Содержание

5. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

5.1 Обоснование применения статистических методов в гидрологии

При исследовании гидрологических явлений и в особенности при расчетах стока широкое применение получили методы математической статистики, основанные на теории вероятности.

Основная задача расчетов стока заключается в получении данных, характеризующих сток в будущем, когда будут действовать проектируемые мероприятия и объектов. Основанием для такого прогноза являются данные о стоке и определяющих его факторах за прошедшее время. Имея результаты непосредственных измерений стока за длительный период и основываясь на закономерностях явлений, с достаточной степенью вероятности можно получить необходимые характеристики стока.

Гидрологические явления и процессы в преобладающем большинстве многофакторные, то есть представляют результат действия большого числа факторов, степень влияния каждого из которых на формирование рассматриваемого явления учесть в полной мере не представляется возможным. Например, годовой сток зависит от количества осадков годовых, зимнего периода текущего гидрологического года, весенне-летнего периода предшествующего гидрологического года, температуры воздуха, запасов влаги в бассейне и др. Каждый из этих факторов, в свою очередь, обусловлен рядом действующих других факторов, например радиационным балансом, теплообменном с атмосферой и др. поэтому их значение может определено только статистическими методами.

Использование статистических закономерностей в гидрологических расчетах основано на том, что характеристики гидрологического режима (максимальные, минимальные или годовые расходы воды, осадки и др.) рассматриваются как совокупность случайных величин. Случайными считают какие-либо значения одной и той же величины, последовательность появления которых не связана с появлением предыдущих значений этой же величины.

Теоретическим обоснованием возможности рассмотрения гидрологических рядов как совокупности случайных величин являются так называемые предельные теоремы теории вероятности.

Основное положение этих теорем сводится к закону больших чисел, согласно которому при очень большом числе случайных однородных явлений средний их результат практически перестает быть случайным и может быть предсказан с большой степенью определенности. Это свойство случайных явлений достаточно отчетливо проявляется в рядах гидрологических величин.

Второе положение заключается в центральной предельной теореме, согласно которой явления (события), возникающие под действием суммы или произведения большого числа независимых (слабо зависимых) случайных факторов, образуют случайную совокупность, подчиняющуюся определенным статистическим законам.

Многие гидрологические явления могут рассматриваться как удовлетворяющие этой схеме.

5.2 Обеспеченность гидрологической характеристики. Формулы эмпирической обеспеченности

Обеспеченность гидрологической характеристики — вероятность того, что рассматриваемое значение гидрологической величины может быть превышено.

Если ряд гидрологических характеристик, состоящий из n членов, расположить в порядке убывания, вероятность превышения в процентах или обеспеченность характеристики, занимающей m место в ряду, равна

$$P = \frac{m}{n} \cdot 100\% \quad . \qquad (5.1)$$

По формуле (5.1) обеспеченность последнего члена ряда независимо от числа входящих в него характеристик получаем одинаковой и равной 100 %. Поэтому в формулу (5.1) необходимо внести поправки, учитывающие асимптотическое приближение обеспеченности к 100 % при n→∞.

Для установления эмпирической обеспеченности членом ограниченного ряда, которая бы в большей мере отвечала теоретической обеспеченности, предложено теоретически обоснованное выражение:

$$P = \frac{m}{n+1} \cdot 100\% \quad . \qquad (5.2).$$

Зная эмпирическую обеспеченность гидрологической характеристики, можно подсчитать вероятную повторяемость ее в годах. Под *повторяемостью* гидрологической величины понимают число лет N, в течение которых данная величина встречается (превышается) в среднем один раз. Обеспеченность P и повторяемость N связаны между собой следующим образом:

$$N=100/P, \quad \text{при } P<50\ \%, \qquad (5.3)$$
$$N=100/(100-P), \quad \text{при } P>50\ \%. \qquad (5.4)$$

Имея достаточно длинный ряд наблюдений за расходами воды, можно вычислить эмпирическую обеспеченность каждого члена ряда по формуле (5.2) и построить ее эмпирическую кривую.

Однако эмпирическая кривая обеспеченности непосредственно не дает возможности решить вопрос о расходах за пределами фактических наблюдений, так как непосредственная экстраполяция ее довольно неопределенна и может привести к значительным ошибкам. Поэтому в гидрологии применяется ряд типовых математических кривых распределения для экстраполяции эмпирической обеспеченности. Кроме того, используются различные клетчатки, позволяющие спрямить эмпирическую кривую обеспеченности и таким образом облегчить задачу ее экстраполяции.

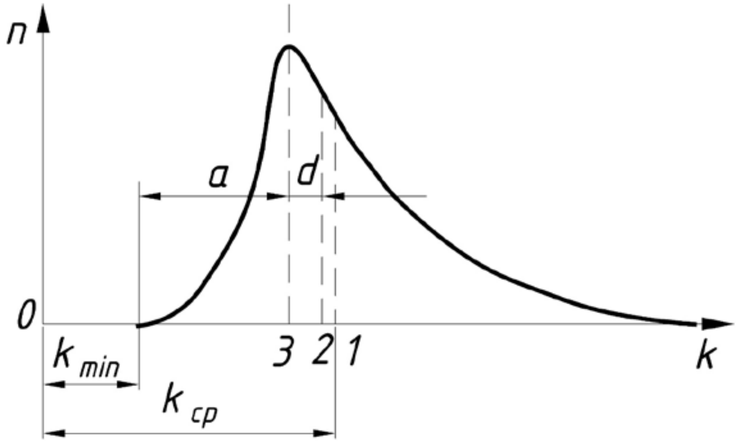
5.3 Кривые распределения и их параметры

Кривая распределения представляет графическое изображение распределения случайной величины. Предположим, имеются наблюдения за некоторой гидрологической характеристикой на какой-либо реке *G(i)* за период N лет. Выразим эти данные в относительных величинах $k(i)=G(i)/G_{ср}$ ($G_{ср}$ – среднеарифметическое значение ряда) и рассмотрим их не в календарной последовательности, а в порядке убывания. Если такой ряд разбить на одинаковые интервалы по величине стока и определить частоту повторения его значений в каждом интервале (n_1, n_2, , n_i), можно построить ступенчатый график распределения частоты или вероятностей. Такой график в математической статистике называется *гистограммой распределения*. Чем ближе значение члена ряда к среднему значению, тем повторяемость больше. И, наоборот, по мере удаления от среднего значения вправо и влево все меньше членов ряда попадает в интервал, и повторяемость, или частота, падает. Это обстоятельство соответствует закону больших чисел, из которого следует, что чем больше отклонение какого-либо значения в данном ряду от среднего, тем меньше вероятность появления такой величины.

При безграничном росте членов ряда и уменьшении интервала до бесконечно малой величины гистограмма распределения превращается в плавную кривую (кривую распределения вероятностей) (рис. 5.1). Она дает наглядное представление о законе распределения случайной величины. Она характеризует вероятность появления того *или* иного значения рассматриваемого ряда случайных величин.

Кривая распределения имеет три характерные точки на оси абсцисс: точка **1 —** центр распределения, соответствует средне арифметическому значению ряда (ордината, проходящая через эту точку, называется центральной); точка **2 —** медиана, делит ряд на две равные части; точка **3 —** мода, представляет значение члена ряда, которому соответствует наибольшая частота. Ордината, проходящая через точку **3,** называется *модальной*.

Кривые распределения бывают симметричные и асимметричные. Кривая распределения называется симметричной, если центральная, медианная и модальная ординаты совпадают и образуют ось симметрии. В асимметричных кривых эти ординаты не совпадают. Расстояние между центральной ординатой и модальной, называемое радиусом асимметрии *d* (рис. 5.1) показывает степень асимметричности кривой.



1 — *центр распределения;* **2 —** *медиана*; .3 — *мода*.
Рис. 5.1 — **Кривая распределения вероятностей**

Гидрологические явления обычно характеризуются асимметричным распределением; распределение максимального стока, впрочем, как и годового, минимального стока и других характеристик стока имени положительную асимметрию (мода и медиана лежат левее центральной ординаты).

Основные параметры кривой распределения — *среднеарифметическое ряда, характеристики рассеяния или изменчивости (дисперсия, среднеквадратическое и др.), характеристики симметричности (асимметричности).*

Среднеарифметическое ряда переменной величины G*(*i*)* представляет центр, относительно которого распределяются члены совокупности; определяется по формуле:

$$Q_{cp} = \sum_{i=1}^{n} \frac{G(i)}{n}, \qquad (5.5)$$

где *n — число членов ряда.*

Для безразмерного ряда, то есть для ряда модульных коэффициентов k*(*i*)*=G*(*i*)*/G_{cp}, среднеарифметическая величина равна единице.

Приведенное к длительному периоду значение среднеарифметической по ряду многолетних наблюдений той или иной гидрологической характеристики в гидрологии называется *нормой*.

Предел, к которому приближается среднеарифметическое при достаточно большом числе наблюдений ($n \to \infty$), называется *математическим ожиданием*.

Изменчивость статистического ряда выражается различными характеристиками. Наиболее простая из них — амплитуда или размах, варьирования:

$$\Delta = G_{max} - G_{min}. \qquad (5.6)$$

Наиболее часто используемая характеристика рассеивания (изменчивости) статистического ряда относительно средней его величины — среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(G(i) - G_{cp}\right)^2}{n}}. \qquad (5.7)$$

Среднеквадратическое отклонение имеет размерность исходного ряда наблюдений.

Гидрологические расчеты ведут по рядам ограниченной длительности наблюдений. Такие ряды можно рассматривать как некоторую выборку из генеральной совокупности, то есть при $n \to \infty$. Поэтому среднеквадратическое отклонение σ, подсчитанное по выборочной совокупности, будет отличаться от истинного значения σ_0 генеральной совокупности на величину средней ошибки δ, обусловленной недостаточной продолжительностью ряда. Эта постоянная ошибка равна

$$\delta = \sqrt{\frac{n}{n-1}}. \qquad (5.8)$$

Следовательно,

$$\sigma_0 = \sigma_G \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}} = .\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(G(i) - G_{cp}\right)^2}{n} \cdot \frac{n}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(G(i) - G_{cp}\right)^2}{n-1}}. \qquad (5.9)$$

Расчеты по формуле (5.8) показывают, что при n=10 ошибка среднеквадратического отклонения выборочного ряда составляет 5 %; при n=20 она равна 2,5 %, при n=30 ошибка будет 1,6 %. Поэтому при $n>30$ можно вычислять σ_Q без учета ошибки δ, то есть по формуле (5.7).

Для сопоставления степени изменчивости двух и более рядов, образованных из существенно различных по абсолютном величине гидрологических характеристик, необходимо среднеквадратическое отклонение выразить в долях от среднеарифметического значения переменной. Отношение среднеквадратического отклонения к среднеарифметическому называется коэффициентом вариации (изменчивости)

$$C_v=\sigma_Q/G_{cp}. \qquad (5.10)$$

При замене в формуле (5.10) величины $G(i)/G_{cp}$ на $k(i)$ получим значение коэффициента вариации безразмерного ряда при $n<30$

$$C_V=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(k(i)-1\right)^2}{n-1}}. \qquad (5.11)$$

Коэффициент вариации является безразмерной характеристикой изменчивости статистического ряда.

В качестве характеристики симметричности (асимметричности) ряда принимается среднее значение отклонений членов ряда от его среднего значения в кубе

$$M_3=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(G(i)-G_{cp}\right)^3}{n-1}. \qquad (5.12)$$

Когда члены ряда располагаются симметрично относительно среднего значения, разные по величине положительные и отрицательные отклонения от среднего повторяются одинаково часто. Отклонения в третьей степени получаются с разными знаками, они взаимно уравновешиваются и сумма их будет равны нулю.

Если положительные отклонения (многоводные годы) повторяются реже, чем отрицательные, и наиболее часто наблюдающееся значение переменной (мода) оказывается меньше средней, то асимметрия будет положительной (рис. 5.2). В противном случае наблюдается отрицательная асимметрия.

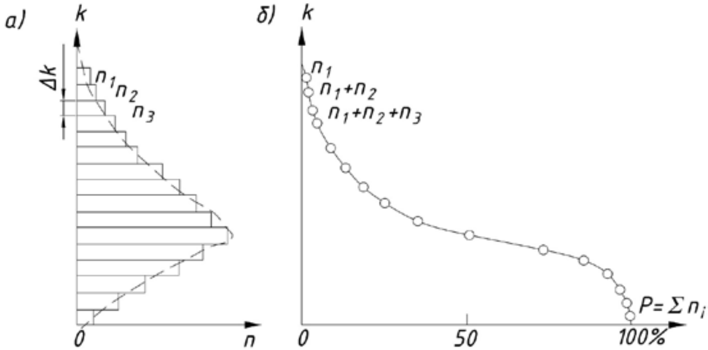


Рис. 5.2 — **Схема построения из кривой распределения** *(а)* **кривой обеспеченности** (б)

Чтобы получить безразмерное выражение для характеристики асимметричности ряда, среднее значение отклонения в кубе делят на среднеквадратическое отклонение в кубе. Это отношение называется коэффициентом асимметрии

$$C_S = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(G(i) - G_{cp}\right)^3}{\left(n-1\right)\cdot\sigma_Q^3}, \qquad (5.13)$$

или для безразмерного ряда

$$C_S = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(k(i) - 1\right)^3}{\left(n-1\right)\cdot C_V^3}. \qquad (5.14)$$

В качестве характеристики несимметричности кривой распределения используется также *коэффициент скошенности*, равный

S=(G*(*P*)*+G*(100*-P*)*-2·G*(*50*)*)/(G*(*P*)*-G*(100*-P*)*), (5.15)

где *G(P)*, *G(100-P)*, — ординаты кривой обеспеченности, расположенные на равном расстоянии (по оси обеспеченности) от центра (медианы) распределения (*G(50)*). Обычно принимают P=5 %.

5.4 Теоретические кривые обеспеченности

Представим гистограмму распределения, откладывая по оси абсцисс повторяемость *n*, а по оси ординат модульные коэффициенты k(i) (рис. 5.3). Начиная от наибольшего члена ряда, последовательно просуммируем случаи появления изучаемой величины в пределах выделенных интервалов Δk и эти суммарные значения выразим в процентах от общего числа случаен N. Получим обеспеченности P соответствующих членов ряда $k(i)$. Если эти точки нанести на график, откладывая по оси абсцисс обеспеченность P, а по оси ординат значения $k(i)$, то плавная кривая, проведенная через эти точки, представит кривую обеспеченности максимальных величин стока.

Таким образом, кривая обеспеченности получена из гистограммы распределения путем последовательного суммирования частот появления изучаемой величины в пределах выделенных интервалов. При превращении гистограммы в кривую для получения обеспеченности суммируют бесконечно малые величины, то есть интегрируют кривую распределения. Интеграл кривой распределения принято называть *теоретической кривой обеспеченности*.

При выводе понятия кривой распределения исходили из предположения наличия очень длинного ряда наблюдений по стоку. Практически построить кривую распределения гидрологических величин непосредственно по данным наблюдений невозможно из-за недостаточности данных.

Поэтому теоретическую кривую обеспеченности гидрологических величин строят на основании математических кривых распределения, наиболее полно отражающих характер изменчивости гидрологических характеристик. Наибольшее распространение в гидрологии получили биномиальная кривая распределения (кривая Пирсона III типа) и кривые трехпараметрического гамма-распределения, разработанные С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем.

Уравнение асимметричной биномиальной кривой распределения в дифференциальной форме при начале координат в точке моды имеет вид:

$$y = y_0 \cdot \exp\left(-x/d\right) \cdot \left(1 + \frac{x}{d}\right)^{a/d}, \qquad (5.16)$$

где x — переменные значения рассматриваемой гидрологической характеристики (абсциссы кривой распределения);

y — соответственное значение частоты (ординаты кривой распределения);

y_0 — модальная ордината кривой;

d — радиус асимметрии;

a — расстояние от моды до левого конца кривой.

Кроме того, биномиальная кривая распределения вполне определяется следующими тремя величинами: $\bar{x}$, C_v и C_s. Эти величины называют *параметрами теоретической кривой обеспеченности*.

Параметры $\bar{x}$, C_v и C_s можно определить для любого гидрологического ряда и на основании их построить биномиаль*ную* кривую распределения.

Как видно из выражения (5.16), точное интегрирование биномиальной кривой затруднено.

В результате приближенного интегрирования уравнения (5.16) составлена таблица, пользуясь которой можно определить ординаты кривой обеспеченности в зависимости от параметров $\bar{x}$, C_v, и C_s.

В специальных таблицах приведены отклонения от среднего значения ординат кривой обеспеченности, то есть

$$\Phi=f(C_s, P)=k_p\text{-}1/C_v. \qquad (5.17)$$

Отсюда следует, что ордината кривой обеспеченности равна

$$k_p=\Phi_p\cdot C_v+1. \qquad (5.18)$$

Задаваясь различными обеспеченностями P (1, 5, 10, 20, 50 % и т. д.), по выражению (5.18) находят ординаты k_p и строят теоретическую кривую обеспеченности.

Таким образом, вычисляя по наблюденным данным значения коэффициентов вариации и асимметрии и пользуясь таблицей интеграла биномиальной кривой, проводят по сглаженную кривую, которую экстраполируют до заданных пределов обеспеченности.

Рассмотренная биномиальная асимметричная кривая распределения нашла широкое практическое применение и в течение длительного времени являлась почти единственным способом расчета колебаний стока (годового, максимального, минимального и др.).

В то же время асимметричная биномиальная кривая имеет ряд существенных недостатков, к которым относятся ограниченный нижний предел C_v и неограниченный верхний препредел кривой распределения (рис. 5.1), по которой

$$a+d=1-k_{min}. \quad (5.19)$$

При интегрировании биномиальной кривой распределения имеем

$$a+d=2\cdot C_v/C_s. \quad (5.20)$$

Сопоставляя уравнения (5.19) и (5.20), получаем

$$2\cdot C_v/C_s=1-k_{min}., \quad (5.21)$$

откуда —

$$C_S=2\cdot C_V/(1-k_{min}). \quad (5.22)$$

Поскольку предельное положение левого конца кривой равно нулю (k_{min}=0), из выражения (7.22) следует, что нижним пределом C_S является удвоенное значение C_V, то есть $C_S=2\cdot C_V$.

Таким образом, для биномиальной асимметричной кривой распределения коэффициент асимметрии заключается между следующими пределами:

$$2\cdot C_v\le C_s\le 2\cdot C_v/(1-k_{min}). \quad (5.23)$$

Анализируя выражение (5.22), устанавливаем положение начала биномиальной кривой распределения при различных соотношениях C_s и C_v. При $C_S=2\cdot C_V$ величина k_{min}=0 и, как уже отмечалось, кривая выходит из начала координат.

Если $C_S>2\cdot C_V$, то $k_{min}>0$, начало биномиальной кривой отстоит вправо от нуля на величину k_{min}. Наконец, если $C_s<2\cdot C_V$, что соответствует распределению годового стока в засушливых районах, по выражению (5.22) минимальное значение k_{min} должно иметь отрицательное значение, что противоречит физической сущности явления. Таким образом, для случая $C_S<2\cdot C_V$ биномиальная кривая неприменима для расчетов стока.

В связи с этим С. Н. Крицкий и М. Ф. Менкель предложили семейство кривых распределения, в основе которых лежит допущение, что некоторая функция x^b исследуемой величины подчиняется закону гамма-распределения.

Уравнение этих кривых имеет вид:

$$y=\left(\frac{\Gamma(\gamma+b)}{\Gamma(\gamma)}\right)^{\gamma/b}\cdot\frac{1}{\overline{\overline{x}}\cdot[b]\cdot\Gamma(\gamma)}\cdot\left(\frac{x}{\overline{\overline{x}}}\right)^{\gamma/b-1}\cdot\exp\left\{-\left[\frac{\Gamma(\gamma+b)}{\Gamma(\gamma)}\cdot\frac{x}{\overline{\overline{x}}}\right]^{1/b}\right\}, \quad (5.24)$$

где *Γ(γ)* — символ гамма-функции;

γ и b — параметры, связанные трансцендентными уравнениями с параметрами C_v и C_s;

x — исследуемая случайная, величина;

$\bar{x}$ — центр распределения (среднее значение x).

Распределение, выражающееся уравнением (5.24), также определяется тремя параметрами x, C_v, C_s и носит название; трехпараметрического гамма-распределения.

Трехпараметрическое гамма-распределение допускает любые соотношения C_s и C_V(C_S/C_V=1; 1,5; 2,0; 2,5;...; 6), чем отличается от биномиальной асимметричной кривой. При $C_S=2 \cdot C_V$ уравнение (5.24) совпадает с уравнением биномиальной асимметричной кривой. Кроме того, все кривые данного семейства выходят из начала координат.

Результаты интегрирования кривых распределения сведены в специальные таблицы, позволяющие определять ординаты теоретической кривой обеспеченности K_P в зависимости от C_v, C_s/C_v и P.

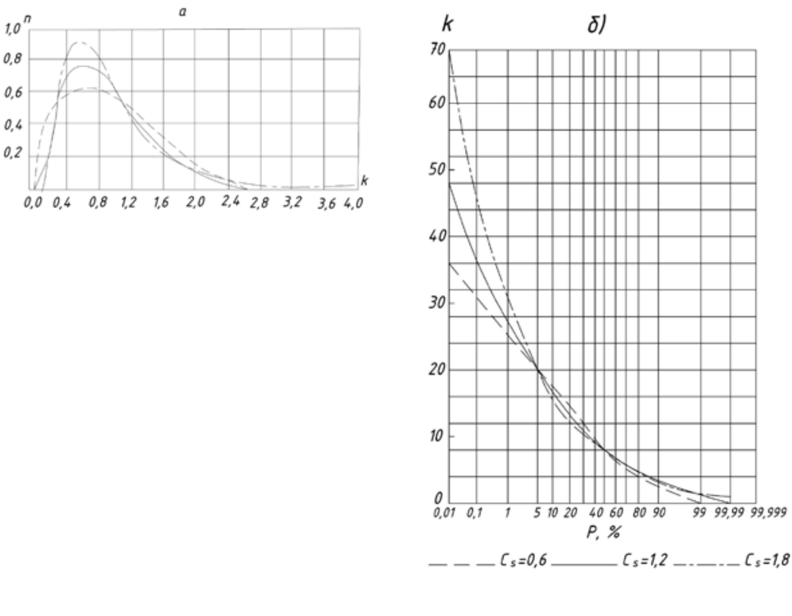


Рис. 5.3 — **Кривые распределения *(а)* и кривые обеспеченности *(б)*, полученные С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем**

В качестве примера на рис. 5.3 приведены кривые распределения для C_V=0,60 и C_S=C_V; C_S=2·C_V, C_S=3·C_V и соответствующие им кривые обеспеченности.

Кривые трехпараметрического гамма-распределения имеют больший диапазон применения для различных характеристик стока, чем другие кривые распределения. Это и обуславливает их широкое применение для расчетов стока.

5.5 Проверка теоретической кривой обеспеченности. Клетчатка вероятностей

Теоретическую кривую обеспеченности необходимо сопоставить с данными непосредственных наблюдений. Для этого вычисляют эмпирическую обеспеченность каждого члена ряда по формуле (5.2). Если точки эмпирической обеспеченности, нанесенные на график теоретической кривой обеспеченности, осредняют последнюю, значит она соответствует действительности. Несоответствие эмпирических точек и теоретической кривой обеспеченности указывает на неправильность определения параметров кривой, в первую очередь на неточность определения коэффициента асимметрии C_s. В этом случае необходимо изменить соотношение C_s и C_v и вновь построить, теоретическую кривую обеспеченности.

Кривая обеспеченности стока, построенная в простых координатах, имеет большую кривизну в верхней и нижней частях. Это затрудняет пользование кривой и графическую экстраполяцию крайних участков кривой, представляющих наибольший интерес при гидрологических расчетах. Поэтому для построения кривой обеспеченности применяют специальную клетчатку вероятностей. Основное свойство клетчатки вероятностей состоит в том, что на ней кривая обеспеченности с коэффициентом асимметрии C_s=0 получает вид прямой. При других значениях C_s кривые обеспеченности, построенные на клетчатке вероятностей, имеют вид плавных линий, причем кривизна их увеличивается с увеличением коэффициента асимметрии.

Клетчатка вероятностей может быть с обычной и логарифмической вертикальной шкалой. Первый тип клетчатки применяется для кривых с умеренной асимметрией (C_s≤2·C_v), которая характерна для годовых величин стока, а второй тип — для кривых со значительной асимметрией ($C_S > 2 \cdot C_v$).

При наличии длинного ряда наблюдений кривую обеспеченности можно получить, пользуясь формулой (5.2). На клетчатку вероятностей наносят полученные точки и по ним проводят кривую, проходящую по точкам или занимающую среднее положение между ними. Построенная кривая экстраполируется до зоны наибольших и наименьших обеспеченностей. Клетчатку вероятностей можно использовать и для определения коэффициента асимметрии путем подбора.

5.6 Определение параметров теоретической кривой обеспеченности и их точность

Основные параметры теоретической кривой обеспеченности — среднеарифметическое, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии — можно определить методом моментов или методом наибольшего правдоподобия.

В соответствие с метод моментов значения $\bar{x}$, C_v и C_s вычисляют по формулам (5.5), (5.11) и (5.14).

Расчет этих параметров обычно ведется по ограниченным рядам наблюденных гидрологических характеристик, представляющих лишь часть многолетнего ряда, которым мы в действительности не располагаем. В связи с этим важно знать, с какой точностью получаются интересующие нас параметры при той или иной длительности ряда.

В математической статистике получены формулы, позволяющие установить погрешности в вычислении $\bar{x}$, C_v и C_s по выражениям (5.5), (5.11), (5.14).

Так, относительная среднеквадратическая ошибка (в процентах) среднеарифметического равна

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{n}} \cdot 100\%. \qquad (5.25)$$

Точность нахождения среднеарифметического зависит не только от длительности ряда, но и от степени изменчивости ряда.

Относительную среднеквадратическую ошибку коэффициента вариации (в процентах) определяют по формуле:

$$\varepsilon_{Cv} = \pm\sqrt{\frac{1+C_v^2}{2\cdot n}}\cdot 100\,\%. \qquad (5.26)$$

В гидрологических расчетах ошибку, полученную по выражению (5.26), сравнивают с допустимой ошибкой, указанной в нормах по проектированию. Если вычисленная ошибка превышает допустимую, значит ряд наблюдений короткий, недостаточный для определения C_v по формуле (5.11).

Относительную ошибку коэффициента асимметрии (в процентах) можно вычислить по формуле:

$$\varepsilon_{Cs} = \pm\frac{1}{C_s}\cdot\sqrt{\frac{6}{n}\cdot\left(1+6\cdot C_v^2+5\cdot C_v^4\right)}\cdot 100\,\%. \qquad (5.27)$$

Подсчеты по формуле (5.27) показывают, что для надежного определения коэффициента асимметрии необходимо иметь ряд, состоящий более чем из 100 членов. Столь продолжительные наблюдения есть по небольшому количеству рек. Поэтому практическое применение формулы (5.14) для определения C_s очень ограниченно. В гидрологических расчетах параметр C_s находят косвенными приемами.

Метод наибольшего правдоподобия заключается в том, что в качестве оценки для неизвестного параметра принимают такое его значение, при котором функция правдоподобия (произведение вероятностей наблюденных величин) достигает наибольшего возможного значения.

Согласно методу наибольшего правдоподобия, коэффициент вариации C_v и соотношение коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации C_S/C_V определяются по номограммам (рис. 5.3) в зависимости от статистик λ_2 и λ_3. Значения статистик находят по следующим выражениям:

$$\lambda_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\lg k(i)}{n-1}; \qquad \lambda_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}k(i)\cdot\lg k(i)}{n-1}. \qquad (5.28)$$

Номограммы разработаны применительно к трехпараметрическому гамма-распределению.

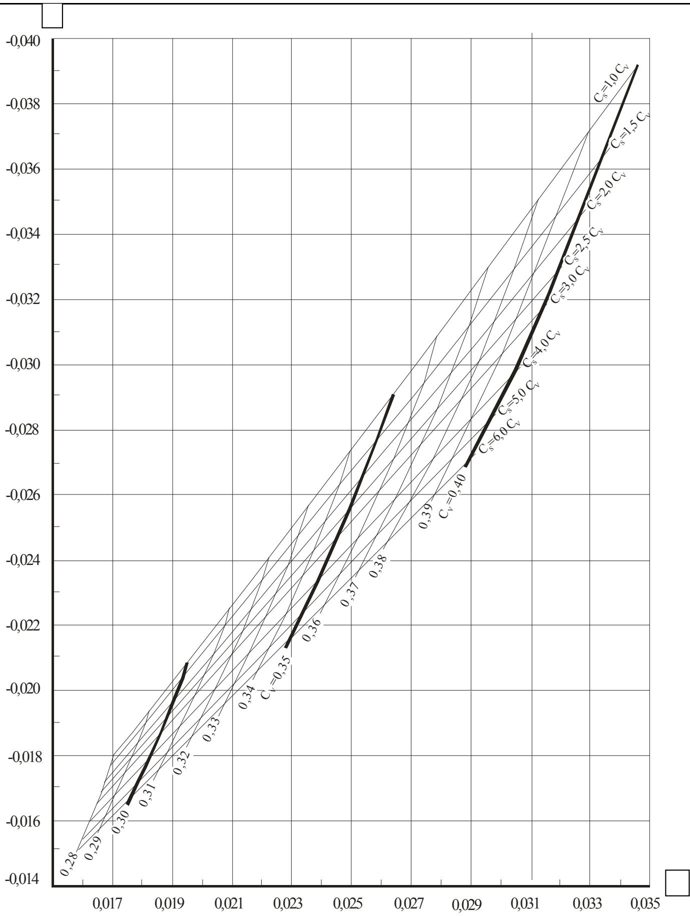


Рис. 5.3 — **Номограмма для вычисления параметров трехпараметрического гамма-распределения C_v и C_s методом наибольшего правдоподобия, при C_v=0,28—0,40**

Относительная среднеквадратическая ошибка коэффициента вариации, определенного методом наибольшего правдоподобия (в процентах), равна

$$\varepsilon_{Cv} = \pm\sqrt{\frac{3}{2\cdot n\cdot\left(3+C_v^2\right)}}\cdot 100\,\%. \qquad (5.29)$$

Метод наибольшего правдоподобия рекомендуется использовать для определения параметров C_v и C_s при небольшой изменчивости рассматриваемых характеристик стока.

5.7 Корреляционные связи гидрологических явлений

При исследовании гидрологических явлений часто возникает необходимость установить зависимость между соответственными гидрологическими характеристиками в двух и более рядах.

Как отмечалось ранее, происходящие в природе явления настолько сложны и многообразны, что полный учет всех факторов, влияющих на эти явления, оказывается затруднительным. Например, высота весеннего половодья зависит не только от запаса воды в снеге, но и от количества весенних осадков, предварительного увлажнения почвы, наличия или отсутствия ледяной корки на почве. В связи с невозможностью учета всех этих факторов зависимость между максимальными уровнями воды половодья и запасами воды в снеге имеет приближенный характер.

Если функция y зависит не только от переменных $x_1, x_2,..., x_n$, но и от других причин, связь между y и $x_1, x_2,...,x_n$ называется неточной, или корреляционной, в отличие от точной или функциональной связи. При наличии функциональной зависимости каждому значению аргумента x соответствует одно, вполне определенное значение функции y. При корреляционной зависимости каждому значению аргумента может соответствовать несколько значений функции.

Связи, наблюдающиеся между гидрологическими явлениями, бывают в большинстве случаев корреляционными. Корреляционную зависимость можно выразить аналитически, то есть подобрать уравнения, связывающие х и у корреляционно. При изучении речного стока преимущественно встречаются корреляционные зависимости, имеющие прямолинейный характер: графически они выражаются прямыми линиями. Прямая линия, проведенная с таким расчетом, чтобы сумма квадратов отклонений от нее ординат y отдельных точек была бы наименьшей, дает наиболее вероятные значения y, отвечающие заданным значениям x. Эта прямая называется линией регрессии y по x. Прямая, соответствующая наименьшей сумме