

Предисловие

В этой тетради постепенно, поэтапно (в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий и понятий проф. П.Я. Гальперина) формируется и строится алгоритм умножения, хотя и не доводится до общепринятого умножения «в столбик».

На всех этапах выявляется и подчёркивается значение общих закономерностей, которым подчиняются арифметические операции сложения и умножения – коммутативности и ассоциативности, а также связывающей их дистрибутивности.

Показывается, что именно дистрибутивность позволяет на базе таблицы умножения умножать многозначные числа, разбивая их в сумму однозначных. Оптимальный способ разбиения числа на слагаемые предлагается не сразу, для того, чтобы ребёнок смог оценить выгоду от именно такого способа представления числа. Ориентировочной основой действия в данном случае являются не только три правила арифметики (коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность), но и особенность умножения на основание системы счисления («КОШКУ»). Обоснование правил арифметики иллюстрируется геометрически.

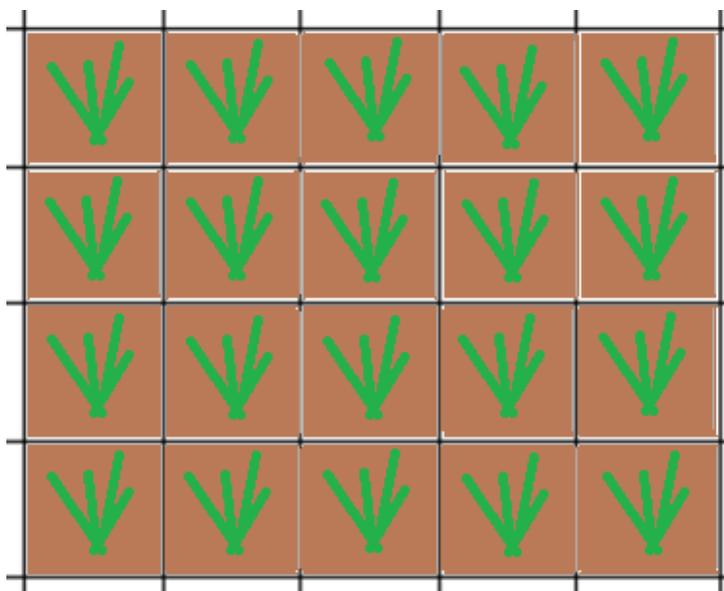
Материал этой тетради, основывается на учебнике – Абрамсон Я.И. «Математика. 1 класс». – СПб: Политехника-сервис, 2020. Онлайн версию алгоритмической части этого учебника можно найти на сайте www.matematika-abramson.com.

Занятие № 1

Задачи, которые приводят к появлению понятия умножения

В следующих примерах мы используем ДЕСЯТИЧНУЮ запись чисел. Рассмотрим несколько задач.

1. Хозяйка засаживает грядки, на каждую грядку сажает по 5 кустов. У неё 4 грядки.



Сколько кустов посадит хозяйка?

В каждом ряду по 5, значит всего будет $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ кустов.

Что мы знали в начале задачи?

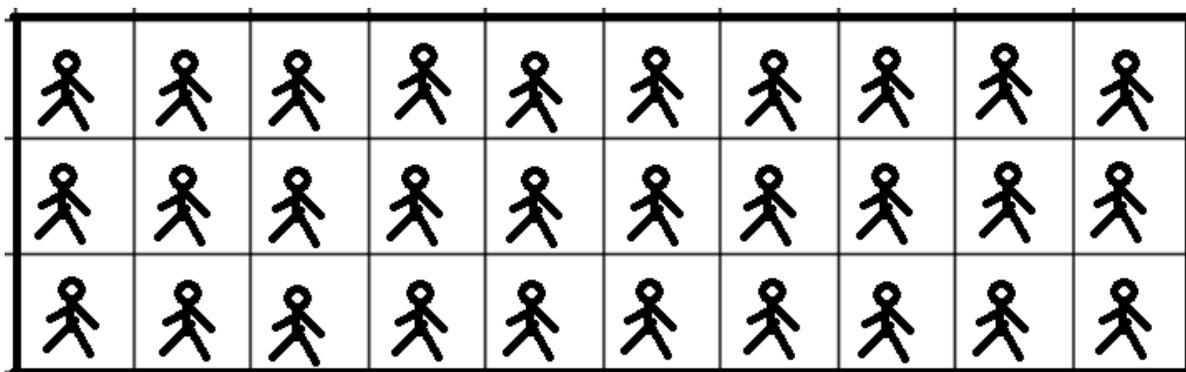
В задаче было два числа: 4 и 5.

Первое отвечало за то, сколько грядок у неё в огороде, второе – сколько в каждой грядке кустов. По этим двум числам, 4 и 5, мы получили ответ в задаче, в нашем случае – 20.

Итак $(4, 5) \Rightarrow 20$.

Запишем это так: $4 \times 5 = 20$. Значок « \times » обозначает новую операцию – операцию **УМНОЖЕНИЯ**.

2. Мальчик строит шеренги из оловянных солдатиков. В каждой шеренге – по 10 солдатиков. Солдатиков поставили в затылок друг к другу в три шеренги.



Сколько солдатиков во взводе?

В этой задаче снова даны два числа: число солдат в шеренге (10) и число шеренг (3). Посчитать солдат не трудно, нужно просто сложить числа в каждой шеренге, $10 + 10 + 10 = 30$.

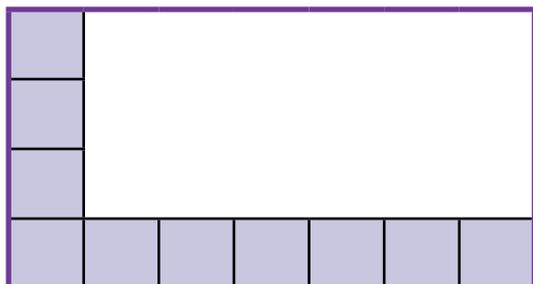
Итак $(10, 3) \Rightarrow 30$.

Запишем это так: $10 \times 3 = 30$.

3. Посчитаем *площадь* прямоугольного стола. Для того, чтобы это можно было сделать, надо разлиновать (расчертить) поверхность стола на квадратики.

Площадь стола, выраженная в квадратиках – это число таких квадратиков, которое можно выложить вплотную друг к другу на столе, примыкая к его краям.

В нашем примере мы видим что вдоль стола помещаются ровно 7 квадратиков, а поперек – ровно 4.



Сколько квадратиков помещается на этом столе?

И вновь, мы можем посчитать число квадратиков в ряду (7) и затем сложить это число с самим собой столько раз, сколько имеется рядов (4): $7 + 7 + 7 + 7 = 28$. Опять-таки, тот же самый случай – мы складываем несколько раз одно и то же число.

Обозначение для умножения.

Знак умножения

Выше мы уже встречались со значком «повёрнутого плюсика» для сокращённого обозначения записи сложения одинаковых чисел. Повторим это ещё раз.

Многократное, повторяющееся сложение одного и того же числа записывается с помощью знака «**×**», называемого **знаком умножения**.

Например,

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28.$$

$$7 + 7 + 7 + 7 = 28.$$

Более короткая запись многократно, повторяющегося сложения одного и того же числа.

$$4 \times 7 = 28.$$

$$7 \times 4 = 28.$$

В этой записи фигурируют два числа: **слагаемое** (в этом случае это 7) и **количество этих слагаемых** (в этом случае это 4). Называются эти два числа, **сомножителями**.

Сама операция, которая заменила многократное сложение, как уже говорилось выше, называется **умножением**.

Её результат называется **произведением**.

Есть и другое обозначение для знака умножения – точка: «**·**».

$$4 \times 5 = 4 \cdot 5;$$

$$3 \times 6 = 3 \cdot 6.$$

Так, в записи $4 \times 2 = 8$ числа 4 и 2 являются сомножителями, а число 8 – их произведением.

Домашнее задание

Упражнение №1

1. Запишите с помощью знака умножения следующие примеры на сложение:

а) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = \underline{\quad} \times 4$;

б) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$;

в) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$;

г) $7 + 7 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$;

д) $3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$;

е) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$.

2. Запишите с помощью сложения следующие записи:

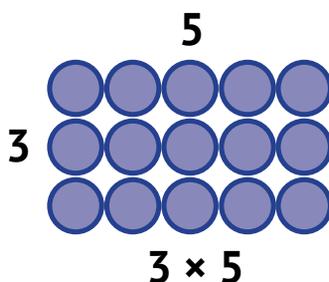
а) $3 \times 6 = 3 + \underline{\hspace{2cm}}$;

б) $5 \cdot 4 = 5 + \underline{\hspace{2cm}}$.

Занятие № 2

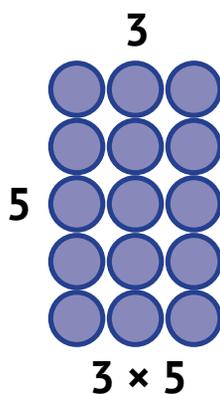
Некоторые свойства умножения

Изобразим умножение 3×5 как сложение 5 кружочков тремя рядами:



Если складывать по рядам, получаем $5 + 5 + 5$. То есть, сложим три пятёрки.

Если складывать по колонкам, или просто повернуть эту картинку (или голову), то мы получим то же самое, но при сложении уже пяти троек: $3 + 3 + 3 + 3 + 3$:



Получается, что $3 \times 5 = 5 \times 3$.

Точно так же и при любых других сомножителях произведение **НЕ ЗАВИСИТ** от порядка сомножителей:

$$4 \times 6 = 6 \times 4;$$

$$3 \times 7 = 7 \times 3;$$

$$6 \times 8 = 8 \times 6;$$

$$9 \times 5 = 5 \times 9 \text{ и т. д.}$$

Свойство это называется **коммутативностью**.

Ею обладает, как мы знаем, и сложение:

$$4 + 6 = 6 + 4;$$

$$3 + 7 = 7 + 3;$$

$$6 + 8 = 8 + 6;$$

$$9 + 5 = 5 + 9 \text{ и т. д.}$$

Посмотрим теперь, что получится, если одним из сомножителей будет единица:



$$1 \times 5 = 5 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5.$$

Точно так же:

$$1 \times 6 = 6 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6;$$

$$7 \times 1 = 7;$$

$$8 \times 1 = 8;$$

$$9 \times 1 = 9 \text{ и т. д.}$$

Получается, что **при умножении любого числа на 1 число не меняется, остаётся прежним.**

А что получится, если умножить на ноль?

$$3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0;$$

$$4 \times 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0;$$

$$5 \times 0 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \text{ и т. д.}$$

Получается, что **при умножении любого числа на 0 получается НОЛЬ.**

Таблицы умножения

Приставим друг к другу квадратики слева направо и пронумеруем их. Отметим на них натуральные числа, начиная с 2:

2	3	4	5
---	---	---	---	-----	-----

А теперь другие такие же квадратики поставим друг к другу сверху вниз:

2
3
4
5
...
...

Получим таблицу, в которой на пересечении строк и столбцов будем ставить произведение чисел, которые стоят в первой, верхней строке и в первом, левом столбце:

	2	3	4	5
2				
3				
4				
5				

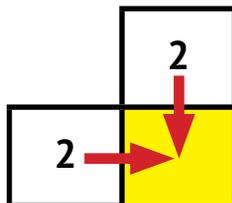
Так, например результат умножения 2×2 должен будет появиться на пересечении второй строки и второго столбца:

	2	3	4	5
2				
3				
4				
5				

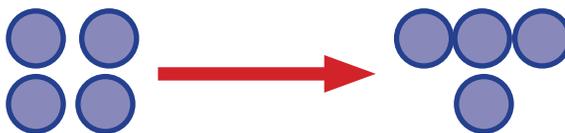
А результат умножения 3×4 должен появиться как на пересечении третьей строки и четвёртого столбца, так и на пересечении третьего столбца и четвёртой строки, причём эти числа должны быть равными из-за коммутативности умножения:

	2	3	4	5
2				
3				
4				
5				

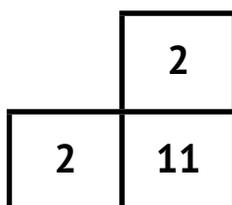
Мы начинаем с 2, так как умножать и на 1 и на 0 можно и без всяких таблиц. Но цифра «2» существует только в позиционных системах счисления, начиная с троичной (и выше). В двоичной нет такой цифры. Поэтому самая маленькая таблица умножения, состоящая всего **из одной строчки, одного столбца и одной клетки на их пересечении** – это **таблица умножения в троичной системе счисления**. В ней надо только заполнить клетку на пересечении двух двоек:



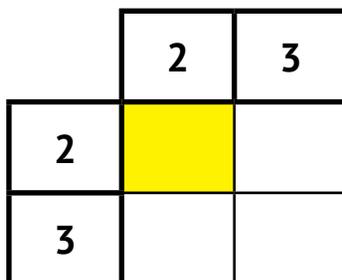
Получаем одну КОШКУ и одну МЫШКУ:



И поэтому пишем 11_3 :



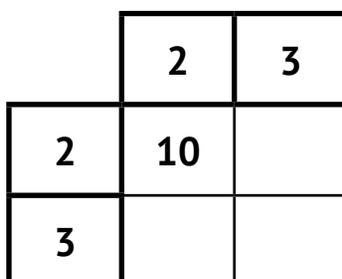
В четверичной системе счисления и строк и столбцов вдвое больше, потому что добавляется цифра 3:



В отмеченном квадратике должно помещаться произведение 2×2 в четверичной системе счисления. Теперь это уже просто КОШКА:



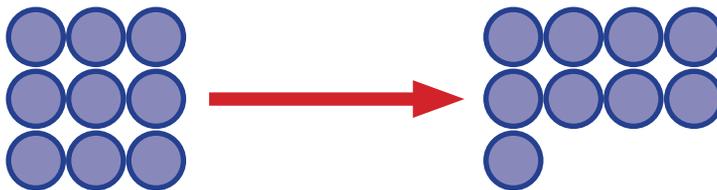
А это записывается как 10_4 :



А произведение 3×3 должно помещаться в правом нижнем углу:

	2	3
2	10	
3		

Но чему равно 3×3 ? Посмотрим:



Две КОШКИ и одна МЫШКА, 21_4 . И помещаем этот результат в таблицу:

	2	3
2	10	
3		21

Поскольку $3 \times 2 = 2 \times 3$, то в обеих оставшихся незаполненных клетках таблицы должно быть одно и то же число.

Легко убедиться, что это одна КОШКА и две МЫШКИ, то есть, 12_4 .

	2	3
2	10	12
3	12	21

Домашнее задание

Упражнение №2

Заполните таблицу умножения в пятеричной системе счисления:

	2	3	4
2			
3			
4			

Упражнение №3

Заполните таблицу умножения в шестеричной системе счисления:

	2	3	4	5
2				
3				
4				
5				

Упражнение №4

Заполните таблицу умножения в семеричной системе счисления:

	2	3	4	5	6
2					
3					
4					
5					
6					

Упражнение №5

Заполните таблицу умножения в восьмеричной системе счисления:

	2	3	4	5	6	7
2						
3						
4						
5						
6						
7						

Упражнение №6

Заполните таблицу умножения в девятеричной системе счисления:

	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

Упражнение №7

Заполните таблицу умножения в десятичной системе счисления:

	2	3	4	5	6	7	8	9
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru