ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления (ТАУ) разработана для изучения статики и динамики процессов управления техническими объектами – производственными, транспортными, энергетическими и прочими. Ее выводами начинают пользоваться для изучения экономических, организационных, биологических и др. систем.

Для автоматического управления техническим процессом создается система, состоящая из управляемого объекта и связанного с ним управляющего устройства. Любая система должна обладать конструктивной жесткостью и динамической прочностью. Это означает, что система должна выполнять заданные ей функции с требуемой точностью, несмотря на инерционные свойства и неизбежные помехи. Пока объект обладает достаточной жесткостью и динамической прочностью, потребности в автоматическом регулировании не возникает.

До настоящего времени во многих технических устройствах функции управления остаются за человеком, он принимает решение, как и когда менять действие устройства, чтобы получить желаемый эффект. Однако увеличение мощности и быстродействия машин, повышение требований к точности приводит к тому, что человек не в состоянии управлять ими. Для каждого очевидно, что полеты космических кораблей и работа атомных электростанций невозможны при ручном управлении.

С необходимостью строить регуляторы впервые столкнулись создатели высокоточных механизмов, в первую очередь часов. Здесь небольшие, но действующие непрерывно помехи накапливаются и в итоге приводят к отклонениям от нормального хода, недопустимым по условиям точности. На рубеже нашей эры арабы снабдили поплавковым регулятором уровня водяные часы. Х. Гюйгенс (1675 г.) встроил в механические часы маятниковый регулятор хода. Первыми промышленными регуляторами стали автоматический поплавковый регулятор питания котла паровой машины (И. И. Ползунов, 1765 г.), центробежный регулятор скорости паровой машины (Дж. Уатт, 1784 г.) и первое программное устройство управления ткацким станком от перфокарты (Ж. Жаккар, 1808 г.).

В настоящее время автоматизированные системы используются во всех областях деятельности человека и очень бурно внедряются в проектирование, управление оборудованием и технологическими процессами.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Сущность проблемы

Целенаправленная деятельность человека представляет собой организованную совокупность операций, которые делятся на два класса – рабочие операции и операции управления. Механическая обработка деталей, их сварка или пайка, покраска и т. д. относятся к рабочим операциям. Для правильного и качественного выполнения рабочих операций служат операции управления, которые обеспечивают в нужные моменты времени начало, порядок следования и окончание отдельных операций, а также задают нужные параметры самому процессу: направление, скорость, ускорение рабочего инструмента при механической обработке, температуру, давление и концентрацию в химическом процессе.

Совокупность управляющих операций образуют процесс управления.

Замену труда человека в рабочих операциях называют механизацией, в операциях управления – автоматизацией, а технические устройства, выполняющие операции управления, – автоматическими устройствами. Технические средства, выполняющие данный процесс (машины, орудия труда, средства механизации), называют объектами управления. Совокупность средств управления и объекта образует систему управления.

Систему, в которой все рабочие и управляющие операции выполняют автоматические устройства, называют автоматической системой. Систему, в которой только часть операций автоматизирована, называют автоматизированной.

Можно выделить три группы операций, которые изучаются в различных курсах. Операции начала (включения), прекращения (отключения) и перехода от одной операции к другой (переключения) изучаются в теории переключающих устройств (теория расписаний). Контроль за координатами объекта, измерения их значений и выдача результатов человеку или оператору изучаются в теории автоматического контроля.

Для правильного и качественного ведения процесса некоторые из его координат (управляемые координаты) должны поддерживаться в определенных границах или изменяться по определенному закону. Это третий вид операций в теории автоматического управления.

Любой технический процесс характеризуется совокупностью физических величин, называемых координатами или показателями. Термином «параметр» обычно обозначают физические константы самих устройств.

Необходимость в управлении значениями координат возникает в том случае, когда нормальный ход процесса нарушается из-за различного рода возмущений, т. е. колебаний нагрузки, воздействий окружающей среды или внутренних помех.

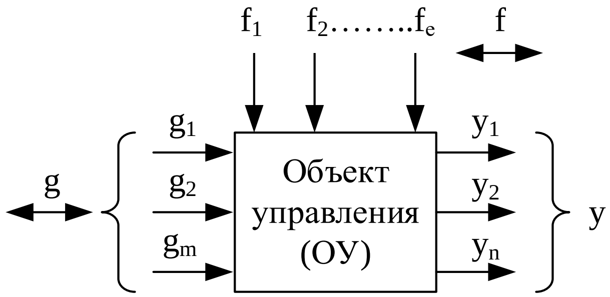

Рисунок 1.1 – Объект управления

На рисунке 1.1 схематически изображен объект управления, к управляющему органу которого приложено управляющее воздействие $g=\{g_1, g_2, \ldots g_m\}$, позволяющее изменять координаты $y=\{y_1, y_2, \ldots y_n\}$, а также возмущающее воздействие $f=\{f_1, f_2, \ldots f_e\}$.

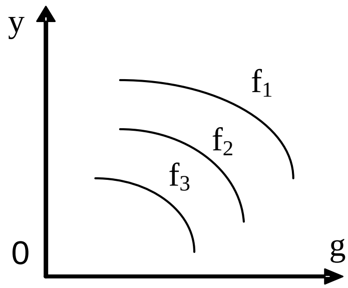

Рисунок 1.2 – Статическая характеристика объекта

В общем случае величины *y*, *g*, *f* связаны следующим образом:

$$y=A(g,\ f), \tag{1.1}$$

где A – оператор, определяющий вид зависимости, например, это может быть обычная функциональная зависимость:

$$y=F(g,\ f), \tag{1.2}$$

при котором объект называют статическим или безынерционным, а зависимость (1.2) или график, показанный на рисунке 1.2, называют статической характеристикой объекта.

Если объект обладает инерцией, то изменение *y* под воздействием *g* или *f* происходит не мгновенно и объект называют динамическим. Величины *g*, *f*, *y* динамических объектов описываются дифференциальными, интегральными или разностными уравнениями.

Алгоритм функционирования, т. е. совокупность правил, предписаний или математических зависимостей для нормального хода процесса, считается заданным. Алгоритм управления зависит от алгоритма функционирования и динамических свойств системы.

1.2. Основные принципы регулирования (управления)

Задача управления объектом заключается в формировании такого закона изменения управляющих воздействий, при котором достигается желаемое поведение объекта независимо от возмущений. В задачу управления, как частный случай, входит задача регулирования, которая сводится к поддержанию выходных величин объекта равными (пропорциональными) некоторым эталонным функциям времени – задающим воздействиям.

В настоящее время известны и широко используются три фундаментальных принципа управления: разомкнутого управления, компенсации и обратной связи.

Принципы управления рассмотрим на функциональных схемах.

1. Сущность принципа разомкнутого управления (рис. 1.3) состоит в том, что алгоритм управления формируется на основе заданного алгоритма функционирования и не контролируется другими факторами – f или y.

Зависимость $y = F(g)$ обеспечивается только конструкцией и полным учетом всех свойств системы (регулятора и объекта). Любой логический элемент и их набор являются регуляторами по разомкнутой цепи.

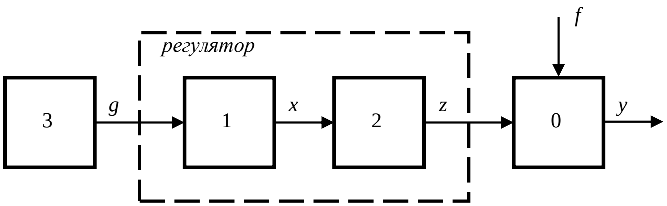

Рисунок 1.3 – Разомкнутое управление:
3 – задатчик программы; *2* – исполнительный механизм (управляющее устройство); {*1+2*} – регулятор; *0* – объект; *1* – формирующий элемент.

2. Принцип компенсации управления (управление по возмущению) предполагает измерение возмущения f элементом *4* и создание дополнительного воздействия на объект, компенсирующего влияние возмущения (рис. 1.4).

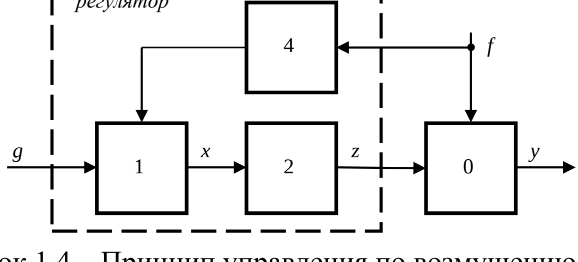

Рисунок 1.4 – Принцип управления по возмущению

В качестве примера рассмотрим схему компаундирования генератора постоянного тока (рис. 1.5), обеспечивающую неизменность выходного напряжения $U_{Г}$, равного номинальному значению $U_{ГН}$, при изменении тока нагрузки $I_{Н}$ от нуля до требуемого значения.

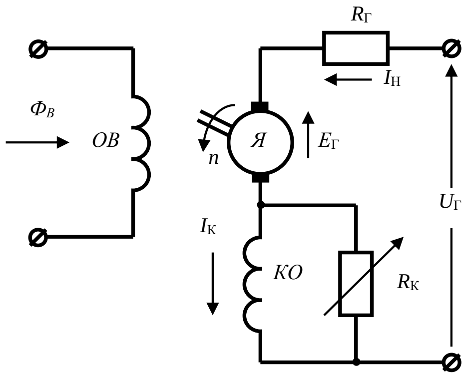

Рисунок 1.5 − Компаундирование генератора постоянного тока

Колебания тока нагрузки $I_{Н}$ являются возмущениями для $U_{Г}$, вызывая его изменение на величину $\Delta U = I_{Н} \cdot R_{Г}$. Для поддержания заданного напряжения на зажимах генератора $U_{ГН}$ необходимо изменять ЭДС генератора в функции тока нагрузки $I_{Н}$ по закону $E_{Г} = I_{Н} \cdot R_{Г} + U_{ГН}$. На холостом ходу $E_{Г0} = kФn$, а величину $U_{ГН} = E_{Г0}$ устанавливают магнитным потоком возбуждения $Ф_{В}$ при постоянной скорости n вращения якоря.

Компенсацию ΔU получают изменением ЭДС с помощью последовательной (компаундной) обмотки *КО*, по которой протекает ток $I_{К}$, пропорциональный $I_{Н}$ и создающий дополнительный магнитный поток $Ф_{К}$, который устанавливают шунтом $R_{К}$ такой величины, чтобы $\Delta E_{Г} = kФ_{К}n = \Delta U$. Так достигается независимость $U_{Г}$ от тока нагрузки, но любые изменения скорости вращения якоря вызывают изменения $U_{Г}$, таким образом, отклонения n от номинального значения выступают вторым возмущающим фактором.

3. Принцип обратной связи (ОС).

Систему автоматического управления (САУ) можно построить так, чтобы требуемая точность выполнения алгоритма функционирования обеспечивалась при любых возмущениях из допустимого диапазона. На рисунке 1.6 показана общая функциональная схема, в которой элемент *4* называется цепью обратной связи, так как направление передачи воздействия в этой цепи обратно направлению передачи основного воздействия на объект. Элемент *4* выполняет измерение выходной координаты y и вырабатывает корректирующее воздействие g_0 на управляющее устройство. Схема имеет вид замкнутой цепи, что дало другое название принципу ОС – управление по замкнутому контуру. По схеме, изображенной на рисунке 1.6, строятся преобразовательные и счетно-решающие элементы.

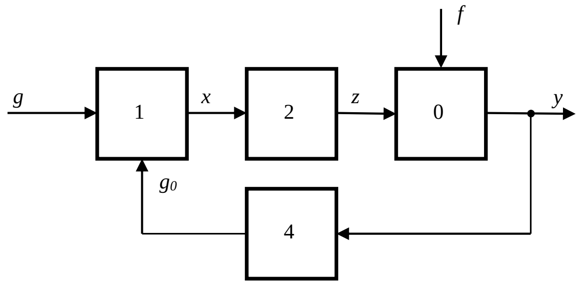

Рисунок 1.6 – Принцип обратной связи:
g_0 – фактическая координата объекта.

В управлении используется частный вид замкнутых систем, в которых коррекцию алгоритма управления осуществляют от значений, определяемых алгоритмом функционирования, т. е.

$$\Delta x = g - g_0, \tag{1.3}$$

здесь Δx – отклонение, рассогласование или ошибка управления.

Принцип регулирования по отклонению регулируемой величины от заданного значения иллюстрируется рисунком 1.7, сигнал $k \cdot y$ сравнивается с задающим воздействием $g = k \cdot y$. Если y отклонилась от требуемого значения $y_з$, то выбирается сигнал ошибки $\Delta x = g - g_0 = k \cdot (y_з - y)$, который после усиления элементом *1* через исполнительный элемент *2* воздействует на объект *0*, пытаясь устранить ошибку рассогласования $\Delta x \to 0$, т. е. в каждый момент времени $y = y_з$.

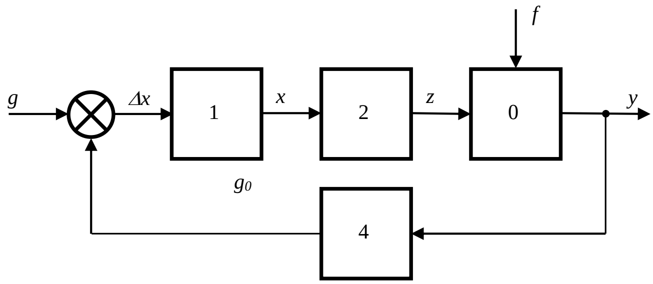

Рисунок 1.7 – Принцип регулирования по отклонению:
4 – измерительный элемент; *y* – регулируемая величина;
⊗ – сравнивающее устройство.

Пример. Реализация принципа регулирования по отклонению в стабилизаторе напряжения. На рисунке 1.8 сохранены номера элементов к предыдущим схемам.

Задача стабилизатора состоит в поддержании неизменным значения U_H при изменении $\Delta U_С$ напряжения сети $U_С$ и тока нагрузки $\Delta I_Н$ относительно номинального значения $I_Н$. Если усилитель *1* имеет очень большой коэффициент усиления ($k \to \infty$), то $\Delta U = U_З - U \approx 0$ и $U_Н = \text{const}$, так как $U_З = \text{const}$ и

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_Н. \quad (1.4)$$

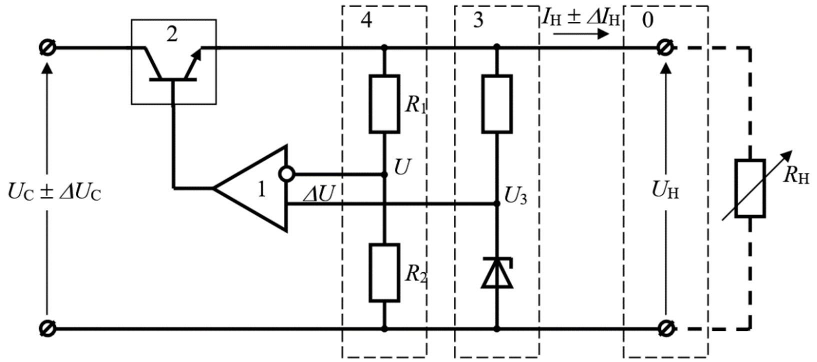

Рисунок 1.8 − Схема стабилизатора напряжения

Часто управляющее воздействие формируют не только в функции Δx, но и его производных и (или) интегралов по времени:

$$Z = F\left(\Delta x, \Delta \dot{x}, \ldots, \int \Delta x dt\right). \quad (1.5)$$

Сочетание принципов замкнутого и разомкнутого регулирования реализуется в комбинированных системах по возмущению (рис. 1.9) и по задающему воздействию (рис. 1.10).

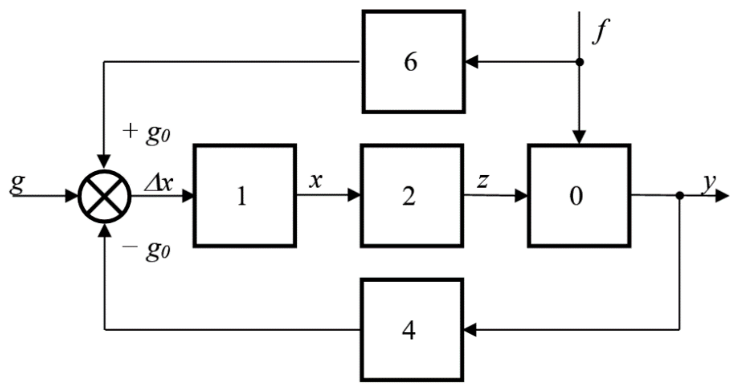

Рисунок 1.9 − Комбинированная система по возмущению

На рисунке 1.9 дополнительная связь *6* компенсирует возмущение f «в основном», а главная обратная связь *4* устраняет рассогласования, обусловленные изменением g и неточностями компенсации возмущения f.

На рисунке 1.10 прямая связь *7* обеспечивает на выходе системы задания воспроизведение g «в основном», а замкнутый контур через *4* устраняет неточности в работе системы от действия прямой связи *7* и от возмущения f.

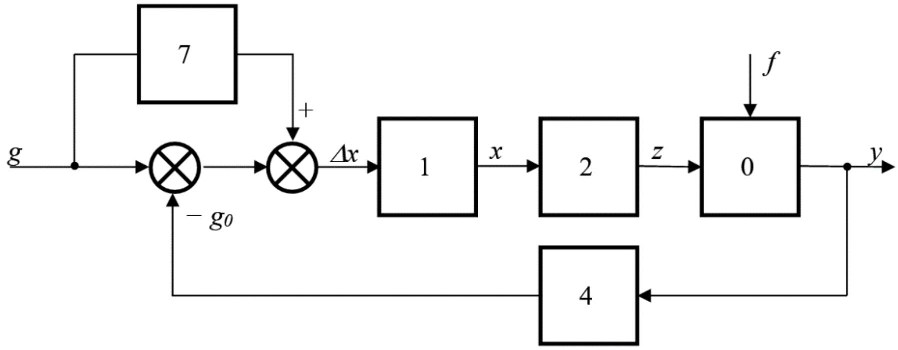

Рисунок 1.10 − Комбинированная система по задающему воздействию

1.3. Классификация и основные виды автоматического управления

К основным видам автоматического регулирования относятся:

а) стабилизация – поддержание постоянства управляемой величины. Пример: стабилизация напряжения в генераторе постоянного тока;

б) программное управление – любые системы автоматического регулирования (САР) пункта *а*, снабженные задатчиком программы $g = g(t)$ во временной или $g = g\{x, y, z\}$ в пространственной области. Пример: копировальный станок;

в) следящие системы – любые САР по пункту *а*, снабженные устройством слежения за исключением внешнего фактора. Алгоритм функционирования неизвестен. Пример: САУ зенитным орудием;

г) экстремальные системы – управление по поддержанию показателя качества max (min). Пример: настройки радиоприемника на частоту станции;

д) оптимальные системы – вычисляют параметры сигналов управления z объектом в зависимости от g, y и I − критерия оптимальности;

е) адаптивные системы – изменяют свои параметры (самонастройка) или структуру (самоорганизация) в зависимости от целевой функции.

Основное внимание будем уделять одномерным САР по отклонению. Такие системы могут быть разделены на группы по наличию усилителя, числу замкнутых контуров, закону регулирования, свойствам в установившемся режиме и характеру внешних воздействий.

Простейшие САР имеют регулятор, действующий от энергии сигнала рассогласования, – это системы прямого действия. Более совершенными являются системы непрямого действия, в которых энергия в регулятор поступает через один или несколько усилителей.

Если система имеет только основную ОС, то это одноконтурная система. Кроме основной могут быть местные ОС, охватывающие отдельные элементы прямой цепи системы, в этом случае система будет многоконтурной.

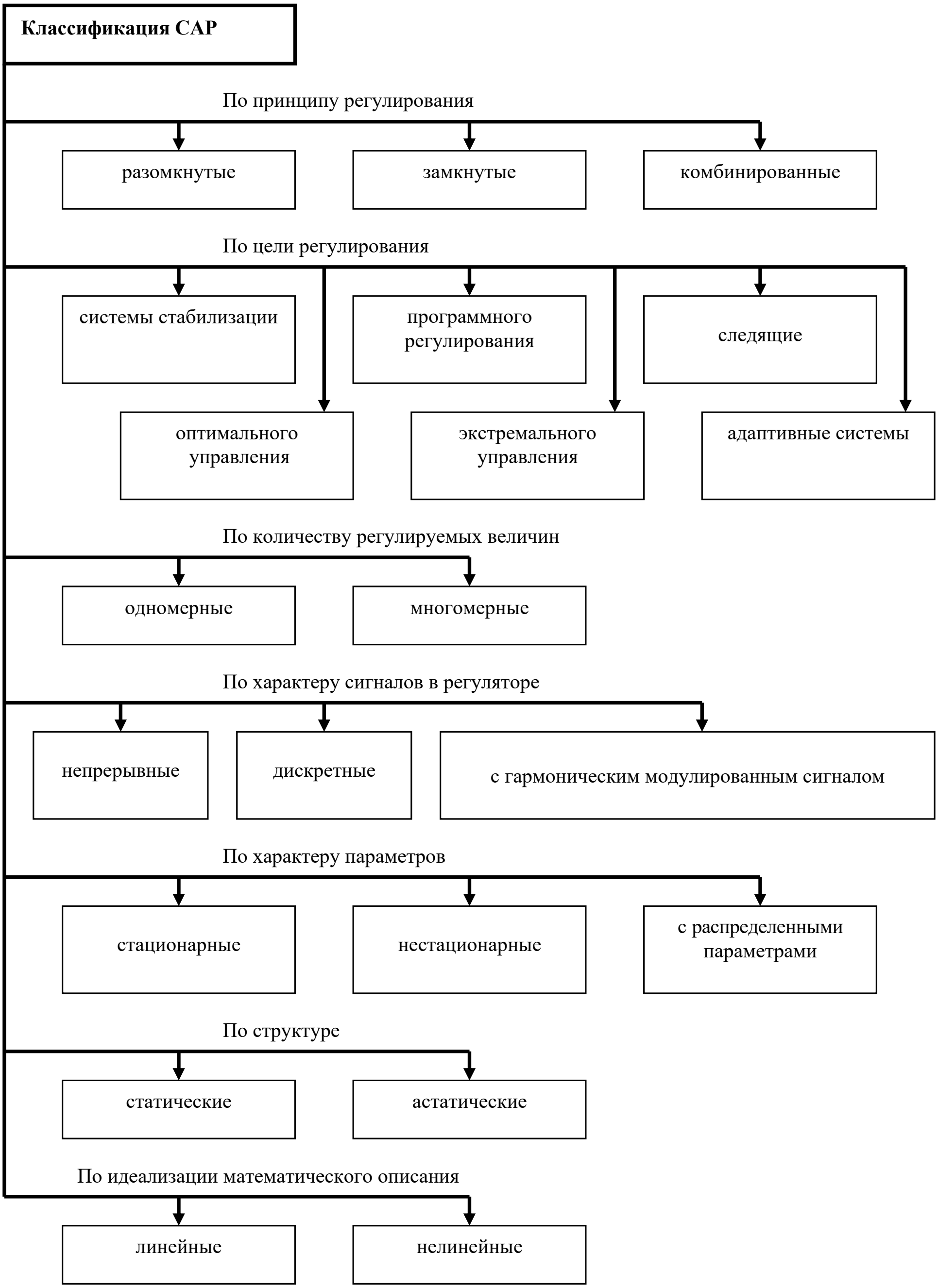

Рисунок 1.11 − Классификация систем автоматического регулирования

По свойствам в установившемся режиме различают статические и астатические (1-го, 2-го, … порядка) системы. Если регулируемая величина в установившемся режиме зависит от постоянного внешнего воздействия, то система называется статической. Если такой зависимости нет, то система считается астатической первого порядка. В астатической системе кроме этого и от первой производной внешнего воздействия. Система может быть статической (астатической) по задающему и (или) возмущающему воздействиям.

В зависимости от характера внешнего воздействия САР разделяют на детерминированные (воздействие – определенная функция времени) и стохастические системы (для которых хотя бы одно из внешних воздействий – случайная функция).

Отдельно и подробно рассмотрим основные законы регулирования.

1.4. Основные законы регулирования

Законом регулирования называют математическую зависимость, в соответствии с которой управляющее воздействие на объект вырабатывалось бы безынерционным управляющим устройством.

Наиболее распространенными законами, регулируемыми линейными регуляторами по отклонению непрерывного действия, являются: управляющее воздействие, линейно зависящее от отклонения, его интеграла или первой производной по времени. При описании законов удобно использовать безразмерные относительные переменные $\varepsilon = \Delta g / g_Б, \mu = \Delta z / z_Б$, где $g_Б$, $z_Б$ – базисные значения (например, номинальные значения).

Пропорциональный закон (П):

$$\mu = k \cdot \varepsilon, \tag{1.6}$$

где k – коэффициент передачи (усиления) регулятора; $1/k = s$ – статизм регулятора.

Интегральный закон (И):

$$\mu = \frac{1}{T_и} \cdot \int_0^t \varepsilon(t)dt, \tag{1.7}$$

$$\frac{\delta\mu}{\delta t} = \frac{\varepsilon}{T_и}, \tag{1.8}$$

где $T_и$ – постоянная времени интегрирования.

Интегральный регулятор – астатический.

Пропорционально-интегральный закон (ПИ):

$$\mu = k\left(\varepsilon + \frac{1}{T_и}\int_0^t \varepsilon(t)dt\right). \tag{1.9}$$

Здесь также обеспечивается астатическое регулирование, так как выражение (1.9) можно переписать:

$$\frac{\delta\mu}{\delta t} = \frac{\delta\varepsilon}{\delta t} + \frac{\varepsilon}{T_{\text{и}}}. \qquad (1.10)$$

В состоянии равновесия при постоянных внешних воздействиях должно быть $\frac{\delta\mu}{\delta t}t = 0$; $\frac{\delta\varepsilon}{\delta t} = 0$, откуда следует, что равновесие имеет место только при $\varepsilon \equiv 0$.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон (ПИД):

$$\mu = k\left(\varepsilon + \frac{1}{T_{\text{и}}} \cdot \int_0^t \varepsilon(t)dt + T_{\text{Д}}\frac{\delta\varepsilon}{\delta t}\right), \qquad (1.11)$$

где $T_{\text{Д}}$ – постоянная времени дифференцирования.

ПИД-регулятор также относят к астатическим, а производную $\frac{\delta\varepsilon}{\delta t}$ вводят для улучшения качества управления.

В комбинированных системах закон регулирования содержит составляющие, зависящие от внешних воздействий.

В принципе регуляторы классифицируют по закону управления и их будем рассматривать при изучении релейных, импульсных, экстремальных и других регуляторов.

Контрольные вопросы

1. Приведите основные понятия теории управления.
2. В чем заключается сущность разомкнутого управления?
3. В чем заключается сущность управления по возмущению?
4. В чем заключается сущность регулирования по отклонению?
5. В чем заключается сущность комбинированного управления?
6. Перечислите основные виды автоматического регулирования.
7. Что представляют собой законы регулирования?
8. Приведите математические модели в форме «вход – состояние – выход».

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ САР

2.1. Введение в математическое описание линейных САР

Математическое описание может быть аналитическим (уравнение), графическим (графики, структурные схемы, графы) и табличным. Система разделяется на элементы (звенья) и совокупность уравнений и структурных схем. Звенья – это модель элемента. В зависимости от цели всегда делают какие-либо допущения и приближения в отношении линейности, стационарности и безынерционности. Здесь приходится искать разумный компромисс между точностью описания САР и сложностью уравнений. Если звенья описываются линейными уравнениями, то САР называется линейной и к ней применим принцип суперпозиций. САР называется стационарной, если свойства элементов не изменяются с течением времени. Нестационарные линейные системы (звенья) или системы (звенья) с переменными параметрами описываются линейными уравнениями с переменными коэффициентами.

Поведение системы во времени описывается дифференциальным уравнением, например второго порядка

$$\mathrm{F}=\left(y,\dot{y},\ddot{y},g,\dot{g}\right)+f=0, \tag{2.1}$$

которое называют уравнением динамики. Если $y=y_0$ и $g=g_0$ постоянны, то (2.1) примет вид:

$$\mathrm{F}=\left(y_0,0,0,g_0,0\right)+f=0. \tag{2.2}$$

Так как с течением времени входная величина станет $f=f_0$ – уравнение описывает установившийся или статический режим и называется уравнением статики.

Для описания САР будем использовать представление элементов передаточными функциями, а математических моделей – структурными схемами. Для описания поведения элементов в переходных и установившихся режимах будем использовать временные или частотные характеристики.

2.2. Линеаризация

Статические характеристики нелинейных элементов в определенном диапазоне – изменение входной величины $X_{\min} \le X \le X_{\max}$ $(g,\ f \in X)$ – могут быть аппроксимированы прямыми линиями

$$y = kx + b,\quad k = \mathrm{tg}(\alpha) \tag{2.3}$$

и если такая простая линеаризация (т. е. замена $y = f(x)$ на выражение (2.3)) выполняется для $X \le \left|X_{max}\right|$, то метод называется осреднением (рис. 2.1).

Обычно САУ описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Процесс преобразования нелинейных дифференциальных уравнений в линейные называют линеаризацией. Наибольшее применение нашел метод малых отклонений, суть которого состоит в следующем. В нормально функционирующей системе фактический режим незначительно отличается от заданного, поэтому возможна линеаризация, основанная на разложении нелинейных функций в ряд Тейлора и ограничении только линейными (первыми) членами ряда.

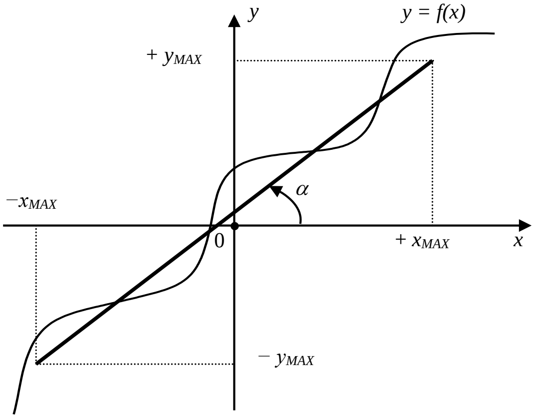

Рисунок 2.1 − Осреднение

Пусть имеем дифференциальное уравнение

$$\varphi = \left(y, \dot{y}, \ddot{y}, x_1, \dot{x}_1, x_2 \right) = 0, \tag{2.4}$$

функция достаточно гладкая и дифференцируемая по всем аргументам. Эту функцию можно разложить в ряд Тейлора в окрестностях точки, соответствующей установившемуся режиму

$$\varphi = \left(y^0, 0, 0, x_1^0, 0, x_2^0 \right) = 0. \tag{2.5}$$

Тогда

$$\varphi = \left(y^0, 0, 0, x_1^0, 0, x_2^0 \right) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^0 \cdot \Delta y + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{y}} \right)^0 \cdot \Delta \dot{y} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \ddot{y}} \right)^0 \cdot \Delta \ddot{y} +$$

$$+ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right)^0 \cdot \Delta x_1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{x}_1} \right)^0 \cdot \Delta \dot{x}_1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right)^0 \cdot \Delta x_2 + \Phi = 0$$

где $\Delta y = y - y^0$; $\Delta \dot{y} = \dot{y}$; $\Delta \ddot{y} = \ddot{y}$; $\Delta x_1 = x_1 - x_1^0$; $\Delta \dot{x}_1 = x_1^0$; $\Delta x_2 = x_2 - x_2^0$ – отклонения переменных от установившихся значений; $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right)^0$, $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right)^0$ – частные производные φ при $x_1 = x_1^0$; $x_2 = x_2^0$; $y = y^0$; $\dot{x}_1 = \dot{y} = \ddot{y} = 0$; Φ – сумма членов высших порядков малости, содержащая частные производные второго и более высоких порядков.

Обычно $\Phi \approx 0$, тогда с учетом (2.4) получаем искомое линеаризованное уравнение:

$$\left(\frac{\delta\varphi}{\delta\ddot{y}}\right)^0 \cdot \Delta\ddot{y} + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta\dot{y}}\right)^0 \cdot \Delta\dot{y} + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta y}\right)^0 \cdot \Delta y + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta\dot{x}_1}\right)^0 \cdot \Delta\dot{x}_1 + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta x_1}\right)^0 \cdot \Delta x_1 + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta x_2}\right)^0 \cdot \Delta x_2 = 0. \quad (2.6)$$

Это линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.

При нулевых начальных условиях $x_1^0 = x_2^0 = y^0 = 0$ получаем линеаризованное уравнение для переменных x_1, x_2, y:

$$\left(\frac{\delta\varphi}{\delta\ddot{y}}\right)^0 \cdot \ddot{y} + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta\dot{y}}\right)^0 \cdot \dot{y} + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta y}\right)^0 \cdot y + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta\dot{x}_1}\right)^0 \cdot \dot{x}_1 + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta x_1}\right)^0 \cdot x_1 + \left(\frac{\delta\varphi}{\delta x_2}\right)^0 \cdot x_2 = 0. \quad (2.7)$$

Очевидно, что метод малых отклонений неприменим, когда функция φ имеет разрывы непрерывности или неоднозначность по любой из переменных. Геометрически линеаризация нелинейной зависимости $\varphi(y, x) = 0$ означает замену исходной кривой AB отрезком ее касательной $A'B'$ в точке O', соответствующей заданному режиму $\varphi(y^0, x^0)$, и параллельный перенос в эту (O') точку.

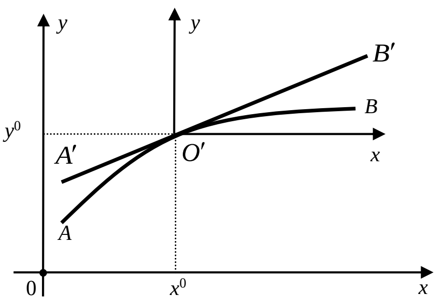

Рисунок 2.2 − Линеаризация нелинейной зависимости $\varphi(y, x) = 0$

2.3. Преобразования Лапласа

Функции $x(t)$, называемой оригиналом, вещественного переменного t это преобразование ставит в соответствие функцию $X(s)$, называемую изображением функции $x(t)$, комплексного переменного $s = \sigma + j\omega$:

$$X(s) = \int_0^\infty x(t) \cdot e^{-st} dt, \quad (2.8)$$

что символически записывается так: