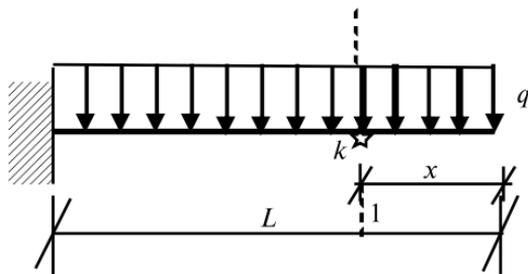


Рис. 22

Проведем сквозное сечение 1-1 через точку k и рассмотрим равновесие отсеченной части балки (которая как бы висит в воздухе). Заменяем равномерно-распределенную нагрузку на участке длиной x ее равнодействующей $R = q \times x$ (рис. 23, а) и вычислим момент этой равнодействующей относительно точки k :

$$M = R \times \frac{x}{2} = qx \times \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{qx^2}{2}. \text{ Из курса аналитической геометрии из-}$$

вестно, что уравнение квадратной параболы, проходящей через начало координат, выглядит аналогично: $y = kx^2$. Следовательно, эпюра моментов в нашем случае очерчена по квадратной параболе с двумя характерными точками: при $x = 0$ — $M = 0$, а при $x = L$ — $M = qL^2/2$. Очертание изогнутой оси консольной балки при данном силовом воздействии приведено на рис. 23, б. Из анализа рисунка

следует, что в данном случае растянутыми являются верхние волокна, из-за чего эпюра M должна быть расположена сверху от нейтральной оси балки.

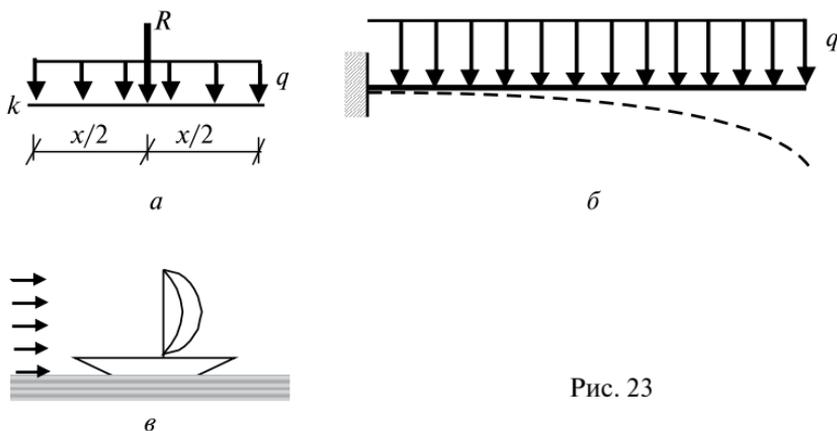


Рис. 23

При построении данной криволинейной эпюры дополнительно надо определить ее характер, т.е. выпуклая она или же вогнутая. На этот вопрос легко ответить, применив так называемое правило паруса. Оно базируется на простой аналогии с вогнутостью реального паруса под действием ветра (рис. 23, в).

Итак, при действии равномерно-распределенной нагрузки эпюра моментов очерчена по квадратной параболе с выпуклостью, совпадающей с направлением действия этой нагрузки.

На рис. 24 изображена эпюра изгибающих моментов при действии равномерно-распределенной нагрузки на консольную балку.

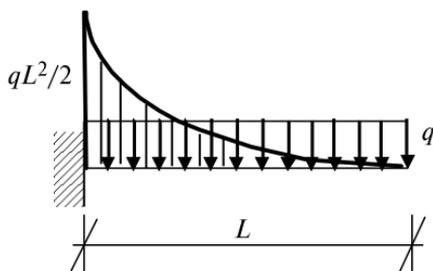


Рис. 24

На базе трех полученных выше табличных случаев продолжим расчет консольных балок на действие различных сочетаний нагру-

зок для приобретения элементарных практических навыков в построении эпюр изгибающих моментов.

Пример 1

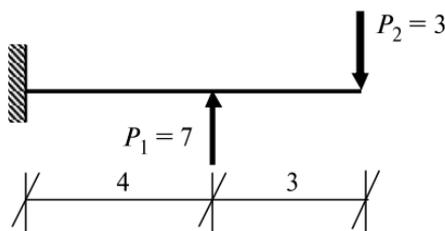


Рис. 25

Анализ предложенной задачи (рис. 25) приводит к следующим выводам:

- данная конструкция является консольной балкой;
- определение опорных реакций в такой конструкции необязательно;
- построение эпюры моментов следует начинать со свободного конца;
- число характерных участков равно двум (см. стр. 14).

Пронумеруем границы характерных участков для лучшего усвоения предлагаемого алгоритма построения эпюры изгибающих моментов. Расчет начинаем с участка 1-2. Для этого прибегнем к такому приему — мысленно установим в сечении, совпадающем с окончанием первого участка, жесткую заделку (рис. 26, а). При этом участок 1-2 становится аналогом первого частного случая (см. рис. 18, б), поэтому характер эпюры и величина изгибающего момента правее точки 2 известны (рис. 26, б).

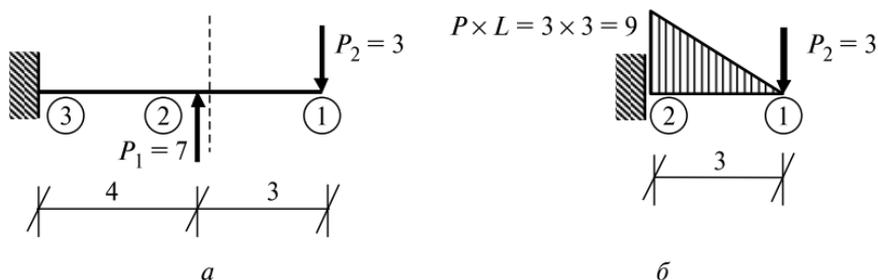


Рис. 26

На следующем шаге ликвидируем условную заделку правее сечения 2 и переставляем ее в сечение 3 (рис. 27, а). При этом балка

в сечении 2 восстанавливает свои кинематические характеристики. Далее рассмотрим участок 2-3. Приложим к нему сосредоточенный момент $M = 9$, отложенный выше нейтральной оси в сечении правее точки 2 (см. рис. 26, б) и растягивающий, таким образом, верхние волокна. Кроме того, на участок 2-3 переносим сосредоточенную силу $P_2 = 3$, прикладываем ее в точке 2 (рис. 27, б) и добавляем сосредоточенную силу $P_1 = 7$. Определим равнодействующую двух вертикальных сил в сечении 2: $R = P_1 - P_2 = 7 - 3 = 4$ (рис. 27, в).

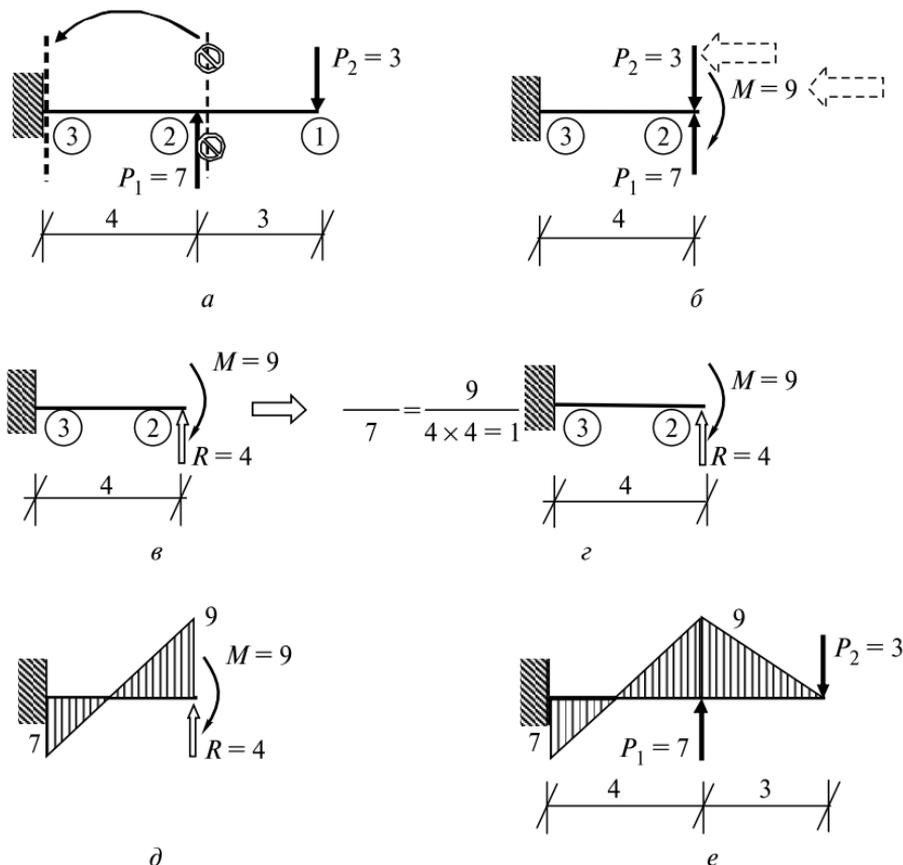


Рис. 27

Исходя из принципа независимости действия сил, вычислим величину изгибающего момента в сечении 3. Независимое действие $M = 9$ соответствует второму частному случаю (рис. 21), приводя к растяжению верхних волокон. Отложим ординату 9 выше нейтральной оси (рис. 27, з); независимое действие сосредоточенной силы

$R = 4$ приводит к растяжению нижних волокон (по аналогии с первым частным случаем на рис. 18, б). А величина созданного ею момента в заделке 3 равна $M_3 = P \times L = 4 \times 4 = 16$. Отложим эту ординату ниже нейтральной оси. Алгебраическая сумма воздействий (в данном случае изгибающих моментов) в заделке 3 равна $M_3 = 16 - 9 = 7$. Этот момент растягивает нижние волокна. В пределах характерного участка 2-3 эпюра изгибающих моментов прямолинейна. Результат проведенного расчета на участке 2-3 — на рис. 27, д. На рис. 27, е изображена полная эпюра моментов для рассмотренного случая загрузки консольной балки системой сосредоточенных сил.

Обратим внимание на характерную особенность полученной эпюры в сечении 2. При действии сосредоточенной силы на эпюре изгибающих моментов в этом сечении наблюдается перелом (или же излом) в сторону действия этой нагрузки. Это свойство широко применяется при визуальном контроле правильности построения эпюры изгибающих моментов.

Пример 2

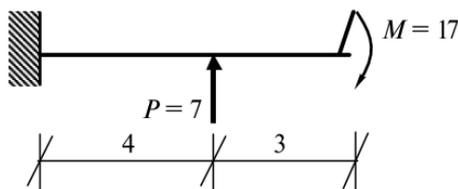


Рис. 28

Анализ новой задачи (рис. 28) опять приводит к таким выводам:

- данная конструкция является консольной балкой;
- определение опорных реакций в такой конструкции обязательно;
- построение эпюры моментов следует начинать со свободного конца;
- число характерных участков равно двум (см. стр. 14).

Вновь пронумеруем границы характерных участков. Расчет начинаем с участка 1-2. Для этого вновь прибегнем к уже известному приему — мысленно установим в сечении, совпадающем с окончанием первого участка, жесткую заделку (рис. 29, а). При этом участок 1-2 становится аналогом второго частного случая (см. рис. 21), поэтому характер эпюры и величина изгибающего момента правее точки 2 известны (рис. 29, б).

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru