

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	15
Благодарности	16
Глава 1. Введение	17
1.1. Что такое обучение?	
1.2. Когда необходимо машинное обучение?	
1.3. Типы обучения	
1.4. Связи с другими дисциплинами	
1.5. Как читать эту книгу	
1.5.1. Варианты построения курса на основе книги	
1.6. Обозначения	
ЧАСТЬ І. ОСНОВАНИЯ	
Глава 2. Малый вперед	29
2.1. Формальная модель – схема статистического обучения	29
2.2. Минимизация эмпирического риска	31
2.2.1. Не все коту масленица – переобучение	
2.3. Минимизация эмпирического риска с индуктивным смещением	
2.3.1. Конечные классы гипотез	
2.4. Упражнения	37
Глава 3. Формальная модель обучения	39
3.1. Вероятно почти корректное обучение	
3.2. Более общая модель обучения	
3.2.1. Отказ от предположения о реализуемости – агностическое	
РАС-обучение	41
3.2.2. Круг моделируемых проблем обучения	43
3.3. Резюме	45
3.4. Библиографические сведения	46
3.5. Упражнения	46
Глава 4. Обучаемость и равномерная сходимость	50
4.1. Равномерная сходимость – достаточное условие обучаемости	50
4.2. Конечные классы допускают агностическое РАС-обучение	
4.3. Резюме	
4.4. Библиографические сведения	
4.5. Упражнения	54

Глава 5. Компромисс между смещением и сложностью	56
5.1. Теорема об отсутствии бесплатных завтраков	57
5.1.1. Теорема о бесплатных завтраках и априорное знание	
5.2. Разложение ошибки	
5.3. Резюме	61
5.4. Библиографические сведения	62
5.5. Упражнения	62
Глава 6. VC-размерность	63
6.1. Бесконечные классы могут быть обучаемыми	63
6.2. VC-размерность	64
6.3. Примеры	66
6.3.1. Ступенчатые функции	66
6.3.2. Интервалы	67
6.3.3. Осепараллельные прямоугольники	67
6.3.4. Конечные классы	
6.3.5. VC-размерность и количество параметров	68
6.4. Фундаментальная теорема РАС-обучения	68
6.5. Доказательство теоремы 6.7	69
6.5.1. Лемма Зауэра и функция роста	70
6.5.2. Равномерная сходимость для классов небольшого эффективного	
размера	
6.6. Резюме	
6.7. Библиографические сведения	
6.8. Упражнения	75
Глава 7. Неравномерная обучаемость	79
7.1. Неравномерная обучаемость	79
7.1.1. Характеристика неравномерной обучаемости	80
7.2. Структурная минимизация риска	81
7.3. Минимальная длина описания и бритва Оккама	
7.3.1. Бритва Оккама	
7.4. Другие концепции обучаемости – согласованность	
7.5. Обсуждение различных понятий обучаемости	
7.5.1. Еще раз о теореме об отсутствии бесплатных завтраков	
7.6. Резюме	
7.7. Библиографические сведения	
7.8. Упражнения	93
Глава 8. Время обучения	96
8.1. Вычислительная сложность обучения	97
8.1.1. Формальное определение*	98
8.2. Реализация правила ERM	99
8.2.1. Конечные классы	
8.2.2. Осепараллельные прямоугольники	
8.2.3. Булевы конъюнкции	102
8.2.4. Обучение трехуленных ЛНФ	103

8.3. Эффективно обучаемый, но не собственный алгоритм ERM	103
8.4. Трудность обучения*	
8.5. Резюме	
8.6. Библиографические сведения	106
8.7. Упражнения	106
ЧАСТЬ II. ОТ ТЕОРИИ К АЛГОРИТМАМ	110
Глава 9. Линейные предикторы	111
9.1. Полупространства	112
9.1.1. Линейное программирование для класса полупространств	
9.1.2. Перцептрон для полупространств	
9.1.3. VC-размерность класса полупространств	
9.2. Линейная регрессия	
9.2.1. Метод наименьших квадратов	
9.2.2. Линейная регрессия для задач полиномиальной регрессии	
9.3. Логистическая регрессия	
9.4. Резюме	
9.5. Библиографические сведения	
э.о. упражнения	
Глава 10. Усиление	
10.1. Слабая обучаемость	
10.1.1. Эффективная реализация ERM для класса решающих пней	
10.2. Алгоритм AdaBoost	
10.3. Линейные комбинации базовых гипотез	
10.3.1. VC-размерность <i>L</i> ( <i>B</i> , <i>T</i> )	
10.4. Применение AdaBoost для распознавания лиц	
10.6. Библиографические сведения	
10.7. Упражнения	
•	
Глава 11. Выбор и контроль модели	
11.1. Выбор модели с помощью SRM	
11.2.1. Запасатрука примучё избет	
11.2.1. Зарезервированный набор11.2.2. Контроль при выборе модели	
11.2.2. Контроль при выобре модели	
11.2.4. k-групповая перекрестная проверка	
11.2.5. Обучение-контроль-тестирование	
11.3. Что делать, если обучить не удается	
11.4. Резюме	
11.5. Упражнения	
Глава 12. Выпуклые проблемы обучения	149
12.1. Выпуклость, липшицевость и гладкость	
12.1.1. Выпуклость	
12.1.2. Липшиневость	153

12.1.3. Гладкость	154
12.2. Выпуклые проблемы обучения	156
12.2.1. Обучаемость выпуклых проблем обучения	
12.2.2. Выпуклые-липшицевы/гладкие-ограниченные проблемы	
обучения	158
12.3. Суррогатные функции потерь	
12.4. Резюме	
12.5. Библиографические сведения	
12.6. Упражнения	
Глава 13. Регуляризация и устойчивость	163
13.1. Минимизация регуляризированной потери	
13.1.1. Гребневая регрессия	
13.2. Устойчивые правила не подвержены переобучению	
13.3. Регуляризация Тихонова как стабилизатор	
13.3.1. Липшицева потеря	
13.3.2. Гладкая неотрицательная потеря	
13.4. Управление компромиссом между аппроксимацией и устойчивостью	
13.5. Резюме	
13.6. Библиографические сведения	
13.7. Упражнения	
Глава 14. Стохастический градиентный спуск	176
14.1. Градиентный спуск	
14.1.1. Анализ метода ГС для выпуклых липшицевых функций	
14.2. Субградиенты	
14.2.1. Вычисление субградиентов	
14.2.2. Субградиенты липшицевых функций	
14.2.3. Субградиентный спуск	
14.3. Стохастический градиентный спуск (СГС)	
14.3.1. Анализ СГС для выпуклых-липшицевых-ограниченных функций	
14.4. Варианты	
14.4.1. Добавление шага проецирования	
14.4.2. Переменный размер шага	
14.4.3. Другие способы усреднения	
14.4.4. Строго выпуклые функции*	
14.5. Обучение с помощью СГС	
14.5.1. Применение СГС для минимизации риска	
14.5.2. Анализ СГС для выпуклых-гладких проблем обучения	
14.5.3. Применение СГС для минимизации регуляризированной потери	
14.6. Резюме	
14.7. Библиографические сведения	
14.8. Упражнения	
Глава 15. Метод опорных векторов	194
15.1. Зазор и SVM с жестким зазором	
15.1.1. Однородный случай	
10.1.1. Одпородпыи случаи	エフ/

15.1.2. Выборочная сложность правила Hard-SVM	197
15.2. SVM с мягким зазором и регуляризация по норме	
15.2.1. Выборочная сложность Soft-SVM	
15.2.2. Сравнение границ, основанных на зазоре и норме,	
с размерностью	201
15.2.3. Рамповая функция потерь*	
15.3. Условия оптимальности и «опорные векторы»*	
15.4. Двойственность*	
15.5. Реализация Soft-SVM с помощью СГС	
15.6. Резюме	205
15.7. Библиографические сведения	205
15.8. Упражнения	206
Глава 16. Ядерные методы	207
16.1. Погружение в пространство признаков	207
16.2. Ядерный трюк	
16.2.1. Ядра как способ выразить априорное знание	
16.2.2. Характеристика ядерных функций*	
16.3. Реализация Soft-SVM с ядрами	
16.4. Резюме	
16.5. Библиографические сведения	
16.6. Упражнения	217
Глава 17. Многоклассовая категоризация, ранжирование	
и сложные проблемы предсказания	219
17.1. Один против всех и все пары	220
17.2. Линейные многоклассовые предикторы	222
17.2.1. Как построить Ψ	222
17.2.2. Стоимостная классификация	224
17	. <b></b> 224
17.2.3. ERM	
17.2.5. ЕКМ17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224
	224 225
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 228
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 228 230
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 238 230
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 238 232
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 232 235
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 232 235 237
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 232 235 237 239
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 235 237 239 239
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 232 235 237 239 240
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 235 237 239 240
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 225 226 230 235 237 239 240 242
17.2.4. Обобщенная кусочно-линейная потеря	224 226 230 235 237 239 249 242 244

18.3. Случайные леса	247
18.4. Резюме	
18.5. Библиографические сведения	
18.6. Упражнения	
Глава 19. Ближайшие соседи	250
19.1. Метод <b>k</b> ближайших соседей	
19.2. Анализ	
19.2.1. Граница обобщаемости для правила 1-NN	252
19.2.2. Проклятие размерности	
19.3. Эффективная реализация*	256
19.4. Резюме	256
19.5. Библиографические сведения	
19.6. Упражнения	257
Глава 20. Нейронные сети	260
20.1. Нейронные сети прямого распространения	
20.2. Обучение нейронных сетей	
20.3. Выразительная способность нейронных сетей	
20.3.1. Геометрическая интерпретация	
20.4. Выборочная сложность нейронных сетей	
20.5. Время обучения нейронных сетей	
20.6. СГС и обратное распространение	268
20.7. Резюме	272
20.8. Библиографические сведения	
20.9. Упражнения	273
часть III. дополнительные модели обучения	275
Глава 21. Онлайновое обучение	276
21.1. Онлайновая классификация в реализуемом случае	277
21.1.1. Онлайновая обучаемость	
21.2. Онлайновая классификация в нереализуемом случае	283
21.2.1. Алгоритм взвешенного большинства	284
21.3. Онлайновая выпуклая оптимизация	288
21.4. Алгоритм онлайнового перцептрона	
21.5. Резюме	
21.6. Библиографические сведения	
21.7. Упражнения	294
Глава 22. Кластеризация	296
22.1. Алгоритмы кластеризации на основе связи	299
22.2. Метод k-средних и другие методы кластеризации на основе	
минимизации стоимости	
22.2.1. Алгоритм k-средних	
22.3. Спектральная кластеризация	
22.3.1. Разрезание графа	
22.3.2. Лапласиан графа и ослабленные разрезы графа	304

22.3.3. Ненормированная спектральная кластеризация	305
22.4. Метод информационного горлышка*	
22.5. Общий взгляд на кластеризацию	
22.6. Резюме	309
22.7. Библиографические сведения	309
22.8. Упражнения	309
Глава 23. Понижение размерности	312
23.1. Метод главных компонент (РСА)	
23.1.1. Более эффективное решение для случая $d \gg m$	
23.1.2. Реализация и демонстрация	
23.2. Случайные проекции	
23.3. Сжатое измерение сигнала	
23.3.1. Доказательства*	
23.4. РСА или сжатое измерение сигнала?	326
23.5. Резюме	
23.6. Библиографические сведения	
23.7. Упражнения	328
Глава 24. Порождающие модели	330
24.1. Оценка максимального правдоподобия	
24.1.1. Оценка максимального правдоподобия для непрерывных	
случайных величин	332
24.1.2. Максимальное правдоподобие и минимизация эмпирического	
риска	333
24.1.3. Анализ обобщаемости	333
24.2. Наивная байесовская классификация	335
24.3. Линейный дискриминантный анализ	
24.4. Скрытые переменные и ЕМ-алгоритм	336
24.4.1. ЕМ как алгоритм поочередной максимизации	338
24.4.2. ЕМ-алгоритм для смеси нормальных распределений (мягкий	
алгоритм k-средних)	
24.5. Байесовское рассуждение	
24.6. Резюме	
24.7. Библиографические сведения	
24.8. Упражнения	343
Глава 25. Отбор и порождение признаков	345
25.1. Отбор признаков	346
25.1.1. Фильтры	347
25.1.2. Подходы на основе жадного отбора	348
25.1.3. Нормы, индуцирующие разреженность	351
25.2. Манипулирование и нормировка признаков	353
25.2.1. Примеры преобразований признаков	
25.3. Обучение признаков	
25.3.1. Обучение словаря с помощью автокодировщиков	
25.4. Резюме	358

25.5. Библиографические сведения	358
25.6. Упражнения	359
ЧАСТЬ IV. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ	361
Глава 26. Радемахеровская сложность	362
26.1. Радемахеровская сложность	
26.1.1. Исчисление Радемахера	
26.2. Радемахеровская сложность линейных классов	
26.3. Границы обобщаемости метода SVM	
26.4. Границы обобщаемости для предикторов с малой нормой $\ell_1$	
26.5. Библиографические сведения	374
Глава 27. Числа покрытия	375
27.1. Покрытие	
27.1.1. Свойства	
27.2. От покрытия к радемахеровской сложности через сцепление	376
27.3. Библиографические сведения	378
Глава 28. Доказательство фундаментальной теоремы	
теории обучения	770
1	
28.1. Верхняя граница для агностического случая	
28.2. Нижняя граница для агностического случая	
28.2.2. Доказательство того, что $m(\epsilon, 0) \ge 0.5\log(1/(40))/\epsilon$	
28.3. Верхняя граница для реализуемого случая	
28.3.1. От $\epsilon$ -сетей к РАС-обучаемости	
Глава 29. Многоклассовая обучаемость	389
29.1. Размерность Натараджана	
29.2. Фундаментальная многоклассовая теорема	
29.2.1. О доказательстве теоремы 29.3	
29.3. Вычисление размерности Натараджана	
29.3.1. Метод «один против всех»	
29.3.2. Сведение многоклассовой категоризации к бинарной	
классификации в общем случае	392
29.3.3. Линейные многоклассовые предикторы	392
29.4. О хороших и плохих правилах ERM	394
29.5. Библиографические сведения	
29.6. Упражнения	396
Глава 30. Границы сжатия	397
30.1. Границы сжатия	
30.2. Примеры	
30.2.1. Осепараллельные прямоугольники	
30.2.2. Полупространства	
30.2.3. Разделение полиномов	401

30.2.4. Разделение с зазором	401
30.3. Библиографические сведения	
Глава 31. РАС-байесовский подход	402
31.1. РАС-байесовские границы	
31.2. Библиографические сведения	
31.3. Упражнения	
Приложение А. Технические леммы	406
Приложение В. Концентрация меры	409
В.1. Неравенство Маркова	409
В.2. Неравенство Чебышева	410
В.З. Границы Чернова	411
В.4. Неравенство Хёфдинга	412
В.5. Неравенства Беннета и Бернштейна	413
В.5.1. Применение	414
В.б. Неравенство Слада	
В.7. Концентрация случайных величин $\chi^2$	415
Приложение С. Линейная алгебра	418
С.1. Основные определения	
С.2. Собственные значения и собственные векторы	
С.3. Положительно определенные матрицы	
С.4. Сингулярное разложение	
Литература	177
71911 Cpu1 y pu	423
Предметный указатель	432

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Под машинным обучением понимается автоматизированное нахождение осмысленных закономерностей – паттернов – в данных. За последние двадцать лет оно стало обычным инструментом для решения почти всех задач, в которых требуется извлекать информацию из больших наборов данных. Нас со всех сторон окружают технологии, основанные на машинном обучении: поисковые системы учатся показывать наиболее полезные результаты (и при этом подсовывать прибыльную рекламу), антиспамные программы учатся фильтровать нашу почту, а операции с кредитными картами защищены программами, которые учатся распознавать мошенничество. Цифровые камеры учатся распознавать лица, а персональные помощники в смартфонах – понимать голосовые команды. Автомобили оснащаются системами предотвращения аварий, в которые встроены алгоритмы машинного обучения. Машинное обучение активно применяется и в научных дисциплинах, в т. ч. в биоинформатике, медицине и астрономии.

Все эти приложения объединяет общая черта – в отличие от традиционного применения компьютеров распознаваемые паттерны настолько сложны, что программист не способен явно сформулировать детальный алгоритм решения таких задач. Разумные существа приобретают или совершенствуют многие свои навыки путем обучения на собственном опыте (а не следования явным инструкциям). Задача инструментов машинного обучения – наделить программы способностью «обучаться» и адаптироваться. Первая цель этой книги – предложить строгое и вместе с тем достаточно простое для чтения введение в основные вопросы машинного обучения: что такое обучение; как обучается машина; как количественно оценить ресурсы, необходимые для обучения данной концепции; всегда ли возможно обучение; как узнать, завершился процесс обучения успешно или неудачно.

Вторая цель книги – изложить некоторые важнейшие алгоритмы машинного обучения. Мы выбрали алгоритмы, которые, с одной стороны, успешно применяются на практике, а с другой – представляют широкий спектр технических приемов обучения. Кроме того, мы уделили особое внимание алгоритмам, пригодным для обучения на больших объемах данных (так называемых «больших данных»), поскольку в последние годы наш мир стремительно «оцифровывается», так что объем данных, доступных для обучения невероятно вырос. В результате многие приложения больше не испытывают недостатка в данных, и узким местом становится время вычислений. Поэтому мы явным образом оцениваем как объем данных, так и время, необходимое для обучения данной концепции.

Книга состоит из четырех частей. Задача первой части – дать первоначальные строгие ответы на фундаментальные вопросы обучения. Мы опишем модель обучения, предложенную Валиантом, – вероятно почти корректное (Probably Approximately Correct – PAC), которая стала первым основательным ответом на вопрос «что такое обучение». Мы сформулируем три правила обучения – минимизация

16 Предисловие

эмпирического риска (Empirical Risk Minimization – ERM), структурная минимизация риска (Structural Risk Minimization – SRM) и минимальная длина описания (Minimum Description Length – MDL), – которые показывают, «как машина может обучаться». Мы количественно оценим объем данных, необходимый для обучения по правилам ERM, SRM и MDL, и, доказав теорему об «отсутствии бесплатных завтраков», покажем, каким образом обучение может завершиться неудачно. Мы также обсудим, сколько времени необходимо для обучения. Во второй части книги мы опишем различные алгоритмы обучения. В некоторых случаях мы сначала представим некий общий принцип обучения, а затем продемонстрируем, как алгоритм следует этому принципу. Если первые две части книги основаны на модели РАС, то в третьей мы расширим свой кругозор, введя в рассмотрение другие модели обучения. И, наконец, в последней части излагается более сложная теория.

Мы старались по возможности сделать книгу независимой. Однако предполагается, что читатель знаком с основами теории вероятностей, линейной алгебры, математического анализа и теории алгоритмов. Первые три части ориентированы на студентов первого года магистратуры по информатике, техническим наукам, математике или статистике. Они доступны также студентам средних курсов с хорошей подготовкой. Главы четвертой части могут быть полезны исследователям, желающим углубить свои теоретические знания.

### Благодарности

В основу книги легли курсы «Введение в машинное обучение», прочитанные Шаем Шалев-Шварцем в Еврейском университете и Шаем Бен-Давидом в университете Ватерлоо. Первая черновая редакция появилась на свет из конспектов к курсу, прочитанному в Еврейском университете Шаем Шалев-Шварцем в 2010–2013 гг. Мы высоко ценим помощь Охада Шамира, который был учебным ассистентом на курсе 2010 г., и Алона Гонена, исполнявшего эту роль на курсах 2011–2013 гг. Охад и Алон подготовили конспекты и значительную часть упражнений. Алон, перед которым мы в долгу за помощь на протяжении всей работы над книгой, также подготовил ключ к решениям.

Мы глубоко признательны Дане Рубинштейн за ее ценнейший труд. Дана осуществила научное и литературное редактирование рукописи, превратив ее из разрозненных глав в связный, легко читаемый текст.

Отдельное спасибо Амиту Даниэли, который помогал в тщательной вычитке более сложных разделов книги и написал главу о многоклассовой обучаемости. Мы также благодарны членам иерусалимского клуба читателей, которые внимательно прочли каждую строчку рукописи и высказали конструктивную критику. Это Майя Элрой (Мауа Alroy), Йосси Арджевани (Yossi Arjevani), Аарон Бирнбаум (Aharon Birnbaum), Алон Коэн (Alon Cohen), Алон Гонен (Alon Gonen), Рой Ливни (Roi Livni), Офер Месхи (Ofer Meshi), Дэн Розенбаум (Dan Rosenbaum), Дана Рубинштейн (Dana Rubinstein), Шахар Сомин (Shahar Somin), Алон Винников (Alon Vinnikov) и Йоав Вальд (Yoav Wald). Мы также признательны Гэлу Элидану (Gal Elidan), Амиру Глоберсону (Amir Globerson), Нике Нахталаб (Nika Haghtalab), Ши Маннору (Shie Mannor), Амнону Шашуа (Amnon Shashua), Нати Сребро (Nati Srebro) и Рут Эрнер (Ruth Urner) за полезные дискуссии.

# **ВВЕДЕНИЕ**

Тема этой книги – автоматизированное обучение, или, как его чаще называют, машинное обучение (МО). То есть мы хотим запрограммировать компьютер так, чтобы он мог «обучаться» на доступных ему данных. Грубо говоря, обучение – это процесс преобразования эмпирического опыта в знания и умения. На вход алгоритма обучения подаются обучающие данные, представляющие опыт, а на выходе получаются знания, обычно принимающие вид другой компьютерной программы, способной выполнить некоторое задание. Если мы хотим описать эту идею формально-математически, то должны явно определить, что понимается под каждым вышеупомянутым термином. Что представляют собой обучающие данные, к которым будут обращаться наши программы? Как можно автоматизировать процесс обучения? Как оценить успешность этого процесса (т. е. качество результата обучающей программы)?

### 1.1. Что такое обучение?

Начнем с рассмотрения двух примеров, естественно возникающих при обучении животных. Некоторые из самых фундаментальных проблем МО видны уже в этом контексте, с которым все мы знакомы.

Недоверие к приманке – крысы учатся избегать отравленных приманок. Когда крыса обнаруживает еду с незнакомым видом или запахом, она сначала откусывает очень маленький кусочек, а ее дальнейшее поведение зависит от вкуса пищи и ее физиологических последствий. Если крыса почувствует себя плохо, то свяжет новую еду с недомоганием и не станет ее есть. Очевидно, здесь присутствует какой-то механизм обучения: животное воспользовалось прошлым опытом питания и приобрело умение определять безопасность пищи. Если с прошлым опытом были связаны негативные воспоминания, то животное предсказывает, что и в будущем последствия будут негативными.

Вдохновившись этим примером успешного обучения, продемонстрируем типичную задачу машинного обучения. Пусть требуется запрограммировать машину, которая будет обучаться фильтрации спама. Наивное решение было бы похоже на то, как крыса учится избегать отравленных приманок. Машина просто запоминает все предшествующие сообщения, которые были помечены как спам человеком. Когда приходит новое сообщение, машина ищет его среди уже известных спамных и, если находит, то отбрасывает. В противном случае сообщение отправляется в папку «Входящие».

Хотя такое «обучение путем запоминания» иногда полезно, этому подходу недостает важной черты обучающих систем – способности помечать ранее не встречавшиеся почтовые сообщения. Успешный обучаемый должен уметь совершать переход от отдельных примеров к более широкому обобщению. Это называется также индуктивным рассуждением, или индуктивным выводом. В описанном примере недоверия к приманке крыса, встретившая некоторый образчик пищи, распространяет свое отношение к нему на новые, ранее не виданные образчики пищи с похожим вкусом и запахом. Чтобы перейти к обобщению в задаче фильтрации спама, обучаемый может просканировать ранее предъявленные сообщения и выделить набор слов, наличие которых свидетельствует о спамном характере сообщения. Тогда, получив новое сообщение, машина сможет проверить, встречаются ли в нем подозрительные слова, и, соответственно, предсказать метку. Такая система потенциально могла бы правильно предсказывать метки ранее не предъявлявшихся сообщений.

Однако индуктивное рассуждение может приводить к ложным заключениям. Проиллюстрируем это еще одним примером обучения животных.

Суеверное поведение голубей. В эксперименте психолога Б.Ф. Скиннера группу голодных голубей помещали в клетку. Клетка была оборудована автоматическим механизмом, который через одинаковые интервалы выдавал голубям пищу вне зависимости от их поведения. Голодные голуби бродили по клетке, и в момент первой доставки пищи каждая птица чем-то занималась (долбила клювом пол, поворачивала голову и т. д.). Появление пищи подкрепляло действие каждой птицы, и впоследствии она чаще повторяла это действие, чем другие. Это, в свою очередь, увеличивало вероятность, что при следующем кормлении голуби также будут совершать это действие. В результате формируется цепочка событий, которая подкрепляет у голубей ассоциацию между появлением пищи и теми действиями, которые они совершали при первом кормлении. В дальнейшем они совершают эти действия намеренно<sup>1</sup>.

Чем отличаются механизмы, приводящие к суеверию и к полезному обучению? Этот вопрос имеет первостепенное значение для разработки автоматизированных систем обучения. Человек может полагаться на здравый смысл, отбрасывая случайные бессмысленные заключения, но, переходя к обучению машины, мы должны сформулировать четкие, не допускающие двоякого толкования принципы, которые не дадут программе прийти к бессмысленным или бесполезным выводам. Разработка таких принципов и есть главная цель теории машинного обучения.

Так в чем же все-таки причина того, что обучение крыс оказалось успешнее, чем обучение голубей? В качестве первого шага к ответу на этот вопрос рассмотрим более пристально феномен недоверия к приманке.

Еще раз о недоверии к приманке: у крыс не формируется условно-рефлекторная связь между пищей и ударом электрическим током или между звуком и тошно-той. Механизм недоверия к приманке у крыс оказывается сложнее, чем могло бы показаться. В экспериментах Гарсия (Garcia & Koelling, 1996) было продемонстрировано, что если неприятный стимул, сопутствующий поеданию пищи, заменить, например, ударом электрическим током (а не тошнотой), то условного

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> См. http://psychclassics.yorku.ca/Skinner/Pigeon.

рефлекса не возникает. Даже после нескольких испытаний, в которых поедание определенной пищи сопровождалось неприятным ударом током, крысы не отказывались от этой пищи. Условный рефлекс не формировался и тогда, когда свойство пищи, вызывающее тошноту (например, вкус или запах), заменялось звуковым сигналом. У крыс, похоже, имеется априорное «встроенное» знание о том, что временная связь между пищей и тошнотой может быть причинноследственной, а наличие причинно-следственной связи между поеданием пищи и ударом током или между звуками и тошнотой маловероятно.

Мы приходим к выводу, что одним из отличий между недоверием к приманке и суеверному поведению голубей является наличие априорного знания, которое модифицирует механизм обучения. Его еще называют индуктивным смещением (inductive bias). Голуби в эксперименте готовы принять любое объяснение появления еды. Но крысы «знают», что еда не может быть причиной удара электрическим током и что сопровождение еды шумом вряд ли может оказать влияние на питательные качества этой еды. Процесс обучения крыс смещен в сторону обнаружения определенных паттернов, тогда как другие временные корреляции между событиями игнорируются.

Выясняется, что включение априорного знания, смещающего процесс обучения, является обязательным условием успешности алгоритмов обучения (это утверждение, строго сформулированное и доказанное в главе 5, получило название «теоремы об отсутствии бесплатных завтраков»). Разработка инструментов для выражения знания о предметной области, трансляции их в смещение алгоритма обучения и количественной оценки влияния этого смещения на успех обучения — центральная тема теории машинного обучения. Грубо говоря, чем сильнее априорные знания (или априорные предположения), с которыми мы начинаем процесс обучения, тем легче идет обучение на последующих примерах. Однако чем сильнее априорные предположения, тем менее гибким будет обучение — оно ограничено необходимостью соблюдать эти предположения. Мы будем явно обсуждать эти вопросы в главе 5.

# 1.2. Когда необходимо машинное обучение?

Когда возникает необходимость прибегнуть к машинному обучению, вместо того чтобы непосредственно запрограммировать компьютер на решение стоящей задачи? Два свойства задачи наводят на мысль воспользоваться программами, которые могут обучаться и совершенствоваться на основе своего «опыта»: сложность и требование адаптивности.

### Задачи, слишком сложные для программирования

Э Задачи, решаемые животными или людьми. Есть немало задач, которые человек решает естественно и привычно, и тем не менее мы недостаточно хорошо понимаем, как мы это делаем, чтобы оформить это в виде программы. Вот несколько примеров: вождение автомобиля, распознавание речи, понимание того, что изображено на картинке. Во всех этих случаях современные программы машинного обучения, «учащиеся на своем опыте», позволяют

добиться вполне удовлетворительных результатов, если им предъявить достаточно много обучающих примеров.

О Задачи, выходящие за пределы человеческих возможностей. Еще один класс задач, для которого машинное обучение дает очевидный выигрыш, связан с анализом очень больших и сложных наборов данных: астрономические данные, преобразование архивов медицинских записей в медицинские знания, прогнозирование погоды, анализ генома, поисковые системы в вебе, электронная торговля. По мере накопления цифровых данных становится очевидно, что в архивах скрыты информационные сокровища, вот только для человеческого разума они слишком велики и сложны. Обучение машин выявлять осмысленные паттерны в больших и сложных наборах данных − это многообещающая область, в которой сочетание обучающихся программ с почти безграничной памятью и постоянно растущим быстродействием компьютеров открывает новые горизонты.

### Адаптивность

Одно из ограничений программируемых инструментов – отсутствие гибкости: после того, как программа написана и установлена, она уже не изменяется. С другой стороны, многие задачи изменяются со временем или в зависимости от конкретного пользователя. Средства машинного обучения – программы, поведение которых адаптируется к входным данным, – предлагают решение таких проблем; они по природе своей приспосабливаются к изменениям среды, с которой взаимодействуют. Типичные примеры успешного применения машинного обучения к такого рода задачам – программы распознавания рукописного текста (одна и та же программа способна адаптироваться к почерку разных пользователей), программы обнаружения спама (автоматически адаптируются к изменениям в характере спамных сообщений) и программы распознавания речи.

# 1.3. Типы обучения

Конечно, обучение – чрезвычайно обширная область. Поэтому в машинном обучении выделяют несколько дисциплин, различающихся типами обучения. Мы дадим приблизительную таксономию парадигм обучения, чтобы читатель понимал, какое место эта книга занимает в обширном массиве исследований по машинному обучению.

Мы будем классифицировать парадигмы обучения по четырем параметрам.

О С учителем и без учителя. Поскольку обучение подразумевает взаимодействие между обучаемым и окружением, задачи обучения можно различать по характеру этого взаимодействия. Прежде всего, отметим разницу между обучением с учителем и без учителя. В качестве примера сравним задачи о распознавании спама и об обнаружении аномалий. В случае задачи о распознавании спама будем считать, что обучаемый получает образцы сообщений с метками «спам – не спам». По результатам такого обучения обучаемый должен выработать правило пометки новых сообщений. С другой стороны, в задаче об обнаружении аномалий обучаемый полуТипы обучения 21

чает только тело сообщения (без каких бы то ни было меток) и должен выявить «необычные» сообшения.

Если рассматривать обучение более абстрактно – как процесс «использования эмпирического опыта для получения знаний», то обучению с учителем соответствует случай, когда «опыт» – обучающий пример – содержит существенную информацию (например, метки «спам – не спам»), отсутствующую в еще не виденных «тестовых примерах», к которым будут применены обретенные в ходе обучения знания. При таком подходе цель приобретения знаний – предсказать отсутствующую в тестовых данных информацию. Мы можем считать окружение учителем, который «наставляет» обучаемого, предоставляя ему дополнительную информацию (метки). А в случае обучения без учителя между обучающими и тестовыми данными нет никакого различия. Обучаемый обрабатывает входные данные, имея целью составить на их основе некоторый дайджест, или сжатое представление. Типичный пример такой задачи – кластеризация набора данных, т. е. разбиение его на подмножества похожих объектов.

Существует также промежуточный тип обучения, когда обучающие примеры содержат больше информации, чем тестовые, а обучаемый должен предсказать для тестовых примеров еще больше информации. Например, можно попытаться обучить функцию, которая для каждой позиции на шахматной доске оценивает, насколько позиция белых лучше, чем у черных. При этом единственная информация, доступная на этапе обучения на позициях фактически сыгранных партий, – метка, сообщающая, кто в итоге выиграл. Такие подходы обычно изучаются в дисциплине, называемой обучение с подкреплением.

- О Активный и пассивный обучаемый. Парадигмы обучения могут классифицироваться по роли обучаемого. Мы различаем «активного» и «пассивного» обучаемого. Активный обучаемый взаимодействует с окружением на этапе обучения, например, задавая вопросы или ставя эксперименты, тогда как пассивный только наблюдает за информацией, поставляемой окружением (или учителем), не оказывая на нее никакого влияния и не направляя процесс обучения. Отметим, что обучаемый фильтр спама обычно пассивен: он ждет, пока пользователи пометят входящие сообщения. Но можно было бы представить и активную конфигурацию, когда обучаемый сам выбирает или даже составляет сообщения и просит пользователей их пометить, тем самым улучшая свое понимание того, что такое спам.
- О Полезность учителя. В процессе обучения человека, будь то ребенок дома или ученик в школе, обычно присутствует готовый прийти на помощь учитель, который пытается дать обучаемому информацию, наиболее полезную для достижения цели обучения. Напротив, когда ученый исследует природу, окружающую среду, роль учителя можно в лучшем случае считать пассивной: яблоко падает, солнце светит, дождь льет, не обращая никакого внимания на потребности обучаемого. Для моделирования таких типов обучения мы постулируем, что обучающие данные (опыт обучаемого) порождаются некоторым случайным процессом. Это основная идея «статистического обучения». Наконец, обучение имеет место и тогда, когда входные данные генерирует некий противодействующий «учитель». Так может

быть и при обучении фильтра спама (когда спамер стремится сбить с толку проектировщика фильтра), и при обучении обнаружению мошеннических действий. Модель противодействующего учителя – так называемое состязательное обучение – применяется также в худшем случае, когда нельзя безопасно предполагать более мягких условий. Если система может обучиться в условиях, когда учитель активно противодействует обучению, то она гарантированно добьется успеха при взаимодействии с любым сколь угодно странным учителем.

Онлайновое и пакетное обучение. И напоследок упомянем различие между ситуацией, в которой обучаемый должен отвечать в режиме онлайн на протяжении всего процесса обучения, и ситуацией, когда разрешается применить обретенные знания уже после обработки значительного объема данных. Например, биржевой брокер должен ежедневно принимать решения на основе полученного к этому моменту опыта. Со временем он, возможно, станет экспертом, но в процессе обучения может допускать дорогостоящие ошибки. С другой стороны, во многих задачах добычи данных обучаемый – добытчик – располагает большим объемом обучающих данных, с которыми он может экспериментировать, прежде чем от него потребуют конкретных выводов.

В этой книге мы будем обсуждать только подмножество возможных парадигм обучения. Основное внимание мы уделим статистическому пакетному обучению с учителем и пассивным обучаемым (например, мы попытаемся выдавать прогноз течения болезни на основе больших архивов медицинских записей, которые были собраны независимо и уже помечены информацией о судьбе пациента). Мы также кратко остановимся на онлайновом обучении и пакетном обучении без учителя (в частности, кластеризации).

### 1.4. Связи с другими дисциплинами

Располагаясь на стыке различных дисциплин, машинное обучение связано многочисленными нитями с математической статистикой, теорией информации, теорией игр и оптимизацией. Естественно, оно является частью информатики, поскольку наша цель – программирование машин, способных обучаться. В некотором смысле машинное обучение можно рассматривать как отрасль искусственного интеллекта (ИИ), поскольку умение обращать опыт в знания и обнаруживать осмысленные паттерны в сложной сенсорной информации – это краеугольный камень разума человека (и животного). Однако следует отметить, что, в отличие от традиционного ИИ, машинное обучение стремится не столько добиться автоматизированной имитации разумного поведения, сколько использовать сильные стороны компьютеров и присущие только им возможности, чтобы дополнить человеческий разум, и на этом пути зачастую решает задачи, выходящие за рамки возможностей человека. Например, способность просматривать и обрабатывать гигантские базы данных позволяет программам машинного обучения обнаруживать паттерны за пределами человеческого восприятия.

То, что мы называем в машинном обучении опытом, часто относится к случайно сгенерированным данным. Задача обучаемого – на основе обработки слу-

чайных примеров прийти к выводам, справедливым для окружения, из которого эти примеры выбирались. Такое описание машинного обучения раскрывает его тесную связь со статистикой. И действительно, между этими двумя дисциплинами много общего – в части как целей, так и применяемых методов. Но есть, однако, и существенные различия в постановке задачи: если врач выдвигает гипотезу о наличии корреляции между курением и болезнями сердца, то задача статистика – обработать выборку пациентов и проверить достоверность этой гипотезы (это типичная статистическая задача о проверке гипотез). Напротив, цель машинного обучения – использовать данные, собранные о пациентах, и предложить описание возможных причин болезней сердца. При этом мы надеемся, что автоматизированные методы смогут выявить осмысленные паттерны (или гипотезы), ускользнувшие от внимания человека.

В отличие от традиционной статистики, в машинном обучении вообще и в этой книге в частности важную роль играют алгоритмические соображения. Суть машинного обучения заключается в обучении компьютеров, поэтому от алгоритмов никуда не деться. Мы разрабатываем алгоритмы для решения задач обучения, и их вычислительная эффективность нам отнюдь не безразлична. Еще одно отличие состоит в том, что статистику часто интересует асимптотическое поведение (например, сходимость выборочных статистических оценок, когда размер выборки стремится к бесконечности), тогда как теория машинного обучения акцентирует внимание на конечных выборках. Точнее, теория пытается оценить, какой верности предсказаний можно ожидать от обучаемого при данном размере доступных выборок.

Существуют и другие различия между обеими дисциплинами, но здесь мы упомянем только одно из них. В статистике, вообще говоря, имеется некоторое априорное предположение о модели данных (например, о нормальности порождающих данные распределений или о линейности функциональных зависимостей), тогда как в машинном обучении упор делается на работу в условиях «неизвестного распределения», когда обучаемый старается не делать никаких предположений о природе распределения данных, а обучающему алгоритму предоставляется возможность определить, какая модель наилучшим образом аппроксимирует процесс порождения данных. Для строгого обсуждения этого вопроса необходима математическая подготовка, но мы вернемся к нему позже и, в частности, в главе 5.

# 1.5. Как читать эту книгу

В первой части книги излагаются базовые теоретические принципы, лежащие в основе машинного обучения (МО). В каком-то смысле это фундамент, на котором возведено здание книги. На базе этой части можно прочитать мини-курс по теоретическим основаниям МО.

Во второй части книги дается введение в наиболее распространенные алгоритмические подходы к машинному обучению с учителем. Подмножество этих глав можно использовать как введение в машинное обучение в рамках общего курса ИИ для студентов, изучающих математику, информатику или технические дисциплины.

В третьей части рамки обсуждения расширяются: мы переходим от статистической классификации к другим моделям обучения. Рассматривается онлайновое обучение, обучение без учителя, понижение размерности, порождающие модели и обучение признаков.

Четвертая часть книги ориентирована на читателей с исследовательской жилкой. Здесь излагаются более сложные математические методы, необходимые для анализа и дальнейшего развития теоретического машинного обучения.

В приложениях описаны некоторые технические средства, используемые в книге. В частности, приводятся основные результаты из теории концентрации меры и линейной алгебры.

Разделы, помеченные звездочкой, адресованы более подготовленным студентам. Каждая глава завершается списком упражнений. Ключ к решениям имеется на сайте курса.

### 1.5.1. Варианты построения курса на основе книги

### 14-недельный вводный курс для студентов магистратуры

- 1. Главы 2-4.
- 2. Глава 9 (без вычисления VC).
- 3. Главы 5-6 (без доказательств).
- 4. Глава 10.
- 5. Главы 7, 11 (без доказательств).
- 6. Главы 12, 13 (с некоторыми простыми доказательствами).
- 7. Глава 14 (с некоторыми простыми доказательствами).
- 8. Глава 15.
- 9. Глава 16.
- 10. Глава 18.
- 11. Глава 22.
- 12. Глава 23 (без доказательств для сжатого измерения сигнала).
- 13. Глава 24.
- 14. Глава 25.

### 14-недельный повышенный курс для студентов магистратуры

- 1. Главы 26, 27.
- (продолжение)
- 3. Главы 6, 28.
- 4. Глава 7.
- 5. Глава 31.
- 6. Глава 30.
- 7. Главы 12, 13.
- 8. Глава 14.
- 9. Глава 8.
- 10. Глава 17.
- 11. Глава 29.
- 12. Глава 19.
- 13. Глава 20.
- 14. Глава 21.

# Конец ознакомительного фрагмента. Приобрести книгу можно в интернет-магазине «Электронный универс» e-Univers.ru