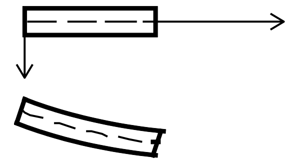
Изогнутая ось балки

v — ....

φ — ....

....

....



Гипотезы

1) *Гипотеза плоских сечений:* ....

....

....

2) ....

....

Правила знаков $\Rightarrow$ ***для*** v ***для*** φ

$\overline{}$ ____ $\overline{}$ ____

Жесткие балки имеют

отношение .... $\frac{v}{} = \_\_\_ \div \_\_\_$

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки 2-го порядка

Кривизна балки прямо пропорциональна ....

и обратно пропорциональна ....

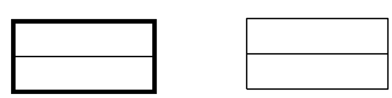
$\frac{1}{\rho} = \_\_\_\_$

При плоском прямом изгибе ....

....

$\sigma = \_\_\_$

На основании гипотезы плоских сечений..............



....

$\gamma = \ldots\ldots\ldots\ldots,\quad \gamma = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \ldots\ldots\ldots$ *или* $\_\_\_ = \_\_\_$,

По закону Гука $\sigma_x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Продифференцируем обе части уравнения ....

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} =$$

Дифференциальное уравнение

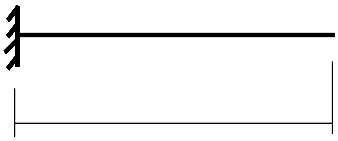
$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \_\_\_$; .... ***изогнутой оси балки***...............

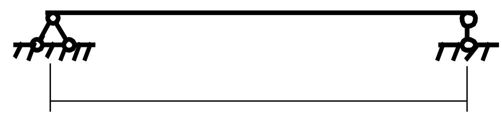
Граничные условия

Три типа: 1) .... (..),

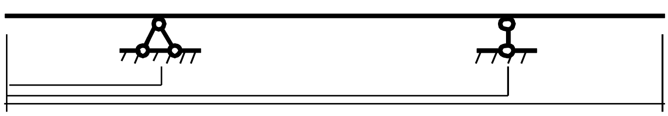
2) .... (..),

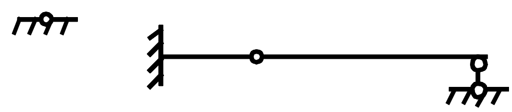
3) .... (..).





Жесткое защемление	***Свободный край***	***Шарнирно-неподвижная опора***	***Шарнирно-подвижная опора***
при x = ...	*при* x = ...	*при* x = ...	*при* x = ...
1)	1)	1)	1) ....
2)	2)	2)	2) ....





При x = ...   *при* x = ...   *при* x = ...   *при* x = ...   φ   φ

1) ....   1) ....   1) ....   1) ....

2) ....   2) ....   2) ....   2) ....

$\Delta\varphi$ = …………

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки 4-го порядка. Метод начальных параметров для определения прогибов и углов поворота сечения

EJ v (....) =...........   —— =........

EJ v (....) =............=............   (...)

EJ v (....) =............=...........   (...)   —— =........

EJ v (....) =...........   ....

....

При интегрировании следует учитывать, что

1) *начало координат помещается в крайнюю левую точку балки, при составлении выражения изгибающих моментов берутся силы,*

....

2) *интегрирование ведется по новой переменной* (x − ...).

Полное решение неоднородного дифференциального уравнения (....) *состоит из суммы*…………..

....

Интегрируем последовательно однородное уравнение.

$EJ\ v\,(\,...\,) =$........ ( )

$EJ\ v\,(\,...\,) =$.............=...( )

$EJ\ v\,(\,...\,) =$.............=.........x + ...( )

$EJ\ v\,(\,...\,) =$............. = c_1— + c_2......+ c_3 ( )

$EJ\ v\,(\,...\,) = c_1$— + c_2 — + c_3....... + c_4 ( )

Получили общее..

Обозначим в начале координат прогиб $v(0) = v_0$,

угол поворота $\varphi\,(...) = \varphi_0$, *изгибающий момент*

$M(...) = M$, *поперечную силу* $Q(\ \ ) = Q$.

Величины .... *называются* ....

Из соотношений (....), (....), (....), (....) *получаем, что*

c_1 =............, c_2 =.............., c_3 =.................., c_4 =..

Запишем полное решение неоднородного дифференциального уравнения (....) *в виде*

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

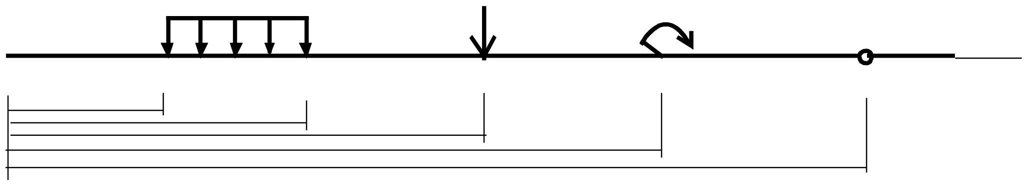
…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

Универсальные уравнения для определения прогибов и углов поворота сечений балки



$v(x) = v_0 + \varphi_0$ .... ______ ______ ______ ______

______ ______ $\Delta\varphi$...............

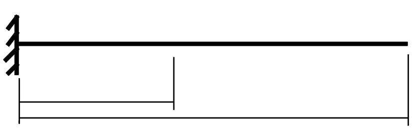
$\varphi(x) = \varphi_0$ ______ ______ ______ ______

______ ______ $\Delta\varphi$

$M(x) = -EJ\varphi'(x), \quad Q(x) = -M'(x).$

Неизвестные величины в уравнениях прогибов и углов поворота сечений определяются из граничных условий.

Задача 5.1. *Для заданной балки записать уравнения прогибов и углов поворота сечений по методу начальных параметров.*



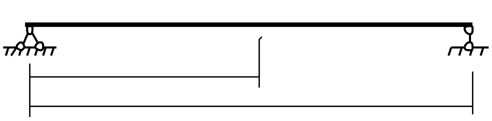
При x = 0 v_0 = ..., M_0 = ...,

φ_0 = ..., Q_0 = ...

$v(x)$ = ______ ______ ______

$\varphi(x)$ = ______ ______ ______

Задача 5.2. *Для заданной балки записать уравнения прогибов и углов поворота сечений по методу начальных параметров.*



Граничные условия при x = ...

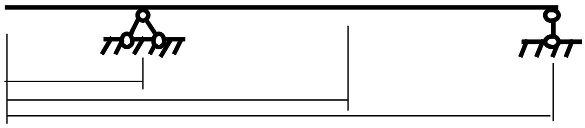
При x = 0 v_0 = ..., M_0 = ...,

φ_0 = ..., Q_0 = ...

$v(x) = \varphi_0 \cdot x$ ______ ______

$\varphi(x) = \varphi_0$ ______ ______

Задача 5.3. *Для заданной балки записать уравнения прогибов и углов поворота сечений по методу начальных параметров.*



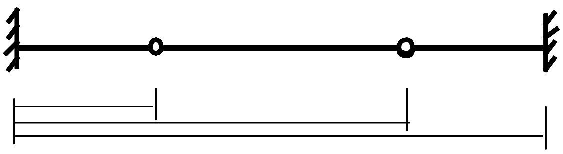
Граничные условия:
1) *при х* ....
2) *при х* ....

При х = 0 v_0 = ..., M_0 = ...,
φ_0 = ..., Q_0 = ...

$v(x)$ =.............

$\varphi(x)$ = ... ——— ————

Задача 5.4. *Для заданной балки записать уравнения прогибов и углов поворота сечений по методу начальных параметров.*



Граничные условия:
при х ....1) ....
2) ....

При х = 0 v_0 = ..., M_0 = ...,
φ_0 = ..., Q_0 = ...

$v(x)$ = ——

$\varphi(x)$ = ——

Неизвестными в уравнениях являются.........

Граничные условия при х = ...

(x) = ——

(x) = ——

Из решения системы уравнений находим ....

Вычислив значения v *и* φ *в характерных сечениях балки, можно построить эпюры* $v(x)$ *и* $\varphi(x)$, *учитывая следующие зависимости.*

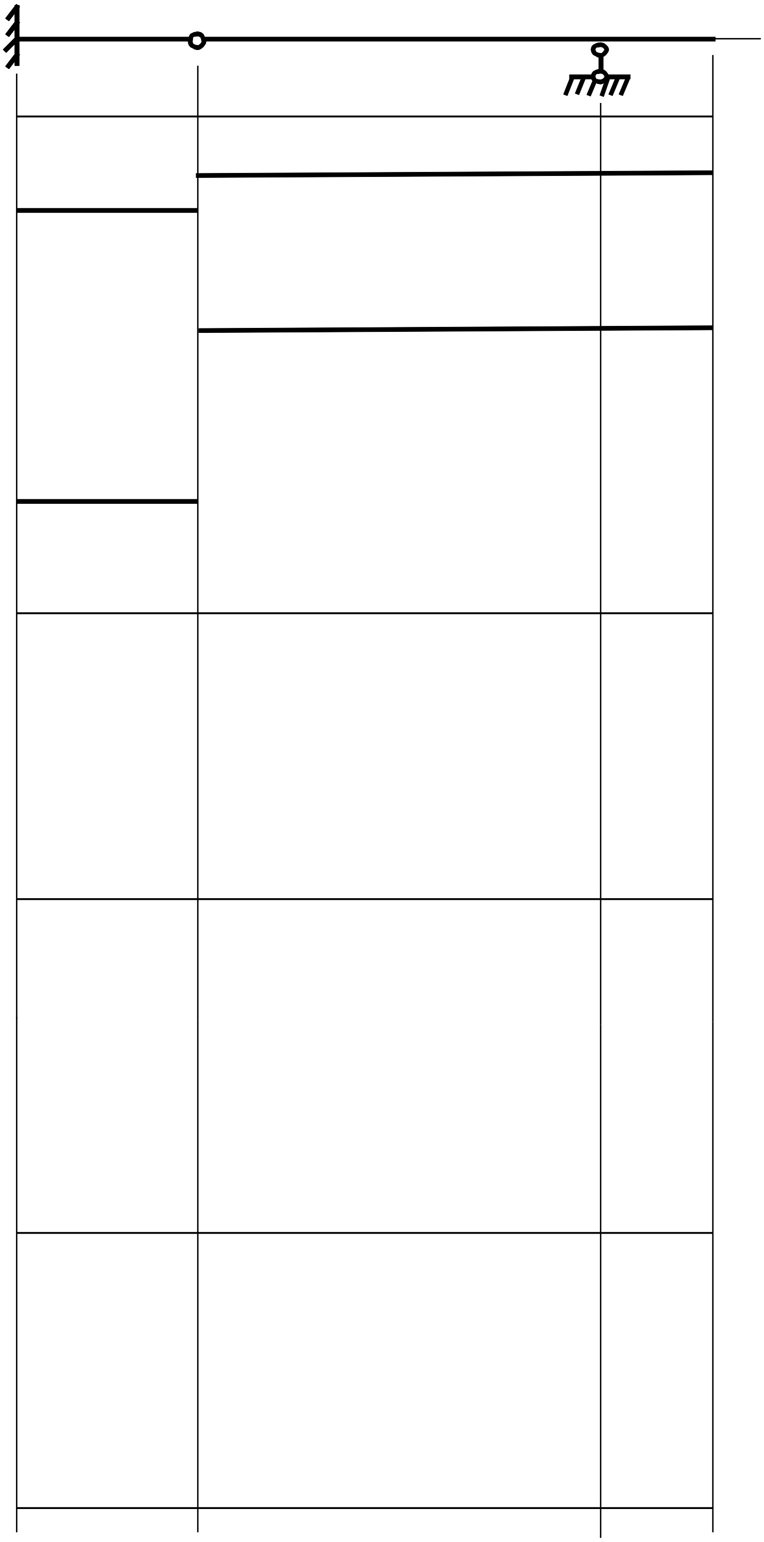
В точке, где эпюра «Q» меняет знак, на эпюре «φ» будет точка перегиба.

В точке, где на эпюре моментов М = 0, на эпюре «φ» будет точка экстремума.

В точке, где на эпюре углов поворота φ = 0, на эпюре «v» будет экстремум.

В точке, где эпюра моментов «М» меняет знак, на эпюре «v» будет точка перегиба.

Задача 5.5. *Заданную балку рассчитать методом начальных параметров,……………………….*



……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….

Расчет балки с врезанным шарниром начинается ………
……………………………………….
……………………………………….

Расчет балки АС.

$\sum M_A = 0$ (   )

……………………………………….

R =..............................

$\sum M_B = 0$ (   )

R =..............................

Эпюра «Q»

……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….

Эпюра «M»

……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….

Расчет балки ____.

Эпюра «Q»

……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….

Эпюра «M»

……………………………………….
……………………………………….
……………………………………….

Подбор сечения в форме..........

$M_z^{нб}$ = ... кнм, R = ... МПа, γ_C = ...

$W_z^{тр}$ —— = ————

……………………. ***Принимаем*** ....

W_z =........см^3, J_z =............см^4.

Определение жесткости балки при изгибе E = ...
EJ_z = ...

Запишем универсальные уравнения для определения прогибов и углов поворота сечений заданной балки.

Начальные параметры: при x = ... v_0 = ..., M_0 = ...,

φ_0 = ..., Q_0 = ...

$v(x)$ = ______ ______ ………… ______ ______ ______

$\varphi(x)$ = ______ ______ ………… ______ ______ ______

Неизвестную величину .... *определим* ....

при x = ...

.... = ________ ________

$\Delta\varphi$ = __________

Определение прогибов и углов поворота сечений ....
....

x = ...v = ________ ________

x = ...v = ________ ________

x = ...φ = ________ ________

φ = ... ________

x = ...φ = ________ ________

x = ...φ = ________ ________

Построение ....

Определение наибольшего прогиба в точке, где φ = ... *при* x = ...

v_{max} = ________ ________ ____________ __________

v_{max} = ______________ φ = ______________

Интегральная формула для определения прогибов и углов поворота сечений балки

$$\Delta = \int \frac{\dots}{\dots}\, dx = \sum \text{———}$$

Δ – *обобщенное*.. { ——| ——— ———

u v φ

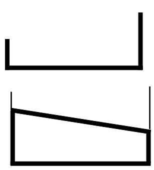
M_p – *эпюра изгибающих моментов в заданной балке*..

M – *эпюра изгибающих моментов в заданной балке* ....

Для определения горизонтального u *и вертикального* v *перемещений в рассматриваемой точке*...

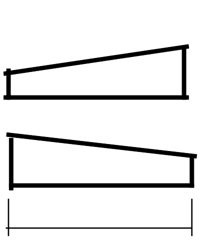
Для определения угла поворота сечения φ *в рассматриваемой точке* ....
....

Для Δ *знак плюс* $\boxed{+}$ *в результате расчета означает, что перемещение направлено* ....;
знак минус $\boxed{-}$ *в результате расчета означает, что перемещение направлено*
....



Правило А.Н. Верещагина: *интеграл от произведения криволинейной функции* .... *на линейную* .... *равен произведению площади эпюры* ....(......) *на ординату* ..... *из эпюры* ...., *которая находится* ....
....

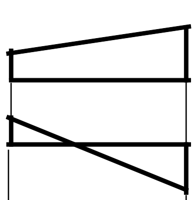
Произведение ($\omega \times y$) *принимается со знаком* $\boxed{+}$, *если обе эпюры* M_p *и* M *расположены* ....,
и со знаком $\boxed{-}$, *если обе эпюры расположены* ....
....

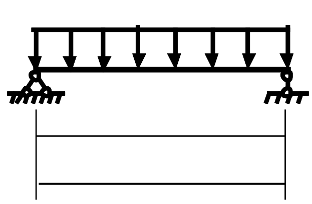


Формула трапеций используется при перемножении двух линейных функций на рассматриваемом участке

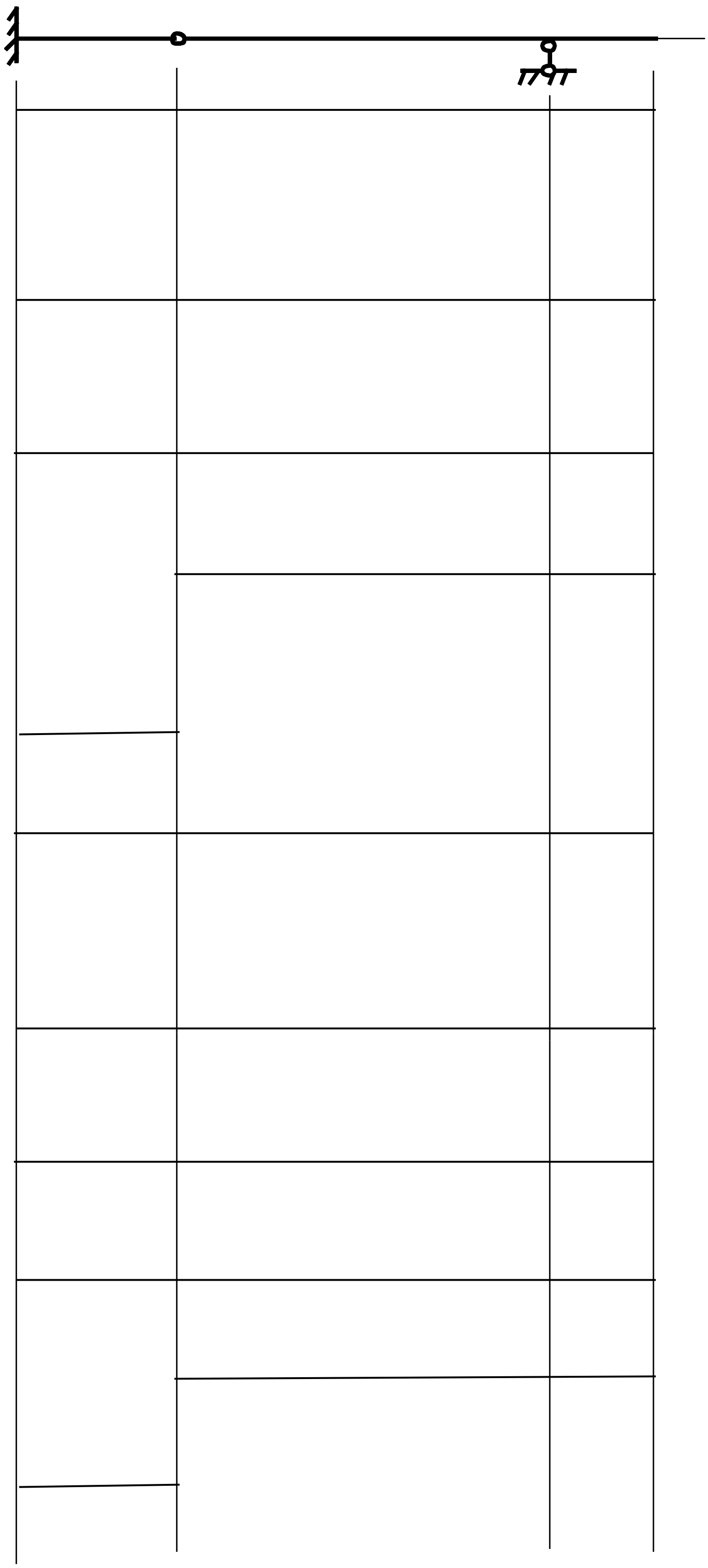
$\int M_p \cdot M\, dx =$ — (....)

$\int M_p \cdot M\, dx =$ — (....)





Продолжим решение задачи, с помощью интегральной формулы определим перемещения и углы поворота сечений балки ……………………………………………



$\Delta\varphi$ ....

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

$\Delta\varphi = \int \frac{\dots}{\dots} dx =$

…………………………………………

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

$v = \int \frac{\dots}{\dots} dx =$

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

$v = \int \frac{\dots}{\dots} dx =$

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

………………………………………….

Задача 5.6. *С помощью интегральной формулы определить* ……………………………………………..
…….

……

……

……

……

……

……

……

……

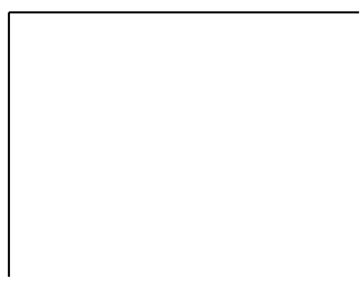
……

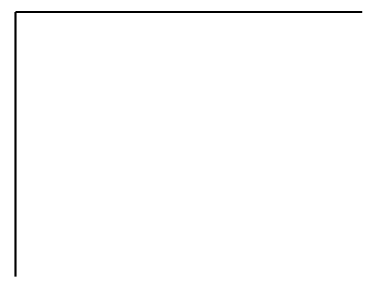
……

Расчет рамы

Задача 5.7. *Определить* ....

....





....

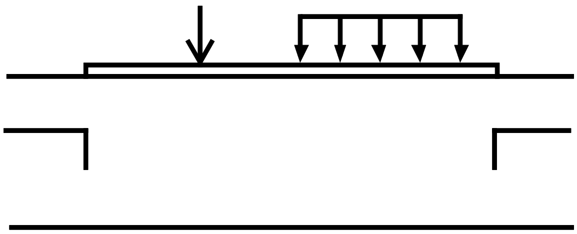
....

....

....

....

Балка на упругом основании
Расчет балки конечной длины



Дифференциальное уравнение изгиба балки на упругом основании

....

$q(x)$ = ...

$q_r(x)$ =..

k – ....

b – ....

Вводится коэффициент $\lambda = \frac{\quad}{\quad}$ ....

.... $\frac{d^n}{dx^n} = \frac{\quad}{\quad}$

Функции А.Н. Крылова:

$Y_1(\xi)$ = ...

$Y_2(\xi)$ = ...

$Y_3(\xi)$ = ...

$Y_4(\xi)$ = ...

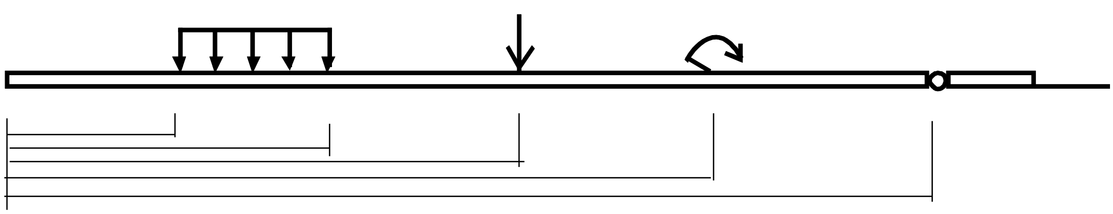
Свойства:

1) ....

....

2) *В точке при* ....

....



$$V(\xi) = v_0 Y\ (\xi) + \frac{\varphi_0}{\lambda} Y\ (\xi) - \frac{M_0}{EJ\lambda^2} Y(\xi) - \frac{Q_0}{EJ\lambda^3} Y(\xi) + \frac{q}{4EJ\lambda^4}\left[1 - Y_1 \quad - \quad\right] -$$

$$\frac{q}{4EJ\lambda^4}\left[1 - Y_1 \quad - \quad\right] + \frac{P}{EJ\lambda^3} Y\ (\xi \qquad) - \frac{M}{EJ\lambda^2} Y(\xi \qquad) + \frac{\Delta\varphi}{\lambda} Y\ (\xi \qquad)$$

$$\varphi(\xi) = -4\lambda\, v_0 Y_4(\xi) + \varphi_0 Y_1(\xi) - \frac{M_0}{EJ\lambda} Y_2(\xi) - \frac{Q_0}{EJ\lambda^2} Y_3(\xi) + \frac{q}{EJ\lambda^3} Y_4(\xi \qquad) -$$

$$\frac{q}{EJ\lambda^3} Y_4(\xi \qquad) + \frac{P}{EJ\lambda^2} Y_3(\xi \qquad) - \frac{M}{EJ\lambda} Y_2(\xi \qquad) + \Delta\varphi\, Y_1(\xi \qquad)$$

$$M(\xi) = 4EJ\lambda^2 v_0 Y_3(\xi) + 4EJ\lambda\, \varphi_0 Y_4(\xi) + M_0 Y_1(\xi) + \frac{Q_0}{\lambda} Y_2(\xi) - \frac{q}{\lambda^2} Y_3(\xi \qquad)$$

$$\frac{q}{\lambda^2} Y_3(\xi \qquad) - \frac{P}{\lambda} Y_2(\xi \qquad) + M\, Y_1(\xi \qquad) + 4EJ\lambda\, \Delta\varphi\, Y_4(\xi \qquad)$$

$$Q(\xi) = 4EJ\lambda^3 v_0 Y_2(\xi) + 4EJ\lambda^2 \varphi_0 Y_3(\xi) - 4\lambda\, M_0 Y_4(\xi) + Q_0 Y_1(\xi) - \frac{q}{\lambda} Y_2(\xi \qquad)$$

$$\frac{q}{\lambda} Y_2(\xi \qquad) - P Y_1(\xi \qquad) - 4\lambda\, M\, Y_4(\xi \qquad) + 4\, EJ\lambda^2\, \Delta\varphi\, Y_3(\xi \qquad)$$

Задача 6.1. *Для заданной балки с помощью метода начальных параметров записать уравнения* ....

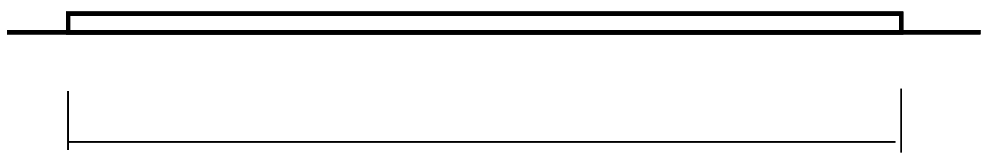
....

....

....

....

....



Решение методом начальных параметров.

Начальные параметры………………………………………………………………

…………………………………….......$v_0 =$ ………… $\varphi_0 =$ ………..

………………………………….. $M_0 =$ ………….. $Q_0 =$ ………..

....

....

....

....

$v(\xi) =$ .... $Y\ (\xi)$ — $Y\ (\xi)$ —— $Y\ (\xi)$ —— $Y\ (\xi$

....

$\varphi(\xi) =$ ..... . $Y\ (\xi)$ ..... $Y\ (\xi)$ —— $Y\ (\xi)$ —— $Y\ (\xi$

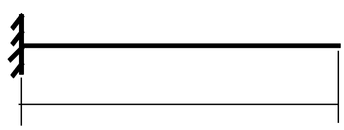
………………………………………

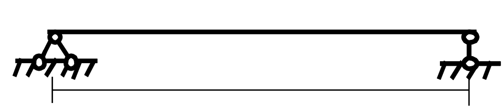
$M(\xi) =$ .... $Y\ (\xi)$ .... $Y\ (\xi)$ ...... $Y\ (\xi)$ — $Y\ (\xi \quad)$

………………………………………

$Q(\xi) =$............. $Y\ (\xi)$ ………. $Y\ (\xi)$ .... $Y\ (\xi)$ ..... $Y\ (\xi \quad)$

Неизвестные начальные параметры ....

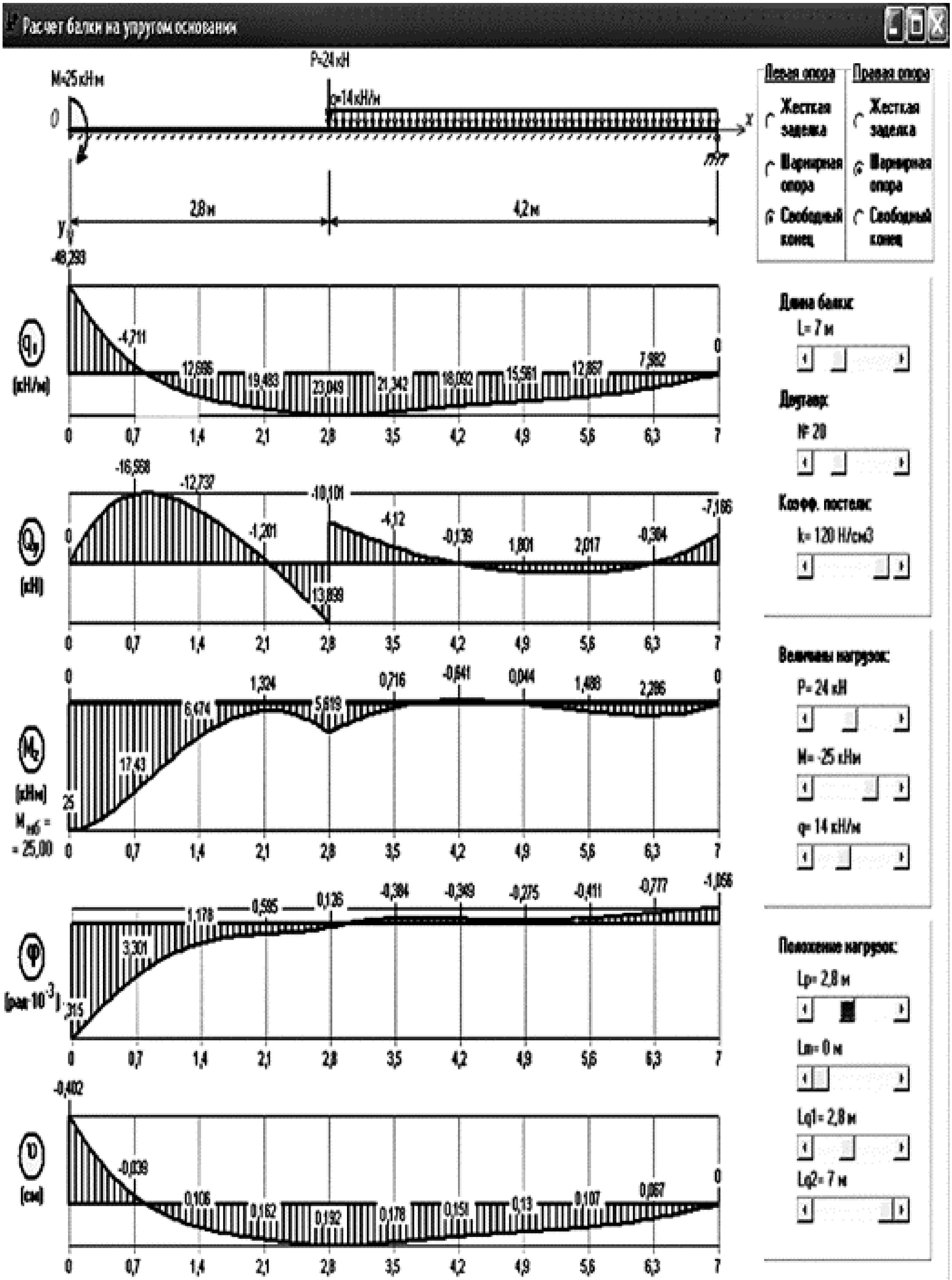




$x = 0$ $x = \ell$ $x = 0$ $x = \ell$

....

Граничные условия в балке АВ: ....



Запишем граничные условия в развернутом виде:

$v\ (\xi) = ...\ Y\ (\xi)\quad —\ Y\ (\xi)\quad ——\ Y\ (\xi)\quad ——\ Y(\xi$

$M\ (\xi) =\ ....\ Y\ (\xi)\quad ....\ Y\ (\xi)\quad .....\ Y\ (\xi)\quad —\ Y(\xi\quad)$

Задано: №.........W_z = ... k = ...

J_z = ... EJ_z = ...

b = ... q = ... P ....

E = ... m = ...

$\lambda = \sqrt{——}\ = \ = \sqrt{————————}$ ....

$EJ_z\lambda^2 = 38{,}64\cdot10^6\cdot88{,}11342211\cdot10^{-6} = 3404{,}70263$ kH

$EJ_z\lambda^3 = 3404{,}70263\cdot9{,}386874992\cdot10^{-3} = 31{,}95951797$ kH/см

$4EJ_z\lambda^2 = 13618{,}81052$ kH

$4EJ_z\lambda^3 = 127{,}8380719$ kH/ см

$4EJ_z\lambda^4 =$

Определение ....

x_1 = ..., ξ_1 = ...=..

x = ..., ξ = ...=..

Определение ....

$Y\ (\xi) = Y\ (\quad) = 341{,}91461,\quad Y\ (\xi\quad \xi\ ) = Y\ (\qquad) =$.......................

$Y\ (\xi) = Y\ (\quad) = 221{,}76518,\quad Y\ (\xi\quad \xi\ ) = Y\ (\qquad) =$.......................

$Y\ (\xi) = Y\ (\quad) = 50{,}80835,\quad Y\ (\xi\quad \xi\ ) = Y\ (\qquad) =$..........................

$Y\ (\xi) = Y\ (\quad) = –60{,}07405,\quad Y\ (\xi\quad \xi\ ) = Y\ (\qquad) =$.......................

$\xi = 6{,}50\qquad Y_1 = 324{,}7861,\quad Y_2 = 198{,}1637,\quad Y_3 = 35{,}7713\ ,\quad Y_4 = –63{,}3105$

$\xi = 6{,}60\qquad Y_1 = 349{,}2554,\quad Y_2 = 231{,}8801,\quad Y_3 = 57{,}2528\ ,\quad Y_4 = –58{,}6870$

$$\frac{x}{\Delta} = \frac{\qquad}{\qquad}\ ,\quad x = \frac{\qquad}{\qquad} =$$

$Y_1 = 324{,}7861\ +$ ....

$Y_2 = 198{,}1637 +$ .... $= 221{,}76518,\quad Y_3 = 35{,}7713$ .... $= 50{,}80835$

$Y_4 = –\ (\ 63{,}3105$ …………………… ....