



ВСЕМ СТУДЕНТАМ И ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ТЕХ ШКОЛ,
КОТОРЫЕ СТАЛИ МНЕ ДОМОМ



СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ, с. 11

МГНОВЕНИЯ



**I. МИМОЛЕТНОЕ
ВЕЩЕСТВО ВРЕМЕНИ,**
где математический анализ
исполняет желание
С. 19



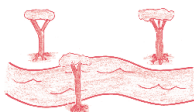
II. ВЕЧНО ПАДАЮЩАЯ ЛУНА,
где математический анализ
объясняет космос
С. 31



**III. РАДОСТИ ПОЛЕТА
БУТЕРБРОДА,**
где математический анализ
западает в душу
С. 43



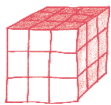
IV. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ЯЗЫК,
где математический анализ
приносит прибыль
С. 55



**V. КОГДА МИССИСИПИ
ТЕКЛА НА МИЛЛИОН МИЛЬ,**
где математический анализ
проказничает
С. 67



**VI. ШЕРЛОК ХОЛМС
И НЕПРАВИЛЬНЫЙ
ВЕЛОСИПЕД,**
где математический анализ
разгадывает загадку
С. 79



**VII. БИОГРАФИЯ
МАССОВОГО
УВЛЕЧЕНИЯ,
У КОТОРОЙ НЕТ АВТОРА,**
где математический
анализ прокладывает
курс на карте моды

С. 89



**VIII. ТО, ЧТО ВЕТЕР
ОСТАВЛЯЕТ
ПОСЛЕ СЕБЯ,**
где математический
анализ загадывает
загадку

С. 101



**IX. ТАНЦЫ
С ПЫЛЬЮ,**
где математический
анализ препятствует
ботанику

С. 111



**X. ЗЕЛЕНОВОЛОСАЯ
ДЕВУШКА
И МНОГОМЕРНАЯ
УЛИТКА,**
где математический
анализ обходит мужа

С. 123



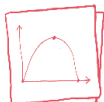
**XI. ПРИНЦЕССА
С ГОРОДСКОЙ
ОКРАИНЫ,**
где математический
анализ заявляет
о праве собственности
на часть пляжа

С. 135



**XII. ЗЕМЛЯ,
ОПУСТЕВШАЯ
ИЗ-ЗА СКРЕПОК,**
где математический
анализ приводит
к апокалипсису

С. 145



**XIII. ПОСЛЕДНЯЯ
УСМЕШКА КРИВОЙ,**
где математический
анализ переделывает
налоговую политику

С. 157



**XIV. ЭТО ТВОЙ
ПЕС-ПРОФЕССОР,**
где математический
анализ возносит
собаку до статуса
звезды

С. 171



XV. ПОСЧИТАЕМ!
где математический
анализ разрешает все
проблемы навсегда

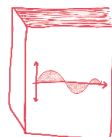
С. 183

ВЕЧНОСТИ



**XVI. В ЛИТЕРАТУРНЫХ
КРУГАХ,**
где математический анализ
режет огурец

С. 195



**XVII. ВОЙНА,
МИР И ИНТЕГРАЛЫ,**
где математический анализ
производит революцию
в исторической науке

С. 205



**XVIII. ЛИНИЯ ГОРОДСКОГО
ГОРИЗОНТА РИМАНА,**
где математический
анализ занимается
проектированием города

С. 217



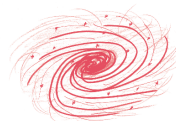
**XIX. ВЕЛИКАЯ РАБОТА
СИНТЕЗА,**
где математический анализ
организует торжественный
обед

С. 229



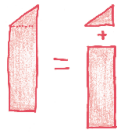
**XX. ЧТО ПРОИСХОДИТ
ПОД ЗНАКОМ ИНТЕГРАЛА,
ОСТАЕТСЯ ПОД ЗНАКОМ
ИНТЕГРАЛА,**
где математический анализ
расширяет свой набор
инструментов

С. 241



**XXI. ОТКАЗАТЬ
В СУЩЕСТВОВАНИИ ОДНИМ
РОСЧЕРКОМ ПЕРА,**
где математический анализ
стирает 68% известной
Вселенной

С. 251



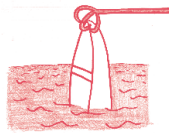
**XXII. 1994-й,
ГОД, КОГДА РОДИЛСЯ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ,**
где математический анализ
проверяет ваш уровень сахара в крови

С. 263



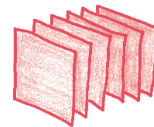
**XXIII. ЕСЛИ СТРАДАНИЕ
ДОЛЖНО ПРИЙТИ,**
где математический анализ
измеряет вашу душу

С. 273



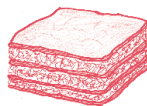
XXIV. СРАЖЕНИЕ С БОГАМИ,
где математический анализ
защищает от нашествия
римлян

С. 283



XXV. ИЗ НЕВИДИМЫХ СФЕР,
где математический
анализ посещает четвертое
измерение

С. 295



**XXVI. ПАХЛАВА
ИСПОЛИНСКИХ РАЗМЕРОВ,**
где математический
анализ — просто сноска

С. 307



**XXVII. ТРУБИ, ГАВРИИЛ,
ТРУБИ!**
где математический анализ
порождает ересь

С. 319



**XXVIII. СЦЕНЫ
ИЗ НЕВОЗМОЖНОСТИ,**
где математический анализ
раздражает и пугает

С. 331

ЗАМЕТКИ ИЗ КЛАССА

С. 341

БИБЛИОГРАФИЯ

С. 347

БЛАГОДАРНОСТИ

С. 367

Последовало молчание. Через какое-то время он спросил:

— Как ты пришла к этим мыслям о Боге?

— Я искала Бога, — ответила я. — Мне не нужна была мифология, мистика или магия. Я не знала, существует ли Бог на самом деле, но хотела узнать. Бог должен быть силой, которую не может отрицать никто и ничто.

— Чтобы совершать изменения?

— Да, изменения.

— Но это не Бог. Это не человек, не интеллект и даже не вещь. Это просто... Я даже не знаю. Идея.

Я улыбнулась. Было ли это критическое замечание таким ужасным?

ОКТАВИЯ БАТЛЕР.
ПРИТЧА О СЕЯТЕЛЕ

ВВЕДЕНИЕ

Какой-то миллион дней назад философ Парменид спрашивал: «Что это — несозданное и неразрушимое, единственное, завершенное, неподвижное и бесконечное?» Это философия чистой воды. Парменид не признавал никакого разделения, никаких отличий, ни будущего, ни прошлого. «У Бытия нет ни прошлого, ни будущего, — объяснял он, — оно есть чистое настоящее, непрерывное и непрекращающееся». Для Парменида Вселенная была чем-то вроде транспортного потока в Лос-Анджелесе: вечной, единственной в своем роде и неизменной.

– Ничто никогда не меняется.



Миллион дней спустя эта идея продолжает выглядеть очень глупой.

Да ладно тебе, Парменид! Ты можешь убаюкивать нас стихами и засыпать прилагательным, но мы не так легковерны. Миллион дней назад не было ни буддистов, ни христиан, ни мусульман, потому что ни Будда, ни Иисус, ни Магомет еще не роди-

лись. Миллион дней назад итальянцы не ели томатный соус, потому что современной Италии* не существовало, а ближайшее место, где росли помидоры, было в десяти тысячах километров. Миллион дней назад по Земле ходило 50 или 100 миллионов человек; сегодня такое количество людей каждый год посещает тематические парки Диснея.

На самом деле, Парменид, миллион дней назад теми же самыми, что и сегодня, были только две вещи: (1) вездесущность изменений и (2) глубокомысленная и безнадежная неправильность твоей философии.

Парменид в последний раз упоминается в этой книге (хотя его преданный ученик Зенон еще появится позже). «Счастливого избавление от одетых в тоги неудачников», — сказал бы я. А теперь мы перенесемся через время, минуя более мудрого современника Парменида, Гераклита («нельзя войти в одну реку дважды»), чтобы оказаться в конце XVII в., каких-то 120 000 или 130 000 дней назад. Именно тогда ученый по имени Исаак Ньютон и энциклопедист Готфрид Лейбниц дали жизнь главному действующему лицу этой книги. Это был новый математический язык, язык изменений, попытка количественно оценить те движения и процессы, которые постоянно происходят вокруг нас на Земле.

Сегодня мы называем такую математику «математическим анализом».

Первый инструмент математического анализа — **производная**. Это мгновенный показатель изменения, демонстрирующий нам, как что-то развивается в определенный момент времени. Возьмите, к примеру, точную скорость яблока в то мгновение, когда оно ударило Ньютона по макушке. За секунду до этого фрукт двигался чуть-чуть медленнее, а секундой позже он направился совершенно в другую сторону, как и история всей физики. Но производную не заботит, что было секундой раньше или секундой позже. Она указывает только на *этот момент*, на бесконечно малый отрезок времени.

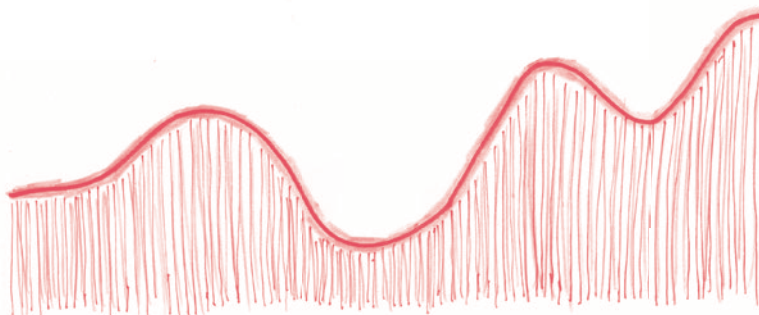
* Имеется в виду, безусловно, государство в нынешних границах. Впрочем, названия «Италия» тогда еще тоже не существовало — оно появилось на пару столетий позднее. — *Прим. науч. ред.*



Второй инструмент математического анализа — **интеграл**. Это сумма бесконечных кусочков времени, каждый из которых чрезвычайно мал. Интеграл показывает, как можно объединить ряд дисков, каждый из которых по толщине напоминает самую тонкую пленку, так, чтобы создать твердое тело — сферу. Или как группа людей, крошечных и ничтожных, как атомы, может собраться вместе и создать целую цивилизацию. Или как ряд моментов, каждый из которых сам по себе продолжается ноль секунд, может составить час, столетие, вечность.

Каждый интеграл говорит о всей совокупности целиком, о галактических масштабах, которые каким-то образом могут попасть в панорамные объективы нашей математики.

Производная и интеграл имеют заслуженную репутацию как специализированные математические инструменты. Но я считаю, что они могут дать нам больше. Мы с вами словно крошечные суденышки, которые несет по волнам, захватывает в водовороты и бросает на скалы. Производная и интеграл, как я утверждаю, — это карманные философские системы, раз-



движные весла для того, чтобы проложить путь через выходящую из берегов мировую реку.

Таким образом, эта книга является попыткой извлечь мудрость из математики.

В первой части — «Мгновения» — мы узнаем истории о производных. Каждая из них выхватывает момент из журчащего потока времени. Мы рассмотрим миллиметр лунной орбиты, крошку намазанного маслом бутерброда, беспорядочное движение пылинки и молниеносные решения, которые принимает собака. Если сравнить производную с микроскопом, то каждая из этих историй — тщательно выбранное изображение на предметном стекле, явление в миниатюре.

Во второй части — «Вечности» — мы обратимся к интегралу и его способности объединять бесконечно малые частицы в единый поток. Мы будем иметь дело с кругом, состоящим из крошечных частичек, с армией из несметного количества солдат, линией горизонта, образованной неотличимыми друг от друга строениями, и космосом, наполненным миллиардами триллионов звезд. Если уподобить интеграл кинотеатру, то каждая из этих историй — широкомасштабная эпическая поэма, которую вы *должны* смотреть в кино. Телевизора здесь будет недостаточно.

– Говорят, нельзя войти в одну реку дважды.



Я хочу сразу разъяснить, что книга, которую вы держите в руках, не научит вас математическому анализу. Это не структурированный учебник, а многоликий и скромно иллюстрированный «сборник фольклора», написанный обычным, не специальным языком для широкого круга читателей. Возможно, вы совершенно не знакомы с математическим анализом, а, может быть, плотно им занимаетесь, но я надеюсь, что эти истории в любом случае позабавят вас и станут небольшим откровением.

Эту книгу никоим образом нельзя считать законченной: в ней нет историй об искривлении света Ферма, тайной анаграмме Ньютона, невозможных функциях Дирака и многом другом. Но в постоянно меняющемся мире никакое сочинение не может быть исчерпывающим, никакая мифология не заканчивается. Река всегда течет и меняется.

БЕН ОРЛИН,
ДЕКАБРЬ 2018 Г.

Момент перемен — это единственная поэма.

АДРИЕННА РИЧ

МГНОВЕНИЯ



МГНОВЕНИЕ I

Время требует еще одной жертвы

I

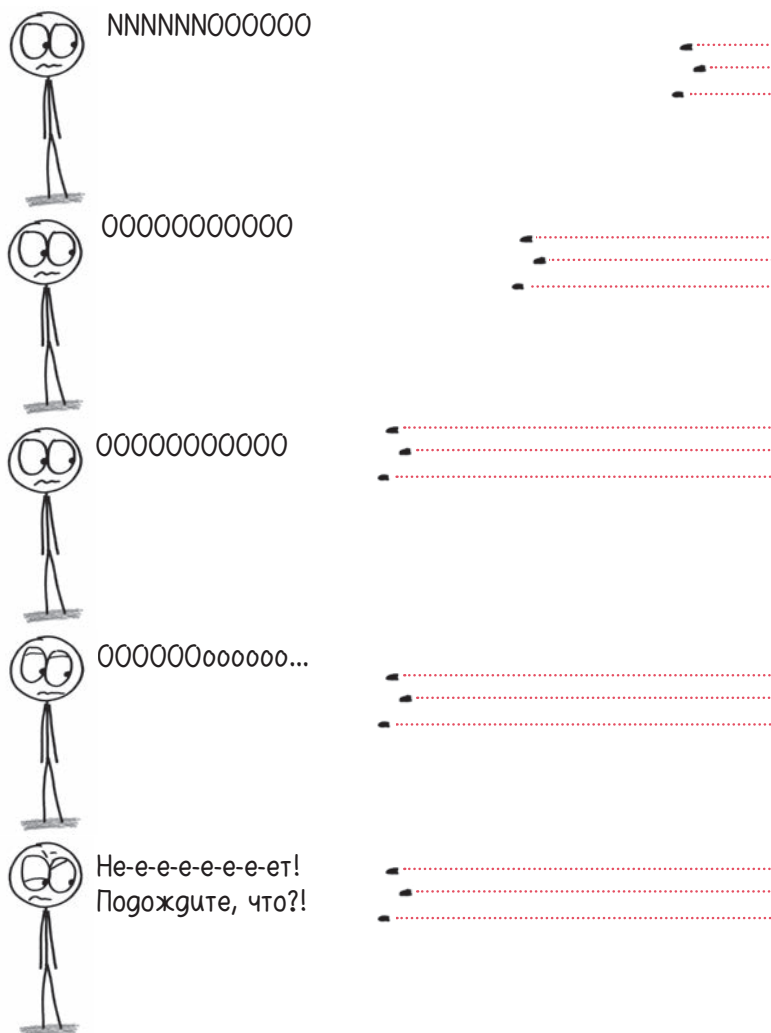
МИМОЛЕТНОЕ ВЕЩЕСТВО ВРЕМЕНИ

Яромир Хладик написал несколько книг, но они не принесли ему удовлетворения. В одной он видел «всего лишь прилежание»*. Другую характеризовали «небрежность, вялость, неточность». Третья пыталась доказать несостоятельность ошибочной идеи, но делала это с помощью «не менее ложных доказательств». Я сам давал жизнь лишь книгам, безупречным и сверкающим не более, чем рекламные ролики зубной пасты, но все же могу глубоко ему посочувствовать, особенно небольшому лицемерию, которое помогало Хладиду в повседневной жизни. «Подобно всякому писателю, — говорит Хорхе Луис Борхес, — он судил о других по их произведениям, но хотел, чтобы о нем судили по замыслам».

А что же было в планах у Хладика? О, Хладик рад, что вы спросили! Он пишет драму в стихах «Враги», и ей предстоит стать никак не меньше, чем шедевром. Она войдет в его наследие, усмирит его шурина и даже вернет «фундаментальный смысл бытия». Но только если ему удастся преодолеть небольшое препятствие — ну знаете, написать ее.

Здесь я хочу извиниться перед читателями, потому что история принимает мрачный оборот. Хладика — еврея в захваченной фашистами Праге — арестовывает гестапо. За судом на скорую руку следует смертный приговор. Накануне казни герой обращается к Богу:

* Здесь и далее цит. по: Борхес Х. Л. Вымышленные истории / Пер. В. С. Кулагиной-Ярцевой. — М.: Амфора, 1999. — С. 178–188.



Если я не одна из Твоих ошибок и повторений, если я существую на самом деле, то существую лишь как автор «Врагов». Чтобы окончить драму, которая будет оправданием мне и Тебе, прошу еще год. Ты, кто владеет временем и вечностью, дай мне этот год!

Проходит бессонная ночь, наступает рассвет — время казни — и, когда сержант уже отдает последний приказ расстрель-

ной команде, когда Хладик замирает в преддверии смерти, когда кажется, что все уже безвозвратно потеряно... Вселенная застывает.

Господь даровал Хладиду тайное чудо. Это единственное мгновение с каплей, скатывающейся по его щеке, и смертоносными пулями, повисшими в воздухе, увеличилось, растянулось, расширилось. Мир остановился, но мысли героя нет. Теперь Хладик может закончить свою драму, составляя и доводя до совершенства строки в своем сознании. Этот момент будет длиться год.

Сейчас, на переломе судьбы, которой никто не мог бы позавидовать, Хладик получает подарок, способный стать предметом зависти любого.

«Цель каждого художника, — однажды написал Фолкнер, — художественными средствами остановить [на картине] течение самой жизни и закрепить его». (Разумеется, сам Хладик является плодом фантазии писателя Хорхе Луиса Борхеса.) «Tempus fugit», — писал Исаак Ньютон, что означает: время бежит. «Tempus fugit, — заявляли средневековые солнечные часы, — время бежит». Хотя наши цели различаются, все мы — художники, ученые и даже те болтливые невежды, которых мы зовем «философами», — охотимся за одним и тем же невероятным призом. Мы хотим поймать время, удержать в руках мгновение так, как это сделал Хладик.



стрела в один момент



стрела в другой момент



стрела еще в один момент

Так когда же стрела движется?

Увы, время уклоняется и ускользает. Вспомните знаменитый «парадокс стрелы» от неисправимого греческого тролля Зенона Элейского.

Идея: представьте себе стрелу, летящую в воздухе. Теперь мысленно остановите ее, как это произошло при расстреле Хладика. Стрела по-прежнему движется? Нет, конечно, нет — стоп-кадр по определению является застывшим. В любой отдельно взятый момент стрела неподвижна. Но если время состоит из моментов, а ни в один момент стрела не движется... тогда как же она может двигаться?

Философы в Древнем Китае играли в подобные игры разума. «То, что не поддается измерению, не может быть собрано в целое, — писал один из них. — Оно имеет размер в тысячу километров». В математическом смысле мгновение *не имеет измерений*. Оно не обладает ни длиной, ни протяженностью. Оно длится ноль секунд. Но, поскольку ноль, умноженный на ноль, равен нулю, два мгновения также составляют нулевое время. Это же относится и к десяти мгновениям, и к тысяче, и к миллиону. Получается, что любое исчисляемое количество мгновений будет в целом продолжаться ноль секунд.

Однако если никакое количество мгновений никогда не складывается ни в какое время, то откуда взялись месяцы, годы и матчи по крикету? Как стремящиеся к нулю мгновения составляют бесконечную временную линию?

Вирджиния Вульф отмечала, что время «заставляет растения и животных расцветать и увядать с потрясающей пунктуальностью». Но «не оказывает такого простого эффекта на сознание

Просто подожди одну или две секунды.

Сколько? Одну или две?

Ну, скажем,
пять минут.



О, СИЗИФОВ ТРУД!

В КАЖДЫЙ МОМЕНТ —
ОГРОМНЫЙ ВАЛУН!

И для тебя,
и для меня,
приятель!



человека. Более того, его разум работает с одинаковой странностью, независимо от того, в каком времени находится тело».

Мы охотимся за моментами истории, уродуя время. С помощью песочных часов и размеченных свечей мы поделили день на часы. С помощью маятников и передаточных механизмов разбили часы на минуты (слово «минута» означает «малая» [часть часа]) и после этого — на секунды (более мелкая единица второго порядка, мельчайшая часть минуты). Далее мы разложили время на миллисекунды (половина взмаха крыльев мухи), микросекунды (яркий проблеск стробоскопа) и наносекунды (за каждую из которых свет совершает путешествие на 30 сантиметров), не говоря уж о пико-, фемто-, атто-, зепто- и йоктосекундах. Затем поток названий истощился, предположительно потому, что у доктора Сьюза кончились идеи, но мы продолжаем «мельчить» время. В конце концов вечность распадается на единицы планковского времени, составляющие примерно одну миллиардную триллионной доли йоктосекунды, или количество времени, необходимое для того, чтобы свет прошел $\frac{1}{100\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ пути через протон. Ни один инструмент не может выйти за пределы этой максимальной краткости: физики настаивают, что это наименьшая значимая единица времени, насколько мы можем его понимать (или, как я, не понимать).

Где же, где же ты, мгновение? Где-то за планковским временем? Если мы не можем ни собрать моменты в интервалы, ни разбить интервалы на моменты, так чем же тогда являются эти невидимые, неделимые вещи? Пока я пишу книгу в обычном мире бегущего времени, в каком же искрящемся немире создает свое произведение Хладик?

В XI в. математики впервые нащупали ответ на этот вопрос. В то время как европейские мудрецы рвали на себе волосы, пытаясь рассчитать дату Пасхи, индийские астрономы занимались предсказанием солнечных затмений. Им требовалась ювелирная точность. Астрономы начали членить единицы времени так давно, что прошло почти 1000 лет, прежде чем появились какие-то приборы, которые могли бы их измерить. Одна *трути* равна менее чем 1/30 000 секунды.

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru