ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 5

Курс физики 6

§ 1. Введение. Предмет физики 6

Глава 1. Механика 7

§ 2. Введение 7

§ 3. Основные понятия кинематики 7

§ 4. Кинематический закон движения, скорость и ускорение 8

§ 5. Движение точки по прямой и по окружности 11

§ 6. Динамика материальной точки. Законы Ньютона 14

§ 7. Системы материальных точек 17

§ 8. Работа силы. Энергия. Закон сохранения энергии 20

§ 9. Закон всемирного тяготения 25

§ 10. Движение и деформации твердого тела 26

§ 11. Жидкости и газы 36

Глава 2. Термодинамика и молекулярная физика 41

§ 1. Основные понятия. Первый закон термодинамики 41

§ 2. Идеальный газ. Теплоемкость 43

§ 3. Работа идеального газа. Работа идеального газа в изопроцессах 44

§ 4. Круговые процессы (циклы). Тепловые и холодильные машины 46

§ 5. Кинетическая теория идеальных газов 49

§ 6. Реальные газы 53

§ 7. Жидкости 55

§ 8. Твердые тела 58

Глава 3. Электричество 62

§ 1. Введение. Предмет электричества 62

§ 2. Законы электростатики 62

§ 3. Электрическое поле 64

§ 4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле 70

§ 5. Электрическиеконденсаторы 73

§ 6. Постоянный электрический ток 75

§ 7. Магнитное поле электрических токов 80
§ 8. Электромагнитная индукция 85
§ 9. Переменный ток 89
§ 10. Электрические колебания в колебательном контуре. Колебательные системы 92
§ 11. Электромагнитные волны 95

Глава 4. Оптика 98
§ 1. Предмет оптики 98
§ 2. Геометрическая оптика (ГО) 101
§ 3. Зеркала и линзы 103
§ 4. Интерференция света 108
§ 5. Дифракция света 110
§ 6. Поляризация света 114
§ 7. Дисперсия и поглощение света веществом 117
§ 8. Оптические явления в атмосфере 121

Глава 5. Физика атома и атомного ядра 127
§1. Проблема строения атома. Опыты Резерфорда. Теория Бора 127
§ 2. Квантовая теория атомов 132
§ 3. Строение атомных ядер 134
§ 4. Ядерная энергия. Атомная бомба 137
§ 5. Ядерная энергетика. Термоядерный синтез 141

Литература 145

ПРЕДИСЛОВИЕ

Содержание книги представляет собой отредактированный конспект лекций по курсу общей физики, которые читались авторами на протяжении ряда лет в Вятском государственном гуманитарном университете и Вятском государственном университете. Этим объясняется сжатый, местами напоминающий телеграфный стиль изложения. Из-за экономии места в книгу не вошли описания лекционных демонстраций и большинство примеров и задач.

Данный учебник предназначен студентам, изучающим курс физики в соответствии с требованиями, обусловленными спецификой Государственных образовательных стандартов. Настоящий курс предназначен для технических вузов с ограниченным числом часов по физике. В предлагаемом курсе принята традиционная последовательность изложения разделов: механика — термодинамика и молекулярная физика — электричество — оптика — физика атома, твёрдого тела и атомного ядра. В курсе общей физики, в основе которого лежит физический опыт, такая последовательность представляется более оправданной.

В качестве предпочтительного способа изложения материала использовался исторический подход. То есть материал излагался, по возможности, в той же последовательности, в какой выполнялись основные физические опыты и делались их толкования. Такой способ изложения курса обладает внутренней логикой процесса познания природы и позволяет достаточно убедительно выстраивать цепочку событий процесса познания.

Авторы выражают глубокую благодарность кандидату физико-математических наук, доценту В.Н Бакулину за беспристрастный анализ рукописи и ценные замечания, а также инженеру кафедры С.В. Мальковой за профессиональную помощь и поддержку при издании этой книги.

В список литературы включены лишь те издания, которые обычно рекомендуются студентам при изучении курса.

КУРС ФИЗИКИ

§ 1. Введение. Предмет физики

1. Физика (от греч. *physis* — природа) — *наука о природе, изучающая наиболее общие закономерности явлений природы, строение материи и законы её движения.* Физика устанавливает количественные соотношения, описывающие с некоторой точностью то или иное явление природы.

2. Физика — фундамент естествознания. Её связь с другими естественными науками состоит в том, что предмет их исследования — единый объективный мир. Понятия физики и открытые её методами законы природы лежат в основе естественных наук. Физика использует количественный аппарат математики. На основе физических законов развивается техника. Без измерительных приборов, созданных на физических принципах, не могут обойтись не только естественные науки, но и повседневная человеческая жизнь. В той части философии, которая изучает всеобщие законы развития природы, физика — как часть естествознания — является базой для построения философских концепций.

3. По методам исследования физика делится на *экспериментальную* и *теоретическую*. Экспериментальная ставит эксперимент (измеряет), теоретическая — осмысливает результаты эксперимента и строит математическую модель явлений.

В своей основе физика — *экспериментальная* наука. Она исследует лишь те объекты, где возможно измерение и воспроизведение результатов эксперимента независимо от человека. *Измерение — это основной метод познания материального мира.* Законы физики основаны на фактах, установленных *опытным* путём. Эти законы представляют собой количественные соотношения и формулируются на математическом языке.

Задача теоретической физики состоит в обобщении опытных законов, в толковании на основе этих законов конкретных явлений и в составлении максимально точных научных прогнозов. При изучении любого явления природы физический опыт и физическая теория в равной мере необходимы и взаимосвязаны.

4. Влияние достижений физики на жизнь людей огромно. Благодаря открытию законов функционирования паровых машин и двигателей внутреннего сгорания, открытию законов электричества, строения атома, атомного ядра, твёрдого тела неизмеримо возросла энергетическая и информационная вооружённость человечества. Достижения физики, химии и биологии позволяют жить на Земле значительно большему числу людей и существенно повышают потенциал выживания человечества как биологического вида. Вместе с тем физика в настоящее время — наиболее капиталоёмкая из естественных наук. Поэтому реальные успехи в физических исследованиях возможны лишь в наиболее развитых промышленных странах.

5. Учебная дисциплина «Курс физики» понимается как *последовательное изложение основных физических законов и принципов, полученных в эксперименте, и основных теоретических моделей, построенных на этих принципах* с использованием достаточно простого математического аппарата. Курс делится на 5 разделов: *а. Механика, б. Термодинамика и молекулярная физика, в. Электричество, г. Оптика, д. Физика атома и атомного ядра.* По причине специфики курса физики на данных специальностях на изучение раздела «Электричество» отводится несколько больше среднего объёма времени.

В соответствии с учебным планом данный конспект лекций рассчитан на 36 лекционных часов плюс аудиторные семинарские занятия и самостоятельная работа. Бóльшая часть времени на семинарских занятиях расходуется на решение основных типов задач по важнейшим изучаемым на данных специальностях темам.

ГЛАВА 1. МЕХАНИКА

§ 2. Введение

1. Механика — это раздел физики, изучающий *изменение с течением времени положения тел или их частей в пространстве, происходящее в результате взаимодействия между ними.* Словом «механика» обозначают сейчас обычно так называемую *классическую механику*, в основе которой лежат *законы Ньютона*.

2. Физические модели. При построении теории физика заменяет реальные объекты их идеализированными *моделями*. Если физический объект имеет бесконечное количество свойств, то его модель есть абстрактный образ, наделённый одним или несколькими свойствами, наиболее важными у данного объекта в изучаемом явлении.

Классическая механика имеет дело с тремя основными моделями: *материальной точкой*, *твёрдым телом* и *сплошной средой*. В зависимости от применяемой модели различают три крупных раздела механики: механика материальной точки, механика твердого тела, механика сплошной среды. В любой модели различают *кинематику* и *динамику*.

§ 3. Основные понятия кинематики

1. Кинематика (от греч. *kinema* — движение) — раздел механики, изучающий *геометрию движения тел без учёта причин движения*. Кинематика использует понятия: *пространство*, *время*, *тело отсчёта*, *система координат*, *система отсчёта*, *кинематический закон движения*, *траектория*, *перемещение*, *скорость*, *ускорение*.

2. Пространство — это форма существования материи. В классической механике применяют модель реального физического пространства — *ньютоново пространство*. Эта модель имеет следующие свойства:

а. *Ньютоново пространство абсолютно.* Оно представляет собой вместилище тел и не зависит от того, есть в нём тела или нет. Ньютоново пространство может быть пустым, оно не зависит ни от массы, ни от протяжённости тел, ни от скорости их движения.

б. *Ньютоново пространство непрерывно.* Это значит, что на любом отрезке линии между любыми сколь угодно близко расположенными точками всегда есть бесконечное множество других точек.

в. *Ньютоново пространство подчиняется аксиомам геометрии Евклида.* Например, сумма углов в треугольнике равна 180°, кратчайшее расстояние между двумя точками есть отрезок прямой линии, квадрат гипотенузы в прямоугольном треугольнике равен сумме квадратов катетов и т.д.

3. Время, как и пространство, есть форма существования материи. Вместе они образуют пространственно-временной континуум, то есть существуют в единстве. Время — это фактор координации событий. Мы можем говорить, что событие A произошло раньше события B, а событие C произошло позже события B. Время существует, когда есть движение, то есть какие-либо изменения материи. Нет движения — нет времени.

4. Тело отсчёта — это произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение в пространстве другого тела, движение которого исследуется. Движение тел всегда относительно.

В повседневной жизни мы постоянно пользуемся телами отсчёта. Например, объясняя кому-либо, как пройти, допустим, в университет, мы говорим примерно следующее: выйдя из автобуса у филармонии, пройдите вдоль улицы на юг один квартал. Здесь филармония — тело отсчёта, улица задаёт направление отрезка от тела отсчёта к университету, квартал — длина отрезка.

В кинематике материальность движущейся точки не имеет значения. Мы будем говорить здесь «материальная точка» лишь с целью подчеркнуть, что это именно та́ точка, движение которой изучается. Это позволит не смешивать её с точками пространства.

Чем удачнее выбрано тело отсчёта, тем проще решение задачи. Во 2 веке н.э. *Птолемей*, пытаясь построить кинематическую систему мира, в качестве тела отсчёта не совсем удачно выбрал Землю (*геоцентрическая система мира*). В результате орбиты планет в этой системе получались громоздким суммированием множества окружностей разного радиуса. *Николай Коперник* в 16 веке при решении этой же задачи в качестве тела отсчёта выбрал Солнце (*гелиоцентрическая система мира*). Орбиты планет в этом случае оказались простыми окружностями.

5. **Системы координат** (СК) — это геометрические образы, позволяющие определить положение точки в пространстве с помощью отрезков и углов. Из множества вариантов СК в физике наиболее часто используют *прямоугольную декартову систему координат.*

Декартова СК представляет собой систему трёх бесконечных прямых линий, пересекающихся в одной точке O под прямым углом (*рис. 1.3.1*). Эти линии называют осями СК. Их обозначают OX (ось *абсцисс*), OY (ось *ординат*), OZ (ось *аппликат*). Положительные направления осей обозначаются стрелками и задаются *единичными ортами* $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Это векторы, длина которых равна единице в любой системе единиц, а направления взаимно перпендикулярны.

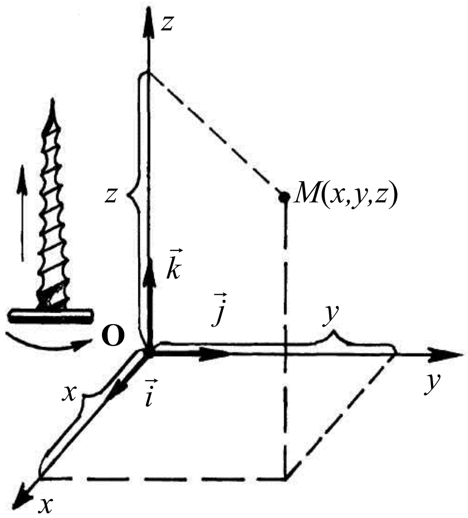

Рис. 1.3.1

Отрезки, откладываемые по осям от центра СК в направлении стрелок, положительны, против — отрицательны. Положение точки M определяется здесь с помощью трёх чисел — координат x, y, z, имеющих размерность длины.

В физике применяется *правовращательная* декартова СК. Если правый винт вращать по кратчайшему расстоянию от оси OX к оси OY, то ось OZ направлена в сторону поступательного движения винта.

6. **Система отсчёта** — это совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и часов. Если СК — геометрический образ, то система отсчёта, как правило, физическая реальность.

7. **Траектория точки** — это мысленный след от движущейся материальной точки в пространстве. Иногда при движении тел в сплошных средах в результате возникающих неоднородностей в среде траектория может быть физически наблюдаемой. Тропинки и дороги — это осреднённые траектории движения множества людей, кильватерный пенный след на воде от быстроходных судов, инверсионный след от самолётов и т. д.

Траектория — непрерывная линия. Форма траектории зависит от выбора тела отсчёта. Например, траектория капли, падающей в равномерно и прямолинейно движущемся вагоне, относительно стенок вагона — прямая вертикальная линия. Относительно же поверхности земли траектория капли — парабола. В зависимости от формы траектории в избранной системе отсчёта различают *прямолинейное движение точки* (траектория — прямая линия), *движение точки по окружности* (траектория — окружность), *криволинейное движение* (траектория — любая кривая линия) и т.д.

§ 4. Кинематический закон движения, скорость и ускорение

1. **Кинематический закон движения** — это одно или несколько уравнений, определяющие положение материальной точки в пространстве в любой момент времени. При

координатном способе изучения движения — это три уравнения, определяющие значения координат x, y, z в зависимости от времени t.

2. Перемещение материальной точки — это отрезок прямой линии, соединяющей два положения точки в произвольные моменты времени t_1 и t_2. Индексы у времени t ставятся в направлении течения времени. Это значит, что момент времени t_2 наступил позже момента t_1, момент t_3 — позже момента t_2 и т. д. Интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ при определении перемещения точки может быть каким угодно. Длина Δl перемещения вычисляется по формуле:

$$\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}\,, \qquad (1.4.1)$$

где Δx, Δy, Δz — проекции перемещения на оси СК.

Пример 4.1. Кинематический закон движения материальной точки M имеет вид:

$$x = 2t, \quad y = 3t, \quad z = 8t - 2t^2\,. \qquad (1.4.2)$$

Найти уравнение траектории, построить график, вычислить перемещения точки M в интервалы времени от $t_1 = 0{,}5$ с до $t_2 = 2$ с и от $t_2 = 2$ с до $t_3 = 3$ с.

а. Траектория. Если задавать значения времени t с некоторым шагом, например, через 0,5 с, $t = 0$; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 с и т. д., а затем для этих моментов вычислить координаты x, y, z, то по этим точкам можно построить график траектории (*рис. 1.4.1*).

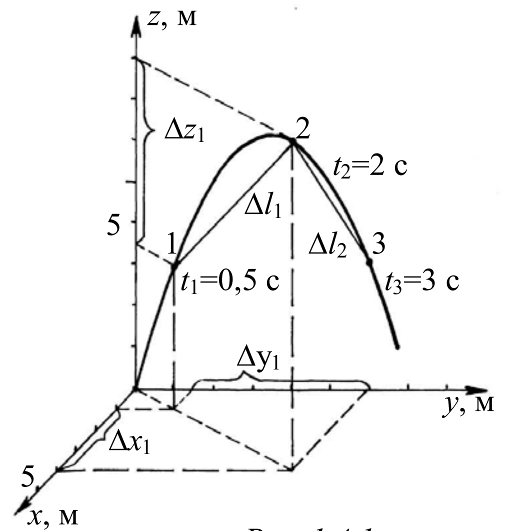

Рис. 1.4.1

Чтобы получить *координатное уравнение* траектории в переменных x, y, z, из кинематического закона (1.4.2) нужно исключить время t. Например, можно сложить 1-е и 2-е уравнения, выразить из суммы время t и подставить его в 3-е уравнение.

$$x + y = 5t, \;\Rightarrow\; t = \frac{x+y}{5}; \qquad z = \frac{8(x+y)}{5} - \frac{2(x+y)^2}{25}$$

или $x^2 + y^2 + 2xy - 20x - 20y + 12{,}5z = 0$.

б. Перемещение вычислим для двух случаев: перемещение Δl_1 для интервала времени от t_1 до t_2 и перемещение Δl_2 для интервала времени от t_2 до t_3 (см. *рис. 1.4.1*). Для этого нужно вычислить проекции перемещений. Так для интервала времени от t_1 до t_2 $\Delta x_1 = x(t_2) - x(t_1) = 4 - 1 = 3$ м, $\Delta y_1 = y(t_2) - y(t_1) = 4{,}5$ м, $\Delta z_1 = z(t_2) - z(t_1) = (8\cdot 2 - 2\cdot 2^2) - (8\cdot 0{,}5 - 2\cdot 0{,}5^2) = 8 - 3{,}5 = 4{,}5$ м. Все проекции положительны. Это значит, что материальная точка двигалась в этом интервале времени в направлении возрастания координат. Модуль перемещения Δl_1 (длина отрезка) вычисляется по формуле (1.4.1):

$$\Delta l_1 = \sqrt{\Delta x_1^{\,2} + \Delta y_1^{\,2} + \Delta z_1^{\,2}} = \sqrt{3^2 + 4{,}5^2 + 4{,}5^2} = 7{,}0 \text{ м.}$$

Вычислим проекции перемещения Δl_2 в промежуток времени от t_2 до t_3. $\Delta x_2 = x(t_3) - x(t_2) = 2\cdot 3 - 2\cdot 2 = 2$, $\Delta y_2 = 3$, $\Delta z_2 = (8\cdot 3 - 2\cdot 3^2)$ — $(8\cdot 2 - 2\cdot 2^2) = 6 - 8 = -2$. Проекция перемещения на ось OZ отрицательна, $\Delta z_2 = -2$. Это значит, что материальная точка M на этом участке переместилась в сторону уменьшения координаты z. Модуль перемещения Δl_2 точки M:

$$\Delta l_2 = \sqrt{\Delta x_2^2 + \Delta y_2^2 + \Delta z_2^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = 4{,}1 \text{ м.}$$

3. Скорость движения точки. Понятие скорости движения тел известно с древности. Различают *среднюю* и *мгновенную* скорость.

а. Средняя скорость $\overline{v}$ движения точки есть *отношение перемещения* Δl *точки к интервалу времени* Δt*, за который это перемещение произошло*.

$$\overline{v} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2}\,. \qquad (1.4.3)$$

Отношения $\Delta x/\Delta t = \overline{v}_x$, $\Delta y/\Delta t = \overline{v}_y$, $\Delta z/\Delta t = \overline{v}_z$ называются проекциями средней скорости на оси координат. Отсюда

$$\overline{v} = \sqrt{(\overline{v}_x)^2 + (\overline{v}_y)^2 + (\overline{v}_z)^2}\,. \qquad (1.4.4)$$

Пример 4.2. Вычислить среднюю скорость $\overline{v}_1$ и $\overline{v}_2$ на перемещениях Δl_1 и Δl_2 по условиям *примера 4.1*.

Так как $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 2 - 0{,}5 = 1{,}5$ с, то проекции средней скорости на оси координат на первом перемещении Δl_1 есть: $\overline{v}_{1x} = \Delta x_1 / \Delta t_1 = 3/1{,}5 = 2$ м/с, $\overline{v}_{1y} = \Delta y_1 / \Delta t_1 = 3$ м/с, $\overline{v}_{1z} = \Delta z_1 / \Delta t_1 = 4{,}5/1{,}5 = 3$ м/с. Средняя скорость на первом участке $\overline{v}_1 = \sqrt{2^2 + 3^2 + 3^2} = 4{,}7$ м/с.

Таким же способом находим среднюю скорость $\overline{v}_2$ на втором перемещении Δl_2. Так как $\Delta t_2 = 3 — 2 = 1$ с, то $\overline{v}_{2x} = \Delta x_2 / \Delta t_2 = 2/1 = 2$ м/с, $\overline{v}_{2y} = 3$ м/с, $\overline{v}_{2z} = -2$ м/с.

Отсюда $\overline{v}_2 = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = 4{,}1$ м/с.

б. Мгновенная скорость. В *примере 4.2* получается, что на соседних перемещениях средняя скорость точки разная. На перемещении Δl_1 $\overline{v}_1 = 4{,}7$ м/с, на перемещении Δl_2 $\overline{v}_2 = 4{,}1$ м/с. Допустить, что в момент времени t_2 скорость тела меняется скачком с 4,7 до 4,1 м/с, нельзя из-за инерции тел. Скорость движения реальных тел может изменяться лишь постепенно. В общем случае это означает, что скорость материальной точки в разных точках траектории разная. Средняя скорость $\overline{v}$ на перемещении характеризует движение материальной точки *приближённо*.

Задачу о переходе от средней скорости $\overline{v}$ на перемещении к мгновенной скорости v в точке траектории решил *Исаак Ньютон* в конце 17 в. Он показал, что этот переход можно сделать, постепенно уменьшая интервал времени Δt, в результате перемещение Δl также уменьшается. В механическом движении тел предел отношения перемещения Δl к интервалу времени Δt при $\Delta t \to 0$ всегда существует. Этот предел и даёт численное значение мгновенной скорости v движения материальной точки по траектории.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}\,. \qquad (1.4.5)$$

Чтобы кинематический закон движения материальной точки имел реальный смысл, координаты точки $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ должны быть *непрерывными функциями времени* t. Процедура вычисления пределов от аналитических функций при стремлении приращения аргумента к нулю называется в современной терминологии *вычислением производной* от функции по аргументу или *дифференцированием*. Операция, обратная дифференцированию, называется *интегрированием*. Отсюда:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}\,, \quad v_y = \frac{dy}{dt} \equiv \dot{y}\,, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \equiv \dot{z}\,. \qquad (1.4.6)$$

Запись производных в виде dx/dt, dy/dt, dz/dt предложил *Лейбниц*, а в виде точек над обозначениями функции $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ — *Ньютон*. В современной физике точкой обозначается только производная по времени t.

Пример 4.3. Вычислить проекции мгновенной скорости на координатные оси, модуль её в общем виде и в моменты времени t = 0,5, 2,0, 3 с по условию *примера 4.1*.

Кинематический закон движения: $x = 2t$, $y = 3t$, $z = 8t - 2t^2$. (1.4.7)

Проекции скорости на оси: $v_x = \dot{x} = 2$, $v_y = \dot{y} = 3$, $v_z = \dot{z} = 8 - 4t$. (1.4.8)

Модуль мгновенной скорости в общем виде:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + (8 - 4t)^2} = \sqrt{16t^2 - 64t + 77}. \qquad (1.4.9)$$

Подставив в эту формулу $t_1 = 0{,}5$, $t_2 = 2{,}0$, $t_3 = 3$ с, получим v_1=7,0, v_2=3,6, v_3=5,4 (м/с).

Заметим, что формула мгновенной скорости в общем виде содержит время t. Это значит, что скорость движения материальной точки в данном примере непрерывно меняется.

4. Ускорение точки. Это понятие ввёл в физику *Галилео Галилей* в конце 16 в. Различают *среднее* и *мгновенное* ускорение точки.

а. Среднее ускорение материальной точки $\overline{a}$ — это отношение приращения скорости точки Δv, которое произошло в течение некоторого интервала времени Δt, к величине этого интервала.

$$\overline{a} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (1.4.10)$$

Соотношение между модулем среднего ускорения точки $\overline{a}$ и его проекциями на координатные оси аналогично соотношению для средней скорости.

$$\overline{a} = \sqrt{\left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_z}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{(\overline{a}_x)^2 + (\overline{a}_y)^2 + (\overline{a}_z)^2}. \qquad (1.4.11)$$

Здесь $\Delta v_x / \Delta t = \overline{a}_x$, $\Delta v_y / \Delta t = \overline{a}_y$, $\Delta v_z / \Delta t = \overline{a}_z$ — (1.4.12)

проекции среднего ускорения на оси.

б. Мгновенное ускорение точки a — это предел, к которому стремится среднее ускорение $\overline{a}$ при $\Delta t \to 0$. Формула (1.4.11) в пределе принимает вид:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{a} = \sqrt{(\dot{v}_x)^2 + (\dot{v}_y)^2 + (\dot{v}_z)^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \qquad (1.4.13)$$

Здесь $a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$ — (1.4.14)

проекции мгновенного ускорения на координатные оси.

Пример 4.4. По условию *примера 4.3* вычислить проекции и модуль полного ускорения точки в общем виде.

Проекции мгновенной скорости на оси: $v_x = \dot{x} = 2$, $v_y = \dot{y} = 3$, $v_z = \dot{z} = 8 - 4t$.

Проекции мгновенного ускорения на оси: $a_x = \dot{v}_x = 0$, $a_y = \dot{v}_y = 0$, $a_z = \dot{v}_z = -4$ (м/с^2). Модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{0 + 0 + 4^2} = 4$ (м/с^2).

В данном примере проекции и полное мгновенное ускорение не зависят от времени. В этом случае среднее ускорение не зависит от величины интервала времени Δt и равно мгновенному ускорению.

§ 5. Движение точки по прямой и по окружности

1. Прямолинейное движение точки. Траектория точки в этом случае — прямая линия. Это одномерное движение. Для его описания достаточно одной оси декартовых координат, например *OX*, которую располагают вдоль по траектории. В практике наиболее важны два случая — *равномерного* и *ускоренного* движения.

а. Равномерное движение. Дана скорость $\vec{v}$ точки, которая постоянна по величине и по направлению, $\vec{v} = const$. Найти кинематический закон движения точки (*рис. 1.5.1*). Здесь стрелка над символом скорости v показывает, что скорость — векторная величина, она имеет направление.

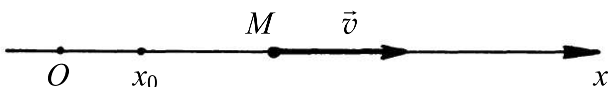

Рис. 1.5.1

Проектируем скорость $\vec{v}$ на ось *OX*, получаем v_x. За время dt точка *M* переместится на расстояние

$$dx = v_x dt. \quad (1.5.1)$$

Чтобы найти перемещение точки за конечный интервал времени, надо это выражение проинтегрировать. Левую часть — по *x*, правую — по *t*. Получаем *кинематический закон равномерного движения точки*

$$x = x_0 + v_x t. \quad (1.5.2)$$

Здесь x_0 — начальная координата, положение точки *M* в момент времени $t = 0$. Величины x_0 и v_x могут быть как положительными, так и отрицательными числами.

б. Равноускоренное движение. Скорость изменяется со временем. Дано ускорение точки $\vec{a}$, в проекции на ось a_x. Найти скорость точки в любой момент времени и кинематический закон движения точки.

Приращение скорости за время dt есть $dv_x = a_x dt$. Проинтегрировав, получаем скорость точки.

$$v_x = v_{0x} + \int a_x dt. \quad (1.5.3)$$

Здесь v_{0x} — постоянная интегрирования, начальная скорость точки в момент времени $t = 0$.

Во многих механических процессах ускорение материальной точки постоянно, $a_x = const$. В этом случае *Скорость в равноускоренном движении.*

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (1.5.4)$$

За время dt точка *M* переместится на расстояние $dx = v_x dt = v_{0x} dt + a_x t \cdot dt$. Интегрируем при $a_x = const$. Получаем:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.5.5)$$

Кинематический закон равноускоренного движения

Величины x_0, v_{0x}, a_x могут быть и положительными, и отрицательными числами.

2. Движение точки по окружности. Скорость и ускорение. Это один из наиболее простых и важных видов движения. В природе по близким к окружностям траекториям движутся многие планеты вокруг Солнца. В технике по окружностям движутся точки вращающихся деталей механизмов. Приблизительно по дугам окружностей движутся на поворотах транспортные средства.

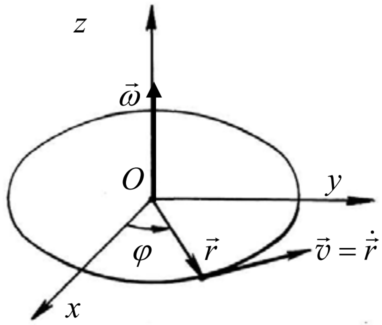

Рис. 1.5.2

Поместим круговую траекторию точки *M* в плоскость *XOY* декартовой прямоугольной СК так, чтобы центры окружности и СК совпали (*рис. 1.5.2*).

а. Скорость. Положение точки *M* на траектории удобно определять с помощью радиус — вектора $\vec{r}$, направленного в движущуюся точку *M* из центра окружности. В этом случае для характеристики движения могут использоваться два вида скорости. Во-первых, это уже знакомая нам *линейная* *скорость* $v = ds/dt$, где s — пройденный точкой путь, измеряется в метрах в секунду. Во-вторых, угловая скорость $\omega = d\varphi/dt$, где φ — угол между осью x и радиус-вектором $\vec{r}$, измеряется в радианах в секунду.

Равномерное движение точки по окружности описывается в угловых величинах также двумя уравнениями: $\omega = const = \omega_0$, $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. (1.5.6)

Здесь индекс «нуль» означает, что физическая величина взята в начальный момент времени $t = 0$.

Линейная $\vec{v}$ и угловая $\vec{\omega}$ скорости связаны между собой векторным соотношением:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\,\vec{r}\,]. \quad \text{Так как} \quad \vec{\omega} \perp \vec{r}, \quad \text{то} \quad v = \omega r. \tag{1.5.7}$$

Характеристиками движения точки по окружности являются также *частота обращения точки* ν (количество оборотов в секунду), $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$, единица ν — Гц, (1.5.8)

и *период обращения точки* (продолжительность одного оборота) $T = \dfrac{1}{\nu} = \dfrac{2\pi}{\omega}$. (1.5.9)

в. Центростремительное ускорение. При равномерном движении точки по окружности её ускорение направлено по радиусу к центру окружности и потому называется *центростремительным*. В 17 веке *Гюйгенс* нашёл формулу для вычисления этого ускорения.

$$a_{\text{цс}} = v^2/r. \tag{1.5.10}$$

Так как $v = \omega r$, то $a_{\text{цс}} = v^2/r = \omega^2 r$. Единицы измерения $a_{\text{цс}}$ м/с.

г. Угловое ускорение ε определяет скорость изменения угловой скорости, $\varepsilon = d\omega/dt$. В этом случае изменяется и линейная скорость. *Линейное ускорение* $a_\tau = dv/dt$ в этом случае называют *касательным ускорением,* оно направлено по касательной к траектории. Касательное и угловое ускорения связаны между собой формулой: $a_\tau = \varepsilon r$. (1.5.11)

д. Ускорение материальной точки движущейся по окружности (криволинейной траектории) можно представить как векторную сумму центростремительного(нормального) и касательного (тангенциального) ускорений.

$$\vec{a} = [\vec{\varepsilon}\vec{r}\,] - \omega^2\vec{r} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_{цс} \tag{1.5.12}$$

Касательное (тангенциальное) ускорение характеризует изменение скорости по величине, т. е. изменение модуля скорости, а центростремительное (нормальное) определяет изменение вектора скорости по направлению (*рис. 1.5.3*). Здесь $\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}}$ — вектор *углового ускорения*. При движении точки M по фиксированной в пространстве окружности вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ всегда направлен вдоль оси окружности. Изменяться он может лишь по длине и менять направление на противоположное. Поэтому вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ также также направлен вдоль оси. Член $[\vec{\varepsilon}\vec{r}\,] = \vec{a}_\tau$ называют *тангенциальным ускорением* точки M. Численно a_τ есть изменение скорости v по величине в единицу времени. Если скорость движения точки M растёт, то угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ сонаправлено с угловой скоростью $\vec{\omega}$, а тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ — с линейной скоростью $\vec{v}$ (*рис. 1.5.3 а*). Если скорость точки M уменьшается, то векторы $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{a}_\tau$ противоположны, соответственно, векторам $\vec{\omega}$ и $\vec{v}$ (*рис. 1.5.3 б*).

Поскольку векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_{\text{цс}}$ взаимно перпендикулярны, то модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_{цс}^2}\,. \tag{1.5.13}$$

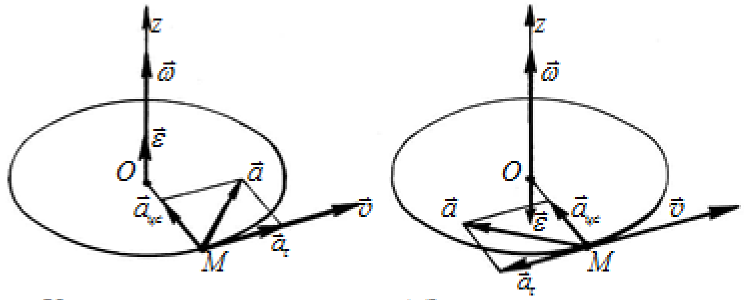

Рис. 1.5.3

Равноускоренное движение точки по окружности (ε = *const*) описывается двумя уравнениями:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \qquad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2. \qquad (1.5.14)$$

Пример 4.5. Диск радиусом R=20 см вращается согласно уравнению φ=A+Bt+Ct^3, где A=3 рад, B= –1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Определить нормальное a_n,тангенциальное a_τ и полное *a* ускорения точек на окружности диска для момента времени t=10 с.

Нормальное (касательное) ускорение найдем из формулы: $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$$\omega = \dot{\varphi} = (A + Bt + Ct^3) = B + 6Ct^2$$

$$a_n = (B + 6Ct)^2 R \qquad (1.5.15)$$

Тангенциальное (касательное) ускорение из формулы: $a_\tau = \varepsilon R$

$$\varepsilon = \dot{\omega} = 6Ct$$

$$a_\tau = 6CtR \qquad (1.5.16)$$

Модуль полного ускорения найдем из соотношения: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_{цс}^2}$ (1.5.17)

Подставив значения величин в формулы (1.5.15; 1.5.16 и 1.5.17) и произведя вычисления, получим:

$$a_n = 168{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_\tau = 1{,}2 \text{ м/с}^2;\ a = 168 \text{ м/с}^2.$$

§ 6. Динамика материальной точки. Законы Ньютона

1. Динамика (от греч. *Dynamis* — сила) изучает движение тел в связи с причинами, определяющими характер движения. К кинематическим величинам — координатам, скорости и ускорению — здесь добавляются еще динамические — *масса тел* как мера их инертности и *сила* — как мера взаимодействия тел. Кинематика, описывая движение тел по окружности, по параболе или какой — либо другой траектории, не ставит вопрос, почему тела движутся по таким траекториям. Динамика же устанавливает количественную связь между взаимодействием тел и особенностями их движения.

Напомним, что материальной точкой называется модель, обладающая одним свойством — *массой*. Модель материальной точки применима к телам, движущимся поступательно, или когда размеры тел малы по сравнению с пространственными характеристиками их движения.

2. Законы Ньютона. Их три. Впервые опубликованы в 1687 г.

Первый закон. *Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*

Первый закон называют еще *законом инерции.* Его содержание открыл Галилей в начале 17 в. Упрощенная схема его рассуждений при обосновании закона сводится к следующему.

Допустим, говорит Галилей, мы скатываем шарик с наклонной плоскости, опирающейся на горизонтальный длинный стол. Скатившись, шарик пробегает по столу до остановки какое — то расстояние. Чем чище и глаже поверхность стола, тем, *как показывает опыт,* большее расстояние до остановки пробегает шарик. Отсюда вывод: если поверхность стола и шарика идеально гладкие, то шарик никогда не остановится, он будет двигаться с постоянной скоростью по поверхности Земли, то есть описывать окружность.

Примерно через полвека Ньютон закончил формулировку закона. Шарик двигается в мысленном опыте Галилея по окружности потому, что на него действует притяжение Земли. Если устранить действие на шарик кроме других тел еще и Земли, то шарик будет двигаться *равномерно по прямой линии.*

Ньютон не только закончил формулировку закона, но и установил его важную роль в механических явлениях. Явление сохранения состояния покоя или равномерного прямолинейного движения тел при отсутствии внешних сил называют *инерцией* (от лат. *Inertia* — бездействие*).*

Второй закон. *Скорость изменения импульса тела пропорциональна действующей на тело силе и направлена вдоль той прямой, по которой эта сила действует,* $\dot{\vec{p}} = k\vec{F}$. (1.6.1)

Здесь $\vec{p} = m\vec{v}$ — *импульс тела.* Он равен произведению массы тела m на скорость его движения $\vec{v}$. Ньютон вслед за Декартом называл произведение $m\vec{v}$ *количеством движения* тела; $\vec{F}$ — *сила,* то есть мера взаимодействия тел, выраженная здесь через изменение количества движения; k — коэффициент пропорциональности.

Массу Ньютон толковал как количество вещества в теле. Полагалось, что тело в процессе взаимодействия с другими телами сохраняет свою целостность, поэтому масса тела в процессе его движения не меняется, $m = const$. Это позволяет вынести массу за знак производной.

$$\dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = m\dot{\vec{v}} = m\vec{a} = k\vec{F}. \quad (1.6.2)$$

Отсюда второй закон можно сформулировать еще так: *произведение массы тела m на его ускорение $\vec{a}$ пропорционально действующей на тело силе $\vec{F}$.*

Третий закон. *Действию есть равное и противоположное противодействие.* Иначе, *силы, с которыми две материальные точки действуют друг на друга, равны по величине и направлены вдоль прямой, проходящей через эти точки и противоположны по направлению*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (1.6.3)$$

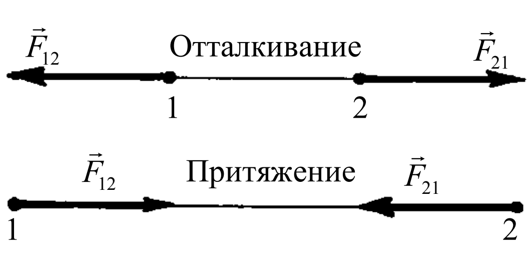

Рис. 1.6.1

Первая цифра индекса означает тело, на которое действует сила, вторая цифра — тело, со стороны которого действует сила (*рис. 1.6.1*).

Законы Ньютона есть обобщение опытных фактов. Это *экспериментальные законы, они первичны,* к ним нельзя прийти путем логических рассуждений, отталкиваясь от каких — то других законов.

3. Сила есть *количественная мера взаимодействия тел.* Это векторная величина, обозначается обычно символами $\vec{F}, \vec{f}$. Единица силы в СИ — *ньютон* (Н). Она выбирается так, чтобы коэффициент пропорциональности *k* во втором законе Ньютона обратился в единицу. Поэтому в СИ формулы (6.1) и (6.2) принимают вид: $\dot{\vec{p}} = \vec{F}$, или $m\vec{a} = \vec{F}$. (1.6.4)

Тело массой 1 кг движется под действием силы 1 Н с ускорением 1 м/с^2.

Если на тело действуют несколько сил, то действие каждой из них не зависит от других сил. Это так называемый *принцип независимости действия сил.* Равнодействующая нескольких сил, приложенных к одной точке, находится как сумма векторов $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$. (1.6.5)

Силы могут проявляться *статически в деформации тел* и *динамически в ускорении движения тел.* При статическом проявлении сила измеряется по величине упругой деформации тела, например пружины, по *закону Гука.* При *динамическом* проявлении сила измеряется по величине ускорения тела.

4. Масса тел *есть мера их инертности.* В классической механике, когда скорости движения тел много меньше скорости света в вакууме, $v << c$, масса есть *скаляр,* всегда положительное число, не изменяющееся при любых взаимодействиях тел при условии сохранения их целостности. Поэтому в Механике малых скоростей справедлив *закон сохранения массы.* Поскольку $m > 0$, то масса нескольких тел равна сумме их масс. Говорят, *масса обладает свойством аддитивности.*

5. Вес тела. Весом тела $\vec{P}$ называют силу, с которой тело действует на опору (или подвес), удерживающую тело в покое относительно этой опоры. Нужно различать *силу тяжести* и *вес тела.* Сила тяжести приложена к телу. Она не зависит от того, испытывает тело ускорение или нет. Сила тяжести приложена к телу постоянно и не зависит от его механического состояния.

Вес тела приложен к подставке или подвесу. Он зависит от ускорения, испытываемого телом. В одной и той же точке пространства вес тела может быть равным нулю или иметь всевозможные величины и направления.

6. Силы в природе. Современная физика выделяет в природе четыре типа фундаментальных, то есть не сводимых к другим, взаимодействий. Это *гравитационное, электромагнитное, сильное, слабое.* Перечислим некоторые формулы обусловленных этими взаимодействиями сил, наиболее часто встречающиеся в механике.

а. Гравитационное, — определяется силой тяготения.

б. Электромагнитное, — характеризуются: законом Кулона; действием магнитного поля на движущийся заряд (сила Лоренца); силой упругой деформации (закон Гука);силой сухого трения (закон Кулона-Амонтона); силой вязкого трения(закон Ньютона).

в. Сильное и слабое взаимодействие проявляется между элементарными частицами в явлениях, для которых модели классической механики неприменимы. Поэтому при описании этих взаимодействий не применяется практически понятие силы.

7. Единицы и размерности физических величин. *Измерить какую-либо величину означает найти ее отношение к величине такого же вида, принятой за единицу.* Длину предмета сравнивают с единицей длины, массу тела — с единицей веса и т.д. Но если один исследователь измерит длину в саженях, а другой в футах, им будет трудно сравнить эти две величины. Поэтому все физические величины во всем мире принято измерять в одних и тех же единицах. В 1963 году была принята Международная система единиц СИ (System international — SI).Для каждой физической величины можно было бы установить единицу произвольно, независимо от единиц других величин. Однако это привело бы к появлению в формулах «неудобных» числовых коэффициентов. Поэтому произвольно определяются только единицы небольшого числа величин. Эти единицы называют основными. Единицы же остальных величин определяют с помощью формул, связывающих эти величины с теми, единицы которых выбраны в качестве основных. Установленные так единицы называют производными.

В качестве основных в системе СИ приняты семь единиц: длины — метр (обозначение м), массы — килограмм (кг), времени — секунда (с), силы электрического тока — ампер (А), термодинамической температуры — кельвин (К), силы света — кандела (кд), количества вещества — моль (моль).

В механике мы будем иметь дело с единицами длины, массы и времени, а также с производными от них единицами.

Метр представляет собой расстояние, проходимое в вакууме плоской электромагнитной волной за 1/299792458 долю секунды. Метр приблизительно равен 1/40000000 доле длины земного меридиана.

Килограмм равен массе платино-иридиевого цилиндрического тела (диаметром и высотой 39 мм), хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре (близ Парижа). Это тело называется международным прототипом килограмма. Его масса близка к массе 1000 см^3 чистой воды при 4^0С. Секунда равна 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия-133. Секунда приблизительно равна 1/86400 средних солнечных суток. Соотношение, показывающее, как изменяется единица какой-либо величины при изменении основных единиц, называется размерностью этой величины.

Определения остальных основных единиц будут даны в соответствующих разделах курса.

Единицей скорости служит метр в секунду (м/с), равный скорости равномерно движущейся частицы, проходящей в секунду путь, равный одному метру. Единица ускорения — метр в секунду за секунду (м/с^2) — есть ускорение равноускоренного движения, при котором скорость частицы возрастает за секунду на 1м/с. Единица силы в честь И. Ньютона названа *ньютоном* (Н). Она равна силе , под действием которой тело с массой 1 кг получает ускорение 1 м/с^2. Производные единицы остальных физических величин определяются аналогичным образом.

§ 7. Системы материальных точек

1. Система материальных точек (СМТ). Совокупность тел, которые взаимодействуют между собой и могут рассматриваться в данном движении как материальные точки, называют *системой материальных точек* (СМТ). На каждую i-тую частицу системы из n материальных точек СМТ действуют силы как со стороны других частиц системы, $\vec{f}_{ij}$ — *внутренние силы*, так и со стороны тел, находящихся вне данной системы, $\vec{F}_i$ — *внешние силы*. Заметим, что слово «частица» используется здесь как синоним выражения «материальная точка» для сокращения текста.

2. Система уравнений движения СМТ. Рассмотрим в общем случае движение СМТ, состоящей из n частиц. Чтобы знать движение СМТ в целом, нужно знать движение каждой частицы в отдельности. Поэтому движение СМТ считается известным, если известны уравнения движения всех её частиц. Если $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ — импульс i-той частицы, то движение СМТ определяется системой уравнений

$$\left.\begin{array}{l}\dot{\vec{p}}_1 = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \vec{f}_{14} + \ldots + \vec{f}_{1n} + \vec{F}_1, \\ \dot{\vec{p}}_2 = \vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \vec{f}_{24} + \ldots + \vec{f}_{2n} + \vec{F}_2, \\ ------------------ \\ \dot{\vec{p}}_n = \vec{f}_{n1} + \vec{f}_{n2} + \vec{f}_{n3} + \ldots + \vec{f}_{n(n-1)} + \vec{F}_n.\end{array}\right\} \text{ Система уравнений движения СМТ} \qquad (1.7.1)$$

3. Теорема о движении центра масс. Заметим, что выражение (1.7.1) — это система *дифференциальных уравнений*. Уже в случае трех и более уравнений при её решении возникают часто непреодолимые математические трудности. Поэтому важно получить некоторые характеристики движения СМТ, не решая уравнения движения каждой частицы.

Просуммируем уравнения движения в (1.7.1). При этом примем во внимание, что согласно 3-му закону Ньютона, для каждых двух частиц СМТ сумма сил, с которыми они взаимодействуют, равна нулю: $\vec{f}_{12} + \vec{f}_{21} = 0$, $\vec{f}_{ij} + \vec{f}_{ji} = 0$. Но это значит, что сумма всех внутренних сил в системе обращается в нуль. Отсюда

$$\sum \dot{\vec{p}}_i = \sum \vec{F}_i. \qquad (1.7.2)$$

Преобразуем левую часть.

$$\sum_{i=1}^{n} \dot{\vec{p}}_i = \frac{d}{dt}\sum \vec{p}_i = \frac{d}{dt}\sum m_i \vec{v}_i = \frac{d}{dt}\sum m_i \dot{\vec{r}}_i = \frac{d}{dt}\left[\frac{d}{dt}\sum m_i \vec{r}_i\right]. \qquad (1.7.3)$$

Сумму $\sum m_i \vec{r}_i$ можно представить так: $\sum m_i \vec{r}_i = m\vec{R}$, где $m = \sum m_i$ — масса всех частиц системы, а $\vec{R} = \frac{1}{m}\sum m_i \vec{r}_i$ — радиус-вектор некоторой воображаемой точки *C*, называемой *центром масс СМТ*. Отсюда выражение в скобках в последнем члене (1.7.3) принимает вид:

$$\frac{d}{dt}\sum m_i \vec{r}_i = m\dot{\vec{R}} = m\vec{V}. \qquad (1.7.4)$$

Здесь $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$ — скорость движения центра масс системы. Подставив в формулу (1.7.2), получаем *уравнение движения СМТ*

$$\sum_{i=1}^{n} \dot{\vec{p}}_i = m\dot{\vec{V}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i. \qquad (1.7.5)$$

Центр масс системы движется как материальная точка, масса которой равна суммарной массе всей системы, а действующая сила равна геометрической сумме всех внешних сил, действующих на частицы системы. Это *теорема о движении центра масс*.

Пример 7.1. Определить радиус-вектор центра масс системы из 4-х точек: $m_1 = 2$, $\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$; $m_2 = 3$, $\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$; $m_3 = 4$, $\vec{r}_3 = \vec{i} + 6\vec{j}$; $m_4 = 4$, $\vec{r}_4 = \vec{j} + \vec{k}$.

Вычисляем

$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{2(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) + 3(3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + 4(\vec{i} + 6\vec{j}) + 4(\vec{j} + \vec{k})}{2 + 3 + 4 + 4} = \frac{17}{13}\vec{i} + \frac{42}{13}\vec{j} + \frac{17}{13}\vec{k}.$$

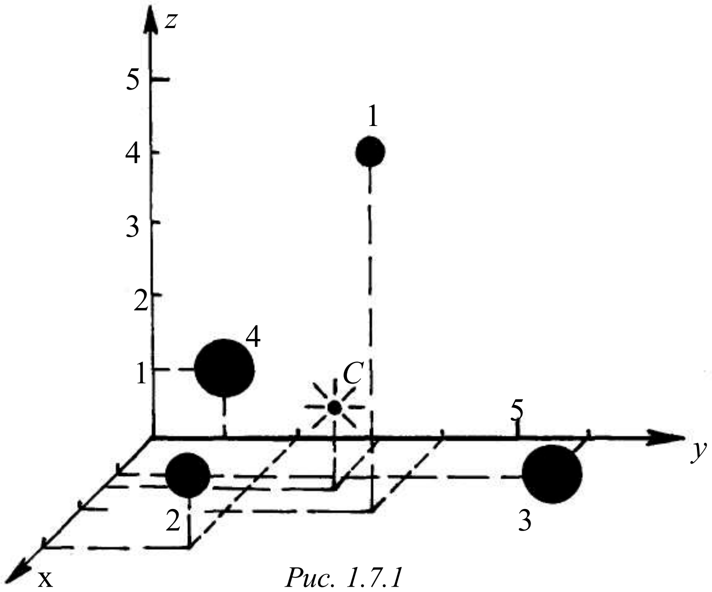

Рис. 1.7.1

На *рис. 1.7.1* центр масс обозначен звёздочкой. Графический размер материальных точек тем больше, чем больше их масса.

4. Закон сохранения импульса СМТ. Рассмотрим движение системы материальных точек, в которой действуют только внутренние силы. Такие СМТ называются *замкнутыми*. Сумма внешних сил в этом случае равна нулю, $\sum \vec{F}_i = 0$, а уравнение движения СМТ (1.7.5) принимает вид: $m\dot{\vec{V}} = 0, \Rightarrow$

$$m\vec{V} = \sum m_i \vec{v}_i = const \qquad (1.7.6)$$

Импульс замкнутой СМТ остаётся неизменным как по величине, так и по направлению. Это закон сохранения импульса замкнутых систем. *Центр масс системы движется в этом случае прямолинейно и равномерно.*

Под действием только внутренних сил в СМТ может происходить лишь обмен импульсами между отдельными её частицами, но невозможно изменение, возникновение или уничтожение импульса СМТ в целом.

Реализовать замкнутую СМТ в условиях Земли, где на все тела действует сила тяжести, невозможно. И даже во Вселенной трудно найти такие участки, где бы сумма сил тяготения обращалась в нуль. Поэтому закон сохранения импульса СМТ в полном объёме есть такая же идеализация, как первый закон Ньютона.

Однако условие замкнутости системы можно реализовать в проекциях на координатные оси. Если ось *OZ* направить вертикально, то, например, на систему гладких шариков, движущихся на поверхности горизонтального гладкого стола, действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{N}$ нормальной реакции стола. Проекции уравнения (1.7.6) на оси СК в данном случае принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} m\dot{V}_x &= 0, \\ m\dot{V}_y &= 0, \\ m\dot{V}_z &= N - mg \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} mV_x &= const \\ mV_y &= const \end{aligned} \qquad (1.7.7)$$

Это значит, что СМТ в направлениях *OX* и *OY* ведёт себя как замкнутая. Импульс системы и скорость движения её центра масс в этих направлениях остаются постоянными.

Пример 7.2. Снаряд массой m = 16 кг вылетел из ствола орудия с начальной скоростью $v_0 = 800$ м/с под углом α = 10° к горизонту. Через 15 с снаряд разорвался на два осколка. Один из них, массой 4 кг, стал двигаться со скоростью $v_1 = 1000$ м/с вперёд в горизонтальном направлении. Найти величину и направление скорости второго осколка. Влиянием воздуха пренебречь.

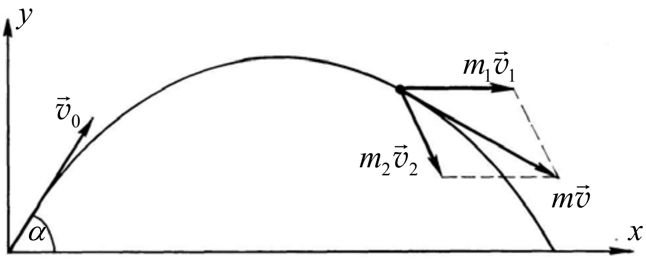

Рис. 1.7.2

Разрыв снаряда происходит под действием внутренних сил. Поэтому центр масс разорвавшегося снаряда продолжает двигаться по той же траектории, по которой двигался снаряд до разрыва. Суммарный импульс осколков разорвавшегося снаряда в момент взрыва равен импульсу целого снаряда.

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \qquad (1.7.8)$$

Здесь m — масса снаряда, $\vec{v}$ — его скорость в момент взрыва, $m_1\vec{v}_1$ — импульс первого осколка, $m_2\vec{v}_2$ — импульс второго осколка.

Выбираем двумерную декартову СК, ось OY направляем вертикально вверх, ось OX — горизонтально в сторону движения снаряда. В этом случае условию задачи соответствует *рис. 1.7.2.*

Из кинематики тела, брошенного под углом к горизонту, известно:

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \qquad v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt. \qquad (1.7.9)$$

Импульс снаряда в любой момент времени

$$m\vec{v} = m\left(v_x\vec{i} + v_y\vec{j}\right) = m\left(v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j} - gt\vec{j}\right). \qquad (1.7.10)$$

Импульс первого осколка $m_1\vec{v}_1 = m_1 v_1 \vec{i}$ (осколок по условию летит горизонтально вперёд), импульс второго осколка $m_2\left(v_{2x}\vec{i} + v_{2y}\vec{j}\right)$. Подставляем в (1.7.8).

$$mv_{0x}\vec{i} + mv_{0y}\vec{j} - mgt\vec{j} = m_1 v_1\vec{i} + m_2 v_{2x}\vec{i} + m_2 v_{2y}\vec{j}. \qquad (1.7.11)$$

Проецируем уравнение на ось OX (умножаем скалярно на орт $\vec{i}$).

$$mv_{0x} = m_1 v_1 + m_2 v_{2x}, \quad \Rightarrow \quad v_{2x} = \frac{mv_{0x} - m_1 v_1}{m_2}. \qquad (1.7.12)$$

Проецируем уравнение на ось OY (умножаем скалярно на орт $\vec{j}$).

$$mv_{0y} - mgt = m_2 v_{2y}, \quad \Rightarrow \quad v_{2y} = \frac{mv_{0y} - mgt}{m_2}. \qquad (1.7.13)$$

Вычисляем проекции скорости второго осколка по условию задачи.

$$v_{2x} = \frac{mv_{0x} - m_1 v_1}{m_2} = \frac{16 \cdot 800 \cdot \cos 10^\circ - 4 \cdot 1000}{12} = 712 \text{ (м/с)}.$$

$$v_{2y} = \frac{mv_{0y} - mgt}{m_2} = \frac{16 \cdot 800 \cdot \sin 10^\circ - 16 \cdot 10 \cdot 15}{12} = -15 \text{ (м/с)}.$$

Вектор скорости $\vec{v}_2 = 712\vec{i} - 15\vec{j}$.

Модуль скорости $v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = 712{,}2$ (м/с).

§ 8. Работа силы. Энергия. Закон сохранения энергии

1. Работа и энергия. В 18 веке после Ньютона в механике развивается новый метод исследования, в основе которого два понятия: *работа* и *энергия*. Понятие «энергия» шире понятия «сила», оно выходит за пределы механики. Поэтому методы исследования физических систем в понятиях работы и энергии более универсальны. При соответствующем обобщении они применимы во всех разделах физики.

2. Работа силы. Работой силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$ называется *скалярное произведение*

$$dA = \vec{F}d\vec{r}. \qquad (1.8.1)$$

Так как $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$, то получаем: $$dA = \frac{d\vec{p}}{dt} d\vec{r} = \vec{v} d\vec{p}. \qquad (1.8.2)$$

Это ещё одно выражение для работы через скорость и импульс.

Работа на конечном отрезке траектории L определяется криволинейным интегралом вдоль траектории. $$A = \int_L \vec{F} d\vec{r}. \qquad (1.8.3)$$

Если сила $\vec{F}$ постоянна, то её работа на прямолинейном перемещении $\vec{s}$, где α — угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{s}$, равна $$A = Fs\cos\alpha. \qquad (1.8.4)$$

Единица работы в СИ — джоуль; 1 Дж = 1 Н·м.

3. Мощность. Отношение работы к времени, в течение которого она была совершена, называется *мощностью*. $$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v} \qquad (1.8.5)$$

Единица мощности в СИ — *ватт*; 1 Вт = 1 Дж/с. Она названа так в честь *Джеймса Уатта* (1736–1819) — шотландского изобретателя, создателя универсального парового двигателя (1784). Он ввел первую единицу мощности — *лошадиную силу*, 1 л.с. = 735 Вт.

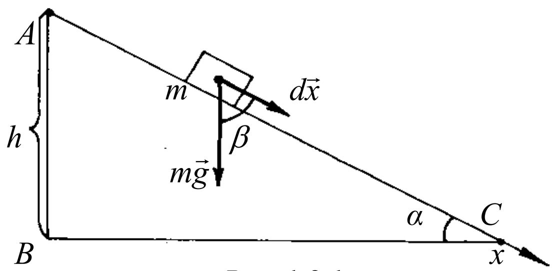

Рис. 1.8.1

4. Консервативные силы. Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь начальным и конечным положением тела, называются *консервативными.*

Примером консервативной силы является сила тяжести. Вычислим работу, совершаемую силой тяжести mg при скатывании тела по наклонной плоскости. ($AB = h$, $AC = L$) (*рис. 1.8.1*). $dA = \vec{F}d\vec{x} = mg\cos\beta{\cdot}dx = mg\sin\alpha{\cdot}dx$.

$$A = \int_1^2 mg\sin\alpha{\cdot}dx = mg\sin\alpha \cdot x\Big|_1^2, \quad \Rightarrow \quad A = mg\sin\alpha(x_2 - x_1).$$

Но $x_2 - x_1 = L$ — длина наклонной плоскости, $L\sin\alpha = h$ — высота начальной точки движения над конечной точкой движения. Итак, $$A = mgh \qquad (1.8.6)$$

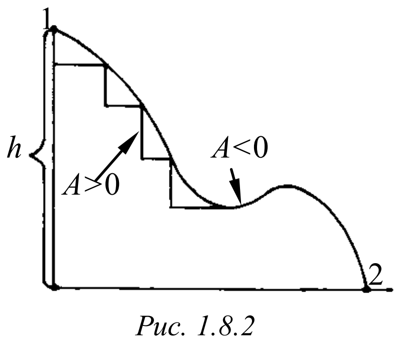

Рис. 1.8.2

В общем случае тело может двигаться по любой другой траектории, и всегда работа силы тяжести $A = mgh$ (*рис. 1.8.2*).

В этом можно убедиться, если разбить всю криволинейную траекторию на малые участки так, чтобы на каждом отрезке траектории можно было пренебречь кривизной и полагать его участком наклонной плоскости. Там, где траектория идет вниз, работа положительна, а где траектория идет вверх — отрицательна. А суммарная работа так же определяется разностью высот точек 1 и 2. Итак, *сила тяжести — это консервативная сила*.

А *сила трения*, например, неконсервативная. Работа силы трения зависит от формы пути движения и всегда отрицательна, так как сила трения всегда противоположна скорости. Силу трения называют ещё *диссипативной силой*. (От латинского *dissipatio* — рассеяние).

Кроме силы тяжести консервативными являются все *центральные* силы, которые направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие материальные точки. Это, например, силы *гравитации*, *кулоновские* силы, силы *упругости*.

Если тело перемещать по замкнутому пути, то работа консервативных сил равна нулю. Например, в случае движения по наклонной плоскости работа вниз $A_{1\to 2}=mgh$, а работа вверх $A_{2\to 1}=-mgh$. Суммарная работа равна нулю. Системы, в которых действуют только консервативные силы, называются *консервативными*.

5. Потенциальная энергия. Понятие потенциальной энергии для консервативной системы вводится так. Какое-либо произвольное состояние системы с известными координатами материальных точек принимается за нулевое. *Работа, совершаемая консервативными силами при переходе системы из любого положения в нулевое, называется потенциальной энергией системы в данном положении.*

Например, полагаем состояние системы Земля — карандаш нулевым, когда карандаш лежит на полу комнаты. Если карандаш поднять на высоту h над полом, то потенциальная энергия системы Земля — карандаш составляет mgh, поскольку именно такую работу совершает сила тяжести независимо от формы траектории, перемещая карандаш с высоты h на пол комнаты. Здесь m — масса карандаша.

Потенциальная энергия системы — будем обозначать её символами $E_п$ или U — является функцией только координат её материальных точек. Иначе, *потенциальная энергия — функция состояния системы*. Работа, которую совершает система, переходя из одного состояния в другое, равна убыли её потенциальной энергии, $dA = -dE_п$. (1.8.7)

6. Кинетическая энергия. Когда тело движется по наклонной плоскости (без трения) или карандаш свободно падает, их скорости непрерывно увеличиваются. Это происходит благодаря работе силы тяжести.

Вычислим работу консервативной силы, изменяющей скорость движения тела от v_1 до v_2. По формуле $dA = \vec{v}d\vec{p}$ в случае малых скоростей, когда $v \ll c$, $d\vec{p} = d(m\vec{v}) = md\vec{v}$. Если скорость изменяется только по величине, то векторы v и dv сонаправлены, и $dA = \vec{v}md\vec{v} = mvdv$. Отсюда

$$A = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (1.8.8)$$

Величину $\frac{mv^2}{2} = E_К$ называют *кинетической энергией* материальной точки.

Итак, работа силы, изменяющей величину скорости движения материальной точки от $\vec{v}_1$ до $\vec{v}_2$, равна приращению кинетической энергии точки: $А = E_{К2} - E_{К1}$. (1.8.9) Как и масса, кинетическая энергия — всегда положительное число.

7. Сохранение энергии в консервативных системах. Если работа в системе совершается за счет потенциальной энергии системы, а в системе действуют только консервативные силы (нет сил трения), то результат работы — изменение кинетической энергии системы. $A_{1\to 2} = E_{П1} - E_{П2} = E_{К2} - E_{К1}$, или $E_{П1} + E_{К1} = E_{П2} + E_{К2} = \mathrm{const}$ (1.8.10) Следовательно, в консервативной системе полная механическая энергия системы $E_П + E_К = \mathrm{const}$ остаётся постоянной. *В системе могут происходить лишь превращения потенциальной энергии в кинетическую или обратно, но полный запас механической энергии системы измениться не может* (*Д. Бернулли*, 1748 г.). В этом суть *закона сохранения энергии* в консервативных системах.

8. Сохранение энергии в неконсервативных системах. Если в системе действуют силы трения, то кинетическая энергия такой системы постоянно уменьшается по сравнению с консервативной, а вместе с ней уменьшается и полная механическая энергия системы. С точки зрения формальной макроскопической механики энергия системы бесследно исчезает. Но если рассматривать систему на общефизическом уровне с учётом её микроскопической структуры, то выясняется, что при ударе и трении кинетическая энергия видимого движения не пропадает; она лишь переходит в кинетическую энергию невидимого беспорядочного движения атомов и молекул вещества. Эта форма энергии тела называется *внутренней энергией*, её увеличение макроскопически проявляется в повышении температуры тела. Таким образом, с учетом немеханических форм энергии общефизический закон сохранения энергии формулируется так: *Энергия не создаётся и не уничтожается, она может лишь переходить из одной формы в другую.*

Общефизический закон сохранения и превращения энергии охватывает все физические явления, в том числе и те, к которым модели механики не применимы. Следовательно, этот закон не может быть выведен из уравнений макроскопической механики, а должен рассматриваться как самостоятельный опытный закон природы, основывающийся на громадном количестве фактов.

9. Примеры действия законов сохранения импульса и энергии. Соударение шаров.

а. Абсолютно неупругое соударение. В качестве иллюстрации использования законов сохранения импульса и энергии рассмотрим соударение двух шаров.

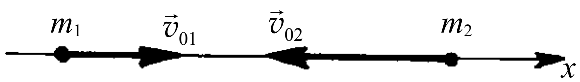

Рис. 1.8.3

При абсолютно неупругом соударении тела́ после соударения остаются в деформированном состоянии и слипаются. (Например, два пластилиновых куска). Ограничимся случаем центрального удара шаров, когда их центры масс движутся вдоль одной прямой (*рис. 1.8.3*).

При неупругой деформации тел часть их механической энергии превращается во внутреннюю энергию, в результате закон сохранения механической энергии не выполняется. Выполняется только закон сохранения импульса. Сумма импульсов до удара равна сумме импульсов после удара.

$$m_1\vec{v}_{01} + m_1\vec{v}_{02} = (m_1 + m_2)\vec{v} \qquad (1.8.11)$$

Из уравнения сохранения импульса можно найти любую из неизвестных величин. Например, скорость соединившихся после удара шаров:

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02}}{m_1 + m_2}. \qquad (1.8.12)$$

Если шары двигаются в разные стороны или друг за другом так, что соударения не происходит, то и в этом случае формула (1.8.12) определяет скорость $\vec{v}$ движения центра масс системы из двух шаров. Если импульсы сближающихся шаров одинаковы, то их скорость после удара обращается в нуль (проекции импульсов шаров до удара одинаковы по величине, но противоположны по знаку). В этом случае вся кинетическая энергия шаров расходуется на их деформацию и превращается в тепло.

Если импульсы сближающихся шаров неодинаковы, то после удара соединившиеся шары будут двигаться в ту или иную сторону со скоростью $\vec{v}$. В этом случае не вся кинетическая энергия шаров будет «исчезать», а только часть её.

Чтобы определить количество кинетической энергии, превратившейся в результате абсолютно неупругого удара в другие формы немеханической энергии (например, в тепло — при соударении макротел, в энергию излучения — при соударении элементарных частиц, и т. д.), удобно использовать систему отсчета, связанную с центром масс соударяющихся тел.

В такой системе отсчета тела́ после соударения покоятся. Значит, вся кинетическая энергия, которой обладали в этой системе тела́ до соударения, превращается в немеханические формы. Поэтому задача сводится к тому, чтобы определить скорость тел до соударения в системе центра масс.

Для этого достаточно из скоростей $\vec{v}_{01}$ и $\vec{v}_{02}$ вычесть скорость (1.8.12) движения центра масс $\vec{v}$ (преобразования *Галилея* для скоростей). Обозначим скорости шаров в системе