Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии, составленном в соответствии с программой дисциплины «Теория принятия решений», изложены основные методы теории принятия решений, представлены, а также содержатся теоретические выкладки, примеры и практические задания по изучаемой дисциплине для закрепления знаний, приобретенных в процессе обучения.

Цель освоения дисциплины:

• ознакомление с современным состоянием проблем теории принятия решений и компьютерными методами;

• изучение детерминированных и стохастических методов, применяемых при принятии решений в строительстве, а также основных принципов планирования, проведения и оформления процедур принятия решений;

• приобретение навыков эффективного применения принципов и методов математической обработки данных при решении задач планирования строительного производства и выбора методов и форм организации строительства и строительного производства;

• формирование общих принципов применения и анализа математических методов принятия решений в сфере профессиональной деятельности.

Математическая теория принятия решений базируется на системном подходе и математических моделях, в рамках которых он реализуется.

В главе 1 рассмотрен ряд моделей, нашедших широкое применение в задачах строительного комплекса. Это модели организации и технологии строительства, планирования, мониторинга, безопасности людей и техники, надежности и эффективности.

Многие модели эффективной деятельности формулируются в терминах оптимизационных подходов, таких как математическое программирование (линейное и нелинейное), транспортная задача, динамическое программирование. Эти методы рассмотрены в главе 2, где приведено много примеров и заданий для самостоятельной работы.

Строительная отрасль характерна тем, что в ней велика доля неопределенности. Идеально спланировать, уложиться в сроки и бюджет, обеспечить 100%-ное качество, надежность и безопасность невозможно, так как есть много причин экономического, организационного, техногенного, политического и т.д. характера. Поэтому при принятии управленческих решений необходимо рассматривать стохастические (вероятностные) модели. Эти модели строятся на инструментарии таких математических дисциплин, как теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика.

В пособии также рассмотрены методы регрессионного и дисперсионного анализа и современная теория рисков.

При применении вероятностных методов актуальна задача сбора репрезентативных данных, по которым можно построить адекватные модели. Если это сделать затруднительно или невозможно, то имеются два выхода: первый — собрать специалистов (экспертов), опросив которых, обобщить их оценки. В этом могут помочь так называемые экспертные методы, один из которых — метод анализа иерархий (МАИ) — разобран на примерах в главе 4; второй — использование методов имитационного моделирования, для чего применяются возможности современных компьютеров.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ВАРИАНТЫ ЕЕ ОСНОВЫ

1.1. Основные понятия и определения

Определение 1.1. Модель — это образ либо отражение процесса или явления, полученное с помощью специальных средств: математических, технических, физических, компьютерных, имитационных и т.д.

Определение 1.2. Под математической моделью следует понимать образ или то, как отражается определенный процесс либо явление, для получения которого применяются математические средства.

Определение 1.3. Под компьютерной моделью следует понимать образ или то, как отражается процесс либо явление, для получения которого применяются компьютерные средства.

Нужно сделать акцент на взаимной связи, которая существует между многими разновидностями моделей. К примеру, для того чтобы существовала компьютерная модель, математическая модель нужна обязательно. Многочисленные публикации подтверждают огромное значение математической модели, которая позволяет точно и строго обосновать исследования, проводимые в разных сферах жизнедеятельности. Но прогнозирование возможно не только с применением математической модели, а его качество определяется тем, насколько качественной будет математическая модель. Отсюда следует, что показатель, который характеризует качество математической модели, во многом зависит от ее основы, которой могут быть:

1) балансовые задачи;
2) линейная торговля;
3) оптимизационные задачи;
4) распределительные задачи;
5) статистические задачи.

1.2. Математическая модель балансовых задач

Природа, сфера производства и другие области могут требовать решения балансовых задач. Кризисные явления, катастрофы возникают, как правило, при дисбалансе. Возможность предотвращения негативных процессов появляется при наличии математической модели данной задачи. Рассмотрим модель Леона, которая является моделью межотраслевого баланса и примером балансовой задачи:

$$X = AX + Y,$$

где X — объем валового выпуска продукции, в составе которого AX — объем производственного потребления, здесь A — коэффициент; Y — объем конечного потребления. Использование математической модели дает возможность произвести расчет конечного потребления Y, когда известно, какой объем имеет валовый выпуск:

$$Y = X - AX.$$

Становится возможным решение более сложной задачи, т.е. определить, каким должен быть новый объем валового выпуска, когда имеется новый объем конечного потребления. С этой целью относительно X требуется решение матричного уравнения. После некоторых преобразований получим выражение

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y.$$

Нужно подчеркнуть, что только при продуктивности матрицы прямых затрат A данные решения будут иметь смысл. Следующая формула применяется, чтобы произвести расчет данной матрицы:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j},$$

где x_{ij} — объем продукции, которую производит отрасль с индексом i и потребляет отрасль с индексом j, когда производит свою продукцию, составляющую объем x_j. Продуктивность матрицы прямых затрат можно определить по таким критериям:

1) матрица A будет иметь продуктивность только при наличии положительных элементов матрицы $(E - A)^{-1}$;

2) матрица A, имеющая положительные элементы, будет иметь продуктивность только в том случае, если эти элементы в сумме по столбцу либо строке будут меньше 1:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \leq 1,$$

при этом единицу не должна превышать минимум одна сумма по столбцу либо строке. Формула, которая применяется для расчета элементов матрицы A, a_{ij}, имеет вид

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}, \text{ где } i = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, n.$$

1.3. Математическая модель задачи линейной торговли

Рассмотрим линейную модель обмена (торговли) между n участниками. Обозначим a_{ij} долю бюджета участника x_j, которую участник с номером j тратит на закупку продукции у участника с номером i.

Математическая модель торговли представляется матричным уравнением

$$A \cdot X = X, \tag{1.1}$$

где $A = \|a_{ij}\|$ — структурная матрица торговли, если выполняется условие

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1,\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ n.$$

Уравнение (1.1) связано с понятием собственного вектора X, соответствующего собственному значению $\lambda = 1$.

Пример структурной матрицы торговли:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджет каждого участника, если общий бюджет задан:

$$\sum_{1}^{4} x_i = 6270 \text{ у.е.} \tag{1.2}$$

Решение задачи следует из решения матричного уравнения (1.1):

$$(A - E)\, X = 0. \tag{1.3}$$

Уравнение (1.3) представляет собой однородную систему уравнений, решение которой можно получить методом Гаусса:

$$x_1 = \frac{140}{121} x_4, \quad x_2 = \frac{146}{121} x_4, \quad x_3 = \frac{20}{11} x_4.$$

Из условия (1.2) следует, что $x_4 = 1210$. Окончательно получаем

$$x_1 = 1400, \quad x_2 = 1460, \quad x_3 = 2200, \quad x_4 = 1210.$$

1.4. Математическая модель оптимизационных задач

Математическая модель оптимизационных задач состоит из системы ограничений исследуемого процесса и целевой функции этого процесса, отражающей критерий оптимальности задачи:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \geq b_i,\ i = 1, 2, 3, ..., m, \tag{1.4}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n, \tag{1.5}$$

$$z \sum_{j=1}^{n} c_j\, x_{j\max}. \tag{1.6}$$

Знаки отношений в выражении (1.4) могут иметь любую комбинацию из набора (≤, ≥, >, <, =). Ограничения (1.5) отражают характер задачи, переменные в оптимизационных задачах не могут быть отрицательными, в противном случае задача теряет смысл. Если система ограничений представляет ограниченное множество, то задача имеет решение, в противном случае — не имеет.

Определение 1.4. Ограниченное множество, заданное с помощью системы ограничений (1.4) и (1.5), называют множеством допустимых решений.

Определение 1.5. Линию (поверхность), ограничивающую область допустимых решений, называют границей этой области.

Точки области допустимых решений делятся на внутренние точки и точки, лежащие на границе области.

Определение 1.6. Множество называют выпуклым, если отрезок прямой, соединяющей любые две внутренние точки области, принадлежит этой области.

Определение 1.7. Границу выпуклого множества называют симплексом.

В случае плоскости симплексом является многоугольник, в случае трехмерного пространства — многогранник.

В теории линейного программирования доказано, что оптимальное решение задачи находится в одной из вершин симплекса.

Для оптимизации поиска оптимального решения применяется градиент целевой функции

$$\overline{\text{grad}}\ z = \left\{ \frac{\partial z}{\partial x_1}, ..., \frac{\partial z}{\partial x_n} \right\},$$

который представляет собой вектор, определяющий направление наискорейшего возрастания (убывания) целевой функции. Для нахождения оптимального решения в любой внутренней точке области допустимых решений строится прямая перпендикулярно градиенту целевой функции. Если эта прямая, называемая *разрешающей линией*, двигается в направлении градиента целевой функции, то последняя точка соприкосновения разрешающей линии с областью допустимых решений представляет максимум целевой функции. Если движение разрешающей линии было в направлении, противоположном градиенту, получим минимум целевой функции.

Симплексный метод основан на расчетах, представляемых в симплексных таблицах и проводимых по определенному алгоритму.

1.5. Математическая модель распределительных задач

Отличительными особенностями распределительных задач можно назвать следующие:

1) ограничения, образующие систему, — это система уравнений;

2) коэффициенты при переменных системы ограничений равняются 1;

3) каждая переменная, которая входит в систему ограничений, входят только в два соотношения:

$$1)\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i = 1, \dots, m;$$

$$2)\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n.$$

Целевая функция имеет вид

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}.$$

Принимая во внимание специфические особенности, которыми обладают распределительные задачи, условие, дополняющее систему ограничений, будет следующим:

$$\forall i, j : x_{ij} \geq 0.$$

При таких условиях распределительная задача будет *закрытой*:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

а если данное условие не выполняется — то *открытой*. Решать распределительную задачу тем способом, который существует, можно только, когда она закрытая. Введение фиктивных участников превращает открытую задачу в закрытую.

Распределительная задача решается путем применения метода потенциалов и характеристик. По строкам для обозначения потенциалов используют u_i, а для столбцов — v_j. Следующая формула позволяет рассчитать данные элементы:

$$v_j - u_i = c_{ij}.$$

Чтобы заполнить ячейки таблицы при расчетах распределительной задачи, используются c_{ij} элементы (тарифы). Их содержат таблицы расчетов распределительных задач и целевая функция w_{ij}. Ее расчет производят для того, чтобы заполнить свободные клетки таблицы. Используется формула

$$w_{ij} = c_{ij} - (v_j - u_i).$$

Качество решения задачи (качество плана) отражается характеристикой. Это величина экономии, которую можно получить на единицу продукции, если улучшить решение, перераспределив в свободную ячейку таблицы продукцию. Отсюда следует, что оптимальность решения задачи определяется таким критерием, как характеристика:

1) при решении на минимум целевой функции оптимальное решение достигается таким критерием: свободные ячейки таблицы не содержат отрицательные характеристики;

2) при решении задачи на максимум целевой функции оптимальное решение достигается таким критерием: свободные ячейки таблицы не содержат положительные характеристики.

Оптимальное решение получается, если улучшить первоначальное решение, которое не является оптимальным. После этого по строкам и столбцам рассчитываются потенциалы, результаты которых позволяют определить характеристики, присущие для ячеек, которые не заполнены. Проводится анализ характеристик, чтобы определить оптимальность решения, после чего выполняется построение контура перераспределения. Его начало находится в той ячейке, отрицательная характеристика которой самая маленькая, и идет в горизонтальном или вертикальном направлениях, пока не будет достигнута ячейка начала. В ячейках контура эти перераспределения отмечаются знаками (+) и (–), которые чередуются. В первой ячейке стоит значение (+). Нужно выбрать минимальное значение из всех ячеек, которые имеют знак (–), именно эта величина и подлежит перераспределению. Для ячеек, которые имеют знак (–), производится уменьшение на величину перераспределения, а для ячеек со знаком (+) — увеличение. Снова проверяется оптимальность решения.

Трансформация открытой модели распределительной задачи в закрытую достигается следующим образом: вводится фиктивная строка либо столбец (зависит от конкретных обстоятельств). Для них требуется применение тарифов для расчетов, в зависимости от того, какая стоит задача (min, max). Это необходимо для того, чтобы из решения задачи они были исключены. Пользователи могут применять программу, позволяющую рассчитывать распределительные задачи.

1.6. Математическая модель статистических задач

Математическая модель пространственных данных основана на уравнениях регрессионного анализа (линейных и нелинейных, одно- и многофакторных). Построение регрессионного уравнения основано на методе наименьших квадратов, минимизации отклонений модели от исходной информации. Математическая модель временных рядов более сложна и основана на уравнениях, составной частью которых является основа математической модели пространственных данных. В зависимости от структур бывают следующие виды уравнений:

1) аддитивные — $Y = S + T + E$;

2) мультипликативные — $Y = S \cdot T \cdot E$, где Y — величина, характеризующая временной ряд; S — циклическая компонента временного ряда; T — трендовая компонента временного ряда; E — случайная компонента временного ряда.

Математические модели сопровождаются следующими параметрами:

1) статистическим критерием значимости модели;

2) критерием качества модели.

Величина стандартной ошибки для доверительного интервала прогнозируемого значения основана на дисперсионном анализе.

В табл. 1.1 представлена классификация основных задач оптимизации и методы их решений.

Таблица 1.1

Классификация основных задач оптимизации и методы их решений

<table>
<tr><th colspan="2">Задача</th><th>Метод решения</th></tr>
<tr><td colspan="3">Линейное программирование</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Экономико-математическая задача, состоящая в нахождении оптимального (максимального или минимального) значения целевой функции, принадлежащей области допустимых значений</td><td>Графический метод (задачи с двумя переменными, задачи со многими переменными при условии, что в их канонической записи содержится не более двух свободных переменных)</td></tr>
<tr><td>Симплекс метод</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Транспортная задача</td><td>Определение опорного плана</td><td>Метод северо-западного угла (диагональный);
метод оптимальной стоимости (метод наименьшего элемента);
метод Фогеля;
метод двойного предпочтения</td></tr>
<tr><td>Нахождение оптимального решения путем последовательных операций</td><td>Распределительный метод;
метод потенциалов</td></tr>
<tr><td colspan="3">Динамическое программирование</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача о распределении средств</td><td rowspan="2">Принцип оптимальности Беллмана</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача о замене оборудования</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Задачи сетевого планирования</td><td>Задача о наименьшем времени выполнения технологического комплекса</td><td>Метод критического пути;
метод PERT;
метод GERT;
метод VERT;
метод GAAN</td></tr>
<tr><td>Задача о поиске в сети кратчайшего пути</td><td>Метод Форда</td></tr>
<tr><td colspan="3">Задача управления запасами</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача управления запасами</td><td>Модель Уилсона</td></tr>
<tr><td colspan="3">Условная оптимизация</td></tr>
<tr><td colspan="2">Нахождение экстремума функции при ограничениях</td><td>Метод множителей Лагранжа;
метод покоординатного спуска;
метод наискорейшего спуска;
метод сопряженных направлений;
методы штрафных функций</td></tr>
</table>

2. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

2.1. Линейное программирование

Математическое программирование сегодня широко используется в разных сферах жизнедеятельности для решения задач по планированию и управлению. Линейное программирование чаще всего применяется, чтобы решать задачи по оптимизации. Его методы максимально точно описывают различные задачи бизнеса, когда требуется: спланировать оборот товара; разместить розничную торговую сеть города; спланировать снабжение города или района товаром; прикрепить к поставщикам компанию, которая ведет торговую деятельность; организовать рациональные перевозки товара; должностное распределение работников торговли; организовать рациональные закупки продуктов питания, распределить ресурсы; спланировать инвестиции; оптимизировать связи между отраслями; заменить торговое оборудование; определить оптимальный ассортимент, когда торговая площадь небольшая; установить рациональный режим работы.

Линейное программирование является одним из направлений программирования математического. Оно включает методы, позволяющие решать экстремальные задачи, где переменные и линейная функции находятся в линейной зависимости. Чтобы решать задачи в данном направлении, применяют ее математическую модель и проводят выбор соответствующего метода.

Основная задача линейного программирования (ОЗЛП)

Основной задачей линейного программирования является задача на нахождение экстремума (max или min) линейной функции

$$Z = c_0 + c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n$$

при линейных ограничениях

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \le b_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \le b_m, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0.$$

В линейном программировании для решения двумерных задач применяется графический метод. Когда $n = 3$, может рассматриваться трехмерное пространство, в одной из вершин многогранной фигуры значение целевой функции будет оптимальным.

Если рассматривать в целом, когда задача содержит n неизвестных, то решением является выпуклый многогранник в n-мерном пространстве, в одной либо нескольких вершинах которого значение целевой функции будет оптимальным. Крайне сложно найти графическое решение задачи в случаях, когда переменных больше трех.

Симплекс-метод — универсальный способ, позволяющий решать задачи в линейном программировании, — является основным. Сначала рассматривается одна из вершин, которые имеет многогранник (условия). В случаях, когда выявлено ее несоответствие максимуму или минимуму, рассматривают следующую вершину, при этом производится увеличение значения функции цели, если задача решается на максимум, или уменьшение, — если на минимум. Отсюда следует, что, когда переходят от вершины к вершине, достигается улучшение значения функции цели. Ввиду того, что многогранник имеет ограниченное число вершин, то за определенное количество шагов будет гарантированно найдено оптимальное значение или установлено, что решить задачу невозможно.

Применение этого метода возможно для решения любой задачи линейного программирования в канонической форме, что говорит о его универсальности. Ограничением является система уравнений линейного типа, где неизвестных больше, чем уравнений. В случаях, когда ранг системы — r, возможно сделать выбор r неизвестных, которые выражаются через другие неизвестные. Чтобы получить определенность, допустим, что неизвестные, которые будут первыми идти подряд, — это $X_1, X_2, ..., X_r$. Отсюда следует такой вид системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = b_1 + a_{1r+1}x_{r+1} + ... + a_{1n}x_n, \\ x_2 = b_2 + a_{2r+1}x_{r+1} + ... + a_{2n}x_n, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ x_r = b_r + a_{rr+1}x_{r+1} + ... + a_{rn}x_n. \end{cases}$$

Любая совместная система может быть приведена к данному виду, к примеру, используя метод Гаусса.

Основой симплекс-метода является теорема, которая становится для него фундаментальной. Оптимальные планы задачи линейного программирования, имеющего каноническую форму, обязательно включают опорное решение системы, устанавливающей ограничения. В случаях, когда у задачи только один оптимальный план, имеется его совпадение с некоторым решением, которое является опорным. Число разных видов опорных решений ограничительной системы — конечное. В этой связи задачи в канонической форме можно было бы решать, перебирая опорные решения и выбирая наибольшее значение F. Однако сначала требуется нахождение опорных решений, потому что они неизвестны, к тому же реальные задачи могут иметь большое количество данных решений, невозможно все их перебрать. Данная методика — это процедура, в ходе которой опорные решения перебираются направленно. Взяв за основу опорное решение, которое было найдено ранее, применяется определенный алгоритм, чтобы подсчитать новое опорное решение, где целевая функция F будет иметь значение не меньше, чем в базовом. Ряд последовательных шагов позволяет получить опорное решение. Это и будет оптимальный план.

В случаях, когда при нахождении первого базисного решения его значение допустимо, осуществляют проверку на предмет оптимальности. При неоптимальности переходят к другому базисному решению, которое обязательно должно быть допустимым.

Применение симплекс-метода является гарантией того, что линейная форма при этом новом решении, если и не сможет достигнуть оптимального значения, то будет максимально близкой в отношении него. Точно также делают и с новым базисным решением, которое является допустимым до тех пор, пока не получится найти оптимальное решение.

В этой связи симплексный метод подразумевает двухэтапный процесс, где сначала находят допустимое базисное решение для системы ограничений или устанавливают, что она несовместима, а потом находят оптимальное решение.

В составе каждого этапа могут быть последовательные шаги, которые соответствуют определенному базисному решению. Но их количество всегда будет конечным, потому что количество базисных решений всегда имеет конечное значение.

Данная схема симплекс-метода показывает, что это алгоритм, где имеется четкое описание того, в какой последовательности выполняются операции. Благодаря этому метод может успешно программироваться и использоваться на электронно-вычислительных машинах. Что касается задач, где ограничений и переменных немного, их можно решать с применением данного метода в ручном режиме.

Пример

В микрорайоне планируется построить детские площадки для дошкольников и школьников. Площадка для дошкольников занимает площадь 1,5 кв. ед., стоит 105 д.е. и строится 4 недели. Площадка для школьников занимает 5 кв. ед., на строительство потребуется 300 д.е. и 6 недель.

Какое максимальное количество площадок можно построить за 52 недели, если выделен бюджет 1700 д.е., предоставленного оборудования хватает для строительства одной площадки единовременно и суммарная площадь площадок должна занимать не менее 25 кв. ед.? Сколько при этом будет площадок для дошкольников и школьников?

Решение

$$x_1 + x_2 \to \max,$$

$$\frac{3}{2}x_1 + 5x_2 \geq 25,$$

$$105x_1 + 300x_2 \leq 1700,$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 52.$$

Меняем ограничения со знака ≥ на знак ≤, домножая строчку на –1:

$$-\frac{3}{2}x_1 - 5x_2 \leq -25,$$

$$105\ x_1 + 300\ x_2 \leq 1700,$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 52.$$

Для каждого ограничения с неравенством добавляем дополнительные переменные $x_3 \ldots x_5$. Перепишем ограничения в каноническом виде:

$$-\frac{3}{2}x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -25,$$

$$105\ x_1 + 300\ x_2 + x_4 \leq 1700,$$

$$4x_1 + 6x_2 + x_5 \leq 52.$$

Ищем начальное базисное решение:

F	1	1	0	0	0	0
Базис	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{x_4}$	$\boldsymbol{x_5}$	$\boldsymbol{b}$
$\boldsymbol{x_3}$	–1,5	–5	1	0	0	–25
$\boldsymbol{x_4}$	105	300	0	1	0	1700
$\boldsymbol{x_5}$	4	6	0	0	1	52

В столбце b присутствует отрицательное значение. Максимальное по модулю $|b|_{max} = |-25|$ находится в строке 1. Максимальный по модулю элемент в строке 1 равен –5 находится в столбце 2. В качестве базисной переменной x_3 берем x_2. Делим строку 1 на –5. Из строк 2, 3 вычитаем строку 1, умноженную на соответствующий элемент в столбце 2.

Обновленная таблица имеет вид:

F	1	1	0	0	0	0
Базис	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{x_4}$	$\boldsymbol{x_5}$	$\boldsymbol{b}$
$\boldsymbol{x_3}$	0,3	1	–0,2	0	0	5
$\boldsymbol{x_4}$	15	0	60	1	0	200
$\boldsymbol{x_5}$	2,2	0	1,2	0	1	22

Вычисляем значения дельты в соответствии с формулой

$$\Delta_i = F_2 a_{1i} + F_4 a_{2i} + F_5 a_{3i} - \mathrm{F}_i.$$