

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие рассчитано на студентов строительных и автодорожных специальностей вузов, изучающих курс «Инженерная геодезия».

Цель изучения курса состоит в приобретении студентами системы знаний, умений и навыков, позволяющие им самостоятельно выполнять комплекс топографических, съемочных и инженерно-геодезических работ, связанных с изысканиями, проектированием и строительством инженерных сооружений. Учебный материал представлен с учетом современных достижений геодезической науки и производства по принципу последовательного изложения основных теоретических и практических вопросов — от общих к частным.

Учебное пособие состоит из двух частей, включающие пять разделов.

В первой части пособия изложены основные положения геодезии, даны понятия карты и плана и способы решения инженерных задач по картам и планам. Приведены общие принципы организации геодезических работ, методики выполнения геодезических измерений и обработки их результатов, дано описание основных геодезических приборов, их поверок и юстировок. Представлены сведения из теории погрешностей измерений в объеме, необходимом для обработки данных измерений и оценки точности полученных результатов. Рассмотрены основные системы координат, применяемые при производстве съемочных и разбивочных работ на местности. Дана классификация государственных геодезических опорных сетей, геодезических сетей сгущения и съемочных сетей, изложены способы создания съемочного обоснования и производства крупномасштабных топографических съемок.

Многие вопросы основ геодезии изложены достаточно подробно, что позволяет использовать пособие при изучении курса геодезии студентами различных специальностей.

Вторая часть пособия посвящена инженерно-геодезическим работам при изысканиях, проектировании и строительстве сооружений. Рассмотрены вопросы создания геодезических опорных, съемочных и разбивочных сетей на площадке строительства, основные принципы геодезических разбивочных работ, способы перенесения в натуру проектов строительства. Изложены методы геодезических работ на всех этапах процесса строительства, включая наблюдения за деформациями зданий и сооружений. Приведены сведения о геодезическом обеспечении земельного кадастра, вычислении площадей земельных участков, выносе в натуру и определении границ землепользования.

Подробно рассмотрены вопросы геодезических изысканий трасс автомобильных дорог, расчета и разбивки на местности простых и сложных закруглений, нивелирования трассы с построением профиля, геодезического обслуживания разбивки земляного полотна и верхнего строения дороги. Представлены разделы по организации и выполнению геодезических работ при изысканиях и строительстве мостов и подземных коммуникаций, изложены требования правил техники безопасности при ведении работ на строительных объектах.

Часть первая учебного пособия написана проф. Г. Г. Покладом с участием доц. С. П. Гриднева, часть вторая — совместно проф. Г. Г. Покладом, доц. Б. А. Поповым и доц. С. П. Гридневым. Общая редакция пособия выполнена проф. Г. Г. Покладом.

Авторы выражают благодарность инж. И. С. Гуляеву и сотрудникам ВГАСУ доц. Н. И. Самбулову, М. А. Кириенко, Е. С. Ляшенко, Е. М. Сергеевой за помощь в подготовке рукописи к изданию, а также рецензентам за ценные рекомендации по улучшению содержания учебного пособия.

Авторы будут признательны читателям, которые пришлют свои отзывы об учебном пособии.

**ЧАСТЬ ПЕРВАЯ**  
**ОБЩАЯ ГЕОДЕЗИЯ**

# Раздел первый ОСНОВЫ ГЕОДЕЗИИ

## Глава 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОДЕЗИИ

### § 1. Предмет и задачи геодезии

*Геодезия* — одна из древнейших наук о Земле. Само название предмета (геодезия в переводе с греческого — «землеразделение») указывает, что геодезия как наука возникла из практических потребностей человечества, связанных с измерением и разделением земельных участков. Современная геодезия является многогранной наукой, решающей сложные научные, научно-технические и инженерные задачи путем специальных измерений, выполняемых при помощи геодезических и других приборов, и последующей математической и графической обработки их результатов.

*Геодезия — наука о методах и технике производства измерений на земной поверхности, выполняемых с целью изучения фигуры Земли, изображения земной поверхности в виде планов, карт и профилей, а также решения различных прикладных задач.*

С развитием человеческого общества, с повышением уровня науки и техники меняется и содержание геодезии. В процессе своего развития геодезия разделилась на ряд самостоятельных научных и научно-технических дисциплин:

1. *Высшая геодезия* решает задачи по изучению фигуры и размеров Земли и планет, а также по созданию геодезических опорных сетей. При подробном изучении методов решения задач высшей геодезии из нее выделяются в отдельные дисциплины геодезическая астрономия, геодезическая гравиметрия и космическая геодезия.

*Геодезическая астрономия* занимается вопросами определения исходных данных для опорных геодезических сетей на основе наблюдений небесных светил.

*Геодезическая гравиметрия* занимается изучением фигуры Земли путем измерения с помощью специальных приборов силы тяжести в отдельных точках земной поверхности.

*Космическая (спутниковая) геодезия* изучает геометрические соотношения между точками земной поверхности с помощью искусственных спутников Земли (ИСЗ).

2. *Геодезия, или топография*, изучает вопросы, связанные со съемками сравнительно небольших участков земной поверхности и их детальным изображением в виде планов и карт.

3. *Картография* изучает методы и процессы создания изображений значительных территорий земной поверхности в виде карт различного назначения, технологию их производства и размножения.

4. *Фототопография* занимается разработкой методов создания планов и карт по фотоснимкам и аэрофотоснимкам местности.

5. *Морская геодезия* разрабатывает методы специальных измерений, связанных с картографированием и изучением природных ресурсов дна морей и океанов.

6. *Инженерная (прикладная) геодезия* занимается изучением методов геодезических работ, выполняемых при изысканиях, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений, монтаже оборудования, а также эксплуатации природных богатств страны. Инженерная геодезия широко использует методы геодезии, а в отдельных случаях — и свои приемы и средства.

## **§ 2. Роль геодезии в развитии хозяйства страны**

В своем развитии геодезия опирается на достижения ряда научных дисциплин, в первую очередь *математики, физики и астрономии*. Математика вооружает геодезию средствами анализа и методами обработки результатов измерений. Астрономия обеспечивает геодезию исходными данными для развития геодезических опорных сетей. На основе законов физики рассчитывают геодезические приборы. Успешно используются достижения науки и техники в области *автоматики, телемеханики и радиоэлектроники*, на базе которых конструируются геодезические приборы.

Изучением Земли в различных аспектах занимаются *география, геология, геоморфология, гравиметрия и геофизика*. Поэтому совершенно естественна тесная связь геодезии с этими науками. Знание географии обеспечивает правильную трактовку элементов ландшафта, который составляют рельеф, естественный покров земной поверхности (растительность, почвы, моря, реки и т. д.) и результаты деятельности человека (населенные пункты, дороги, сооружения, средства связи и т. д.) Формы рельефа и закономерности их изменения познаются при помощи геологии и геоморфологии. Изучение фигуры Земли связано с исследованиями ее внешнего гравитационного поля, которые невозможны без использования законов и приборов гравиметрии.

Применение в геодезии фотоснимков требует знания *фотографии*. Для качественного графического оформления планов, карт и профилей, чертежей при землеустроительном проектировании необходимо изучение правил и приемов *топографического черчения*.

Геодезия имеет огромное научное и практическое значение в самых различных сферах народного хозяйства.

Исследование околоземного и космического пространства требует детального изучения внешнего гравитационного поля Земли и распределения масс в ее теле, поэтому роль геодезии в решении задач космических исследований чрезвычайно велика. Геодезические измерения широко используются в современных научных исследованиях по изучению внутреннего строения Земли и процессов, происходящих на ее поверхности и в недрах. С их помощью фиксируются величины вертикальных и горизонтальных тектонических движений земной коры, изменения береговых линий морей и океанов, колебания уровней последних и т. п.

Для обеспечения непрерывного роста производительных сил страны важно изучение ее территории в топографическом отношении, что осуществляют с помощью карт и планов, создаваемых по результатам геодезических работ. Карты являются основой для отображения результатов научных исследований и практической деятельности в области геологии, географии, геофизики и других наук. Карты различного назначения и содержания являются средством познания природы и жизни на Земле, источником разнообразных сведений о мире.

Геодезия играет важную роль в решении многих задач хозяйства страны: при изысканиях, проектировании и строительстве самых различных сооружений,

при разведке и разработке месторождений полезных ископаемых, при планировке, озеленении и благоустройстве населенных пунктов, земле- и лесоустройстве, осушении и орошении земель, при наблюдениях за деформациями сооружений и т. д.

Большое значение имеют результаты топографо-геодезических работ в сельском хозяйстве. Планы, карты и цифровые модели местности используются для отвода земельных участков, уточнения и изменения границ землепользований, внутрихозяйственной организации территорий сельскохозяйственных предприятий, проведения почвенных, геоботанических и др. обследований и изысканий, проектирования и вынесения в натуру проектов сельскохозяйственных объектов и решения других задач.

Важнейшая роль отведена геодезии в проведении государственного *земельного кадастра*, данные которого служат для рационального использования земель и их охраны, регулирования земельных отношений, планирования сельскохозяйственного производства, обоснования размеров платы за землю, оценки хозяйственной деятельности, а также осуществления других мероприятий, связанных с использованием земель.

Велика роль геодезии в обороне страны. Карты — «глаза армии» — используются для изучения местности, отражения на ней боевой обстановки и разработки планов проведения боевых операций, при стрельбе по невидимым целям и возведении военно-инженерных сооружений. Значение геодезических данных особенно возросло в связи с применением военной ракетной техники. Наряду с широким использованием готовой геодезической продукции — планов и карт — в современной боевой обстановке нельзя обойтись без геодезических измерений. Поэтому некоторые рода войск имеют в своем составе геодезические подразделения.

### **§ 3. Краткие сведения из истории геодезии**

Возникновение геодезии относится к глубокой древности, когда появилась потребность изучения земной поверхности для хозяйственных целей. Еще задолго до нашей эры в Египте, Месопотамии, Китае и Греции геодезия играла важную роль в вопросах землепользования и инженерного строительства каналов, дамб, пирамид и других сооружений.

Уже в древности геодезия решала не только практические, но и чисто научные задачи. Представления о форме Земли основывались на научных наблюдениях за явлениями природы. Пифагор и Аристотель считали Землю шарообразной, Эратосфен (276–194 гг. до н. э.) вычислил окружность Земли (около 40 тыс. км), что почти совпадает с ее современным значением.

Первое упоминание о геодезических работах в нашей стране относится ко времени Киевской Руси. В летописи 996 года имеются указания о порядке использования земли. Еще одним документом является подпись на так называемом Тмутараканском камне, которая свидетельствует, что в 1068 году князь Глеб измерил расстояние длиной около 20 км между Керчью и Таманью по льду через Керченский пролив. Простейшие геодезические измерения применялись в XIII–XV вв. при земельной переписи, где длины линий измерялись веревкой, а углы вообще не измерялись. В XVI веке межи между владениями устанавливались по специальному наказу, по которому работу требовалось выполнять *«землемерием»*. К этому времени относится первая в России книга по геодезии.

Широкое развитие геодезия получила в XVI веке в связи с новыми запросами экономики зарождавшегося буржуазного общества. На территории Московского государства в XVII веке было проведено описание обмера земли и составлен «Большой чертеж» с нанесением рек, дорог и населенных пунктов.

Новый этап в геодезии открылся с изобретения астрономической трубы в начале XVII века (Янсен, Галилей, Кеплер), уровня, верньера и дальномера. Первые геодезические приборы с оптической трубой — нивелиры появились во второй половине XVII в. В 1787 году английским механиком Рамсденом был изобретен теодолит с оптической трубой. В начале XVII века голландский ученый Снеллиус предложил метод триангуляции для определения с высокой точностью значительных расстояний на местности.

В конце XVII века И. Ньютон на основе открытого им закона всемирного тяготения пришел к выводу, что Земля должна иметь форму шара, сплюснутого у полюсов. Начавшиеся в XVIII веке градусные измерения подтвердили теоретические выводы Ньютона о сфероидичности Земли.

Научная постановка геодезических работ в России была осуществлена в эпоху Петра I. В этот период широкое развитие получили промышленность, мореплавание, военное дело и торговля, что выдвинуло новые требования к геодезическим измерениям и картографированию. В малоизученные районы государства были направлены специальные экспедиции для производства съемочных работ. Были выполнены первые топографические съемки на Дону, Иртыше, Камчатке и Курильских островах.

В 1739 году был учрежден *Географический департамент*, руководителем которого в 1758–1765 гг. был великий русский ученый М. В. Ломоносов. В XVIII веке в России были созданы первые учебные заведения для подготовки геодезистов. В 1779 году создана *Межевая школа*, преобразованная в 1838 году в *Межевой институт* (ныне МИИГАиК) — высшее учебное заведение по подготовке геодезистов. К первой половине XVIII века относится начало изготовления в России геодезических приборов.

Начиная с 1765 года проводилось генеральное межевание на территории площадью около 300 млн га. Под руководством геодезиста — картографа И. К. Кирилова были выполнены большие картографические работы.

Большой размах получили картографические работы в России после Отечественной войны 1812 г. Значительный вклад в картографирование страны внес созданный в 1822 году *Корпус военных топографов*.

В XIX веке были проведены большие по объему работы по построению геодезических опорных сетей и высокоточные градусные измерения по меридиану от Северного Ледовитого океана до устья Дуная под руководством русских ученых — геодезистов К. И. Теннера и В. Я. Струве. Эти работы оказали решающее влияние на развитие теории геодезии и методов геодезических и астрономических работ.

Важнейшую роль в развитии геодезии в нашей стране сыграл изданный 15 марта 1919 года Декрет Совнаркома Российской Федерации об утверждении *Высшего геодезического управления*, впоследствии переименованного в *Главное управление геодезии и картографии* (ГУГК). Основной задачей ГУГКа являлось сплошное картографирование страны для изучения ее территории в топографическом отношении в целях поднятия и развития производительных сил страны. Для

руководства научно-исследовательскими работами геодезического направления в 1928 году был создан *Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэрофотосъемки и картографии* (ЦНИИГАиК), которому в 1978 году присвоено имя Ф. Н. Красовского — выдающегося ученого — геодезиста.

Большое внимание было уделено подготовке высококвалифицированных специалистов геодезического и землеустроительного профилей. В 1930 году была проведена реорганизация *Московского межевого института*, на базе которого были созданы два самостоятельных ведущих вуза страны: *Московский геодезический институт* (с 1936 г. *Московский институт инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии* — МИИГАиК, ныне *Московский государственный университет геодезии и картографии*) и *Московский землеустроительный институт* (ныне *Государственный университет по землеустройству* — ГУЗ). Организованный в 1934 году астрономо-геодезический факультет при Новосибирском инженерно-строительном институте явился базой для создания в 1939 году *Новосибирского института инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии* (НИИГАиК), ныне *Новосибирский государственный университет геодезии и картографии*. Позднее геодезические и землеустроительные факультеты возникли и при других высших учебных заведениях страны.

Начиная с 20-х годов XX века геодезическая наука и аэрогеодезическое производство получили широкое развитие. На смену традиционным геодезическим приборам пришли принципиально новые приборы, создаваемые с использованием новейших достижений науки и техники. Разработки приборов направлены на повышение точности и автоматизацию измерений, увеличение производительности труда.

Отечественными геодезистами под руководством Ф. Н. Красовского получены новые параметры фигуры Земли. Создана отечественная школа аэрофотосъемки и фотограмметрии. Как самостоятельная дисциплина геодезической науки и техники определилась прикладная геодезия.

Выдающимся ученым-геодезистом М. С. Молоденским разработана новая теория изучения фигуры Земли и ее внешнего гравитационного поля, позволившая российской геодезической школе занять ведущие позиции в области решения основной научной проблемы геодезии.

К настоящему времени геодезической службой выполнены огромные работы по обеспечению территории страны пунктами геодезической опорной сети; завершено картографирование страны в масштабах 1:100 000 — 1:25 000, в большом объеме проводятся топографические съемки в масштабе 1:10 000. Высокие темпы производства съемочных работ и их высокое качество достигнуты благодаря внедрению и широкому использованию методов аэрофотосъемки.

Революционным шагом в развитии геодезии является разработка концепции перехода топографо-геодезического производства на спутниковые методы определения координат с использованием космических систем ГЛОНАСС/GPS. Широко применяемые в настоящее время спутниковые технологии, основанные на использовании постоянно функционирующей системы искусственных спутников Земли, позволяет быстро и с высокой точностью определять положение точек на земной поверхности.

## ГЛАВА 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК НА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

### § 4. Форма и размеры Земли

Точное знание формы и размеров Земли необходимо во многих областях науки и техники (при запуске искусственных спутников и космических ракет, в авиации, мореплавании, радиосвязи и т. д.) и прежде всего в самой геодезии для правильного изображения земной поверхности на картах.

Поверхность Земли общей площадью 510 млн. км<sup>2</sup> разделяется на Мировой океан (71 %) и сушу или материки (29 %). Средняя глубина Мирового океана — около 3800 м; средняя высота суши над средним уровнем воды в океанах — около 875 м. Поэтому можно считать, что суша имеет вид небольшого по сравнению с общей поверхностью Земли и невысокого над уровнем моря по сравнению с его глубиной плоскогорья.

Представление о форме Земли в целом можно получить, если вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая *замкнутая поверхность, в каждой своей точке перпендикулярная к отвесной линии, т. е. к направлению действия силы тяжести, называется уровенной поверхностью.*

Уровенных поверхностей, огибающих Землю, можно вообразить множество. *Уровенная поверхность, совпадающая со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, называемую геоидом.* Термин «геоид» был введен в 1873 г. немецким физиком И. Б. Листингом. Фигура геоида, принятая в геодезии за общую фигуру Земли, определяется направлением отвесных линий, положение которых зависит от распределения масс в земной коре.

Поверхность геоида нельзя представить каким-либо конечным математическим уравнением из-за невозможности нахождения истинного распределения масс внутри Земли. Поэтому возникла необходимость замены поверхности геоида математически правильной и возможно ближе подходящей к нему поверхностью. Обычно рассматривают две такие поверхности.

В первом приближении уровенную поверхность Земли заменяют *сферой* определенного радиуса.

Путем точных геодезических, астрономических и гравиметрических измерений установлено, что по форме поверхность геоида наиболее близко подходит к математической поверхности эллипсоида вращения (рис. 1). Данная *поверхность, образованная вращением эллипса (PEP<sub>1</sub>E<sub>1</sub>) вокруг его малой оси (PP<sub>1</sub>), называется поверхностью земного эллипсоида или сфероида.* Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей *a* (большая полуось), *b* (малая полуось) и *полярным сжатием*

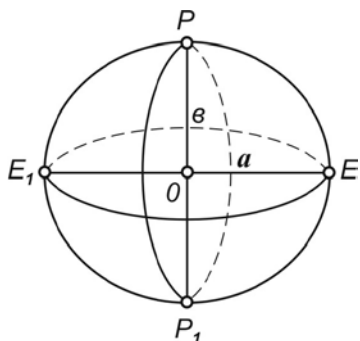


Рис. 1. Земной эллипсоид

Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей *a* (большая полуось), *b* (малая полуось) и *полярным сжатием*

$$\alpha = (a - b)/a .$$

*Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, проходящими через ось вращения (PP<sub>1</sub>), называются меридианами и представляют собой эллипсы.*

Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называются параллелями и являются окружностями. Параллель, плоскость которой проходит через центр сфероида, называется экватором.

Основной задачей изучения фигуры Земли является определение размеров полуосей и сжатия эллипсоида, наилучшим образом подходящего к геоиду и правильно ориентированного в теле Земли. Такой эллипсоид называется референц-эллипсоидом.

Величины  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  могут быть определены посредством градусных измерений, которые позволяют вычислить длину дуги меридиана в  $1^\circ$ . Зная величины таких дуг в различных местах меридиана, можно установить форму и размеры Земли.

Размеры земного эллипсоида неоднократно определялись учеными разных стран: Деламбром (1800 г.), Бесселем (1841 г.), Кларком (1880 г.), Ждановым (1893 г.), Хейфордом (1909 г.) и многими другими. До 1946 года в СССР пользовались эллипсоидом, размеры которого были получены немецким астрономом Ф. В. Бесселем ( $a = 6\,377\,397$  м,  $b = 6\,356\,079$  м,  $\alpha = 1 : 299,2$ ). Однако эллипсоид Бесселя на территории стран СНГ существенно отклоняется от поверхности геоида.

В 1940 году советскими учеными под руководством проф. Ф. Н. Красовского и А. А. Изотова были получены параметры эллипсоида, наиболее подходящие для территории нашей страны ( $a = 6\,378\,245$  м,  $b = 6\,356\,863$  м,  $\alpha = 1 : 298,3$ ). Эллипсоид указанных размеров с 1946 года постановлением правительства принят для геодезических работ в бывшем СССР и назван *эллипсоидом Красовского*.

В настоящее время изучение физической поверхности Земли производится путем определения положения (координат) точек местности относительно расположенной некоторым образом поверхности (*поверхности относимости*), за которую принимается поверхность референц-эллипсоида Красовского.

Особенности строения фигуры Земли полностью учитываются при математической обработке высокоточных геодезических измерений и создании государственных геодезических опорных сетей. Ввиду малости сжатия ( $\alpha \approx 1 : 300$ ) при решении многих задач за фигуру Земли с достаточной для практических целей точностью можно принимать сферу, равновеликую по объему земному эллипсоиду. Радиус такой сферы для эллипсоида Красовского  $R = 6371,11$  км.

## § 5. Метод проекций в геодезии

Физическая поверхность Земли представляет собой совокупность различных пространственных форм (горы, впадины, хребты и т. п.). Для определения положения характерных точек земной поверхности на плоскости в геодезии принят *метод проекций*.

При изображении на бумаге пространственных форм земной поверхности в геодезии пользуются ортогональной (прямоугольной) проекцией. При этом линии проектирования должны быть перпендикулярны к поверхности, на которую проектируются точки земной поверхности.

**Изображение значительных территорий земной поверхности.** При изображении больших территорий земной поверхности проектирование производится на уровенную поверхность Земли, по отношению к которой отвесные линии являются нормальными.

Пусть поверхность  $P$  (рис. 2, а) является частью уровенной поверхности Земли. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , расположенные в характерных точках физической поверхности Земли на значительных расстояниях друг от друга, проектируются от-

весными линиями на уренивую поверхность  $P$ . Пересечение отвесных линий с поверхностью  $P$  дает проекции точек  $A, B, C, D$  на этой поверхности  $a, b, c, d$ . Тогда положение точек  $a, b, c, d$  на уренивой поверхности Земли может быть определено в системе координат, оси которой расположены на поверхности  $P$ . Положение точек земной поверхности  $A, B, C, D$  определится соответствующими координатами на поверхности  $P$  и длинами отвесных линий  $aA, bB, cC, dD$ .

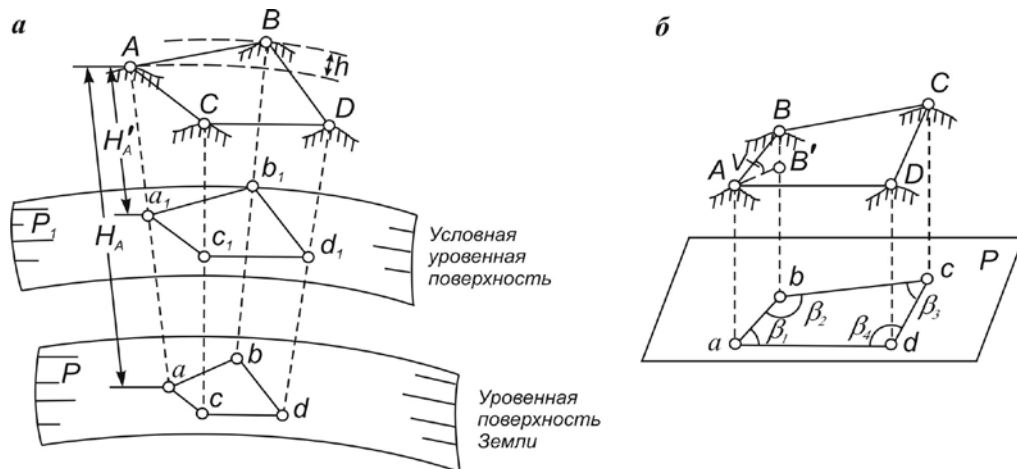


Рис. 2. Проекция точек земной поверхности:  
*а* — на уренивую поверхность; *б* — на горизонтальную плоскость

Расстояние по отвесной линии от уренивой поверхности до точки физической поверхности Земли называется *высотой*. Высоты бывают *абсолютные*, если их отсчет ведется от уренивой поверхности Земли  $P$ , и *условные (относительные)*, если их отсчет ведется от произвольной уренивой поверхности  $P_1$ , параллельной поверхности  $P$ . Обычно за начало отсчета абсолютных высот принимают уровень океана или открытого моря в спокойном состоянии.

В России за начало отсчета абсолютных высот принят *нуль Кронштадтского футштока* (*футшток* — медная доска с горизонтальной чертой, замурованная в гранитный устой моста Обводного канала), соответствующий среднему уровню Балтийского моря по данным многолетних наблюдений. Поэтому в нашей стране система высот получила название *Балтийской системы высот*.

Численное значение высоты называется *отметкой точки (абсолютной или условной)*. Например,  $H_A = 528,752$  м — абсолютная отметка точки  $A$ ;  $H'_A = 28,752$  м — условная отметка той же точки.

Разность высот двух точек (абсолютных или условных) называется *превышением*  $h$

$$h = H_B - H_A = H'_B - H'_A$$

Для перехода от условных высот к абсолютным и наоборот необходимо знать расстояние от основной уренивой поверхности до условной.

**Изображение небольших участков земной поверхности. Элементы измерений на местности.** При изображении небольшого участка местности соответствующую ему часть уренивой поверхности можно принять за горизонтальную

плоскость. В этом случае точки физической поверхности Земли проектируются перпендикулярами, параллельными друг другу, на горизонтальную плоскость  $P$  (рис. 2, б).

Пересечение перпендикуляров с плоскостью  $P$  дает точки  $a, b, c, d$ , являющиеся ортогональными проекциями точек земной поверхности  $A, B, C, D$  на горизонтальную плоскость. Полученный плоский четырехугольник  $abcd$  представляет собой *горизонтальную проекцию* пространственного четырехугольника  $ABCD$  физической поверхности Земли.

Линии  $ab, bc, cd$  и  $da$  называются *горизонтальными проложениями линий*  $AB, BC, CD, DA$  местности, а углы между ними  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  — *горизонтальными углами*. В общем случае фигура  $abcd$  на плоскости не будет подобна пространственной фигуре  $ABCD$ , а горизонтальные проложения линий не равны самим линиям местности.

Как следует из рис. 2, б,

$$ab = AB' = B \cos v,$$

где  $v$  — *угол наклона линии местности*, т. е. *угол, образованный наклонной линией с горизонтальной плоскостью*. Следовательно, для изображения фигуры местности на горизонтальной плоскости (в плане) следует знать горизонтальные проложения ее сторон и горизонтальные углы между сторонами. Поэтому в геодезической практике пользуются не измеренными расстояниями  $D$ , а их горизонтальными проложениями  $d$  (проекциями на горизонтальную плоскость).

### § 6. Влияния кривизны Земли на горизонтальные расстояния и высоты точек при переходе со сферы на плоскость

Как уже отмечалось ранее, в первом приближении уровенная поверхность Земли может быть заменена сферой определенного радиуса. Сравнительно небольшой участок уровенной поверхности Земли с достаточной для практических целей точностью можно считать плоскостью. Рассмотрим, при каких размерах участков земной поверхности можно не считаться с кривизной Земли.

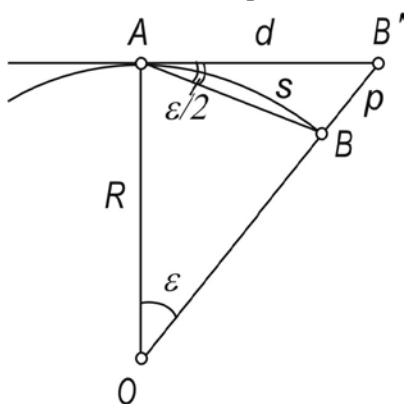


Рис. 3. Зависимость от кривизны Земли расстояний и высот точек

Пусть  $AB$  (рис. 3) — часть уровенной поверхности Земли, принимаемой за сферу с центром  $O$  и радиусом  $R$ . Дуге  $\overset{\frown}{AB} = s$  соответствует центральный угол  $\varepsilon$ .

Заменим участок сферической поверхности Земли плоскостью, касающейся сферы в точке  $A$ .

Для учета искажения расстояния между двумя точками при замене сферической поверхности плоскостью определим разность между длиной касательной  $AB' = d$  и дугой  $\overset{\frown}{AB} = s$ , т. е.  $\Delta s = d - s$ .

Как следует из рис. 3,  $s = R\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  выражен в радианной мере,  $d = R \operatorname{tg}\varepsilon$ . Отсюда

$$\Delta s = R \operatorname{tg}\varepsilon - R\varepsilon = R(\operatorname{tg}\varepsilon - \varepsilon).$$

Разложив  $t\epsilon$  в ряд и ограничиваясь при этом двумя членами разложения, получим

$$t\epsilon = \epsilon + \frac{\epsilon^3}{3} + \dots$$

Тогда 
$$\Delta s = R \left( \epsilon + \frac{\epsilon^3}{3} - \epsilon \right) = \frac{R\epsilon^3}{3}.$$

Полагая  $\epsilon = \frac{s}{R}$  имеем 
$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2} \quad (1)$$

По формуле (1) можно рассчитать величины линейных искажений при замене сферической поверхности плоскостью для различных значений  $s$ , приняв  $R = 6\,371$  км. Результаты расчетов представлены ниже.

$s$ , км	10	15	20	25	50
$\Delta s$ , м	0,008	0,028	0,066	0,13	1,02
$\Delta s/s$	1 : 1 200 000	1 : 540 000	1 : 304 000	1 : 195 000	1 : 49 000

Как показывают приведенные данные, замена участка земной поверхности радиусом в 10 км плоскостью влечет за собой незначительные (менее 1 : 1 000 000, т. е. менее 1 мм на 1 км длины линии) искажения расстояний, которые являются допустимыми при самых точных линейных измерениях. Поэтому участок земной поверхности радиусом 10 км можно принимать за плоскость во всех случаях геодезической практики.

При решении инженерных задач за плоскость можно принимать участок уровенной поверхности радиусом до 25 км, так как при этом искажения длин линий будут достаточно малы (порядка 1 : 200 000).

При замене участка  $AB$  (см. рис. 3) уровенной поверхности Земли касательной  $AB'$  точка  $B$  перемещается в положение  $B'$ , в связи с чем ее высота изменяется на величину  $p$ . Величина  $p$  выражает влияние кривизны Земли на высоты точек и называется *поправкой за кривизну Земли*. Как следует из рис. 3, угол  $BAB' = \epsilon/2$  как угол, составленный касательной и хордой. По малости этого угла отрезок  $p$  можно рассматривать как дугу радиуса  $s$ , т. е.  $p = s(\epsilon/2)$ . Поскольку  $\epsilon = s/R$ , то

$$p = \frac{s^2}{2R}. \quad (2)$$

Придавая  $s$  в формуле (2) различные численные значения, при  $R = 6\,371$  км определим соответствующие величины поправок  $p$ :

$s$ , км	0,1	0,3	0,5	1,0	2,0
$p$ , м	0,001	0,01	0,02	0,08	0,31

Отсюда следует, что влияние кривизны Земли на высоты точек заметно сказывается уже при расстоянии между ними 0,3 км. Следовательно, при измерении высот нельзя пренебрегать кривизной Земли даже при небольших горизонтальных расстояниях между точками.

### ГЛАВА 3

## ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В ГЕОДЕЗИИ

### § 7. Общие сведения о системах координат

Положение точек физической поверхности Земли определяется *координатами* — величинами, характеризующими расположение искомых точек относительно исходных плоскостей, линий и точек выбранной системы координат.

Как отмечалось ранее, при решении многих задач геодезии, охватывающих большие пространства, фигура Земли аппроксимируется математически правильной фигурой эллипсоида вращения, близкого к геоиду (квазигеоиду). Эллипсоид вращения, параметры которого подбирают под условием наилучшего соответствия фигуре геоида в пределах всей Земли, называют общим земным эллипсоидом (Нормальной Землей). В различных странах для обработки геодезических измерений используют эллипсоиды, размеры и ориентирование которых в теле Земли наилучшим образом подходят для данной территории (референц-эллипсоиды).

В России и в ряде других стран при выполнении геодезических работ с 1946 г. используют референц-эллипсоид Красовского, размеры которого довольно близки к размерам общего земного эллипсоида, а их сжатия практически совпадают.

Эллипсоид Красовского в качестве координатной поверхности совместно с выбранными исходными геодезическими датами (координатами начального пункта геодезической сети страны и азимутом исходной стороны) образуют государственную референционную «Систему координат 1942 г.» (СК-42).

В настоящее время Государственными системами геодезических координат и высот России являются система координат 1995 г. (СК-95), введенная с 1 июля 2002 г., и Балтийская система высот. В качестве координатной поверхности в этой системе используется эллипсоид Красовского. За начало координат (как и в СК-42) приняты координаты центра Пулковской астрономической обсерватории, за исходный уровень отсчета высот — средний многолетний уровень Балтийского моря с исходным пунктом нивелирной сети в Кронштадте.

Кроме того, в различных регионах могут использоваться местные системы координат, в которых принято другое начало координат либо имеет место разворот координатных осей на некоторый угол. К местной может быть также отнесена общегосударственная система координат СК-63, поскольку ее координатная сетка сдвинута и развернута по отношению к стандартной прямоугольной сетке в проекции Гаусса — Крюгера. Следует учитывать, что после завершения геодезических работ координаты пунктов в местной системе координат должны быть перевычислены в государственную референционную систему.

Системы координат, используемые при создании геодезических опорных сетей, производстве топографических съемок и решении инженерно-геодезических задач на местности, могут быть разделены на две группы: *пространственные* (трехмерные) и *плоские* (двухмерные).

Из пространственных систем координат рассмотрим географическую систему, геоцентрическую систему прямоугольных координат и полярную систему, а из плоских — условную систему прямоугольных координат, зональную систему прямоугольных координат и полярную систему координат.

## § 8. Пространственные системы координат

**Географическая система координат** объединяет под общим названием две системы: *астрономическую и геодезическую*. В астрономической системе координаты точек определяются относительно направлений отвесных линий в точках земной поверхности, а в геодезической — относительно нормалей к референц-эллипсоиду. Астрономические координаты могут быть измерены техническими средствами и методами геодезической астрономии. Геодезические координаты точек получают путем вычислений по формулам сфероидической геодезии соответственно параметрам принятого референц-эллипсоида и его ориентировки в теле Земли. Эти системы связаны между собой через *уклонение отвесных линий* — угол  $U$  между направлениями нормали к поверхности эллипсоида и отвесной линии в данной точке (рис. 4, а).

Величины уклонений отвесных линий зависят от неравномерностей распределения масс в теле Земли и составляют в среднем 3–4", достигая в отдельных районах десятков секунд. Поэтому координаты одних и тех же точек в двух рассматриваемых системах могут различаться до 100 м, а в аномальных районах (как правило, в горных районах) — значительно больше. Это необходимо учитывать при использовании географических координат точек, определенных из астрономических наблюдений.

В дальнейшем под географической системой координат следует понимать элементы и координаты геодезической системы, связанной с нормальными к поверхности референц-эллипсоида.

Элементами географической системы координат являются (рис. 4, б): *плоскость экватора  $EE_1$ ; ось вращения Земли  $PP_1$ , перпендикулярная к экватору; плоскость начального меридиана  $PG_0P_1$* , за который по международному соглашению принят Гринвичский меридиан, проходящий через главный зал Гринвичской обсерватории близ Лондона.

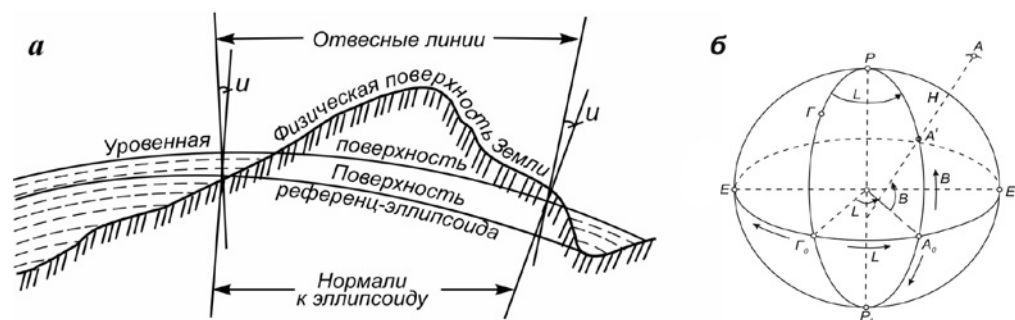


Рис. 4. Географическая (геодезическая) система координат:  
а - уклонение отвесных линий; б - схема определения геодезических координат

Рис. 5. Географическая (геодезическая) система координат:  
а — уклонение отвесных линий; б — схема определения геодезических координат

В геодезической системе координат положение проекции точки  $A$  на поверхности эллипсоида (рис. 4, б) определяется координатами: геодезической широтой  $B$  и геодезической долготой  $L$ , т. е.  $A'(B, L)$ .

*Геодезической широтой  $B$*  называется угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида в данной точке и плоскостью экватора. Широта измеряется дугой геодезического меридиана  $A_0A'$  от экватора до данной точки и в зависимости от полушария может быть северной (+) или южной (-); ее величина изменяется от  $0^\circ$  (на экваторе) до  $\pm 90^\circ$  (на полюсах).

*Геодезической долготой  $L$*  называется двугранный угол, составленный плоскостями начального меридиана и геодезического меридиана данной точки.

Долгота измеряется дугой экватора либо дугой параллели от Гринвичского меридиана до меридиана данной точки. Она изменяется от  $0^\circ$  до  $\pm 180^\circ$  и может быть западной (-) или восточной (+).

Положение точки  $A$  на физической поверхности Земли определяется координатами  $B$ ,  $L$  и *геодезической высотой  $H$* , характеризующей отстояние по нормали данной точки от ее проекции  $A'$  на поверхности эллипсоида. Геодезические координаты  $B$ ,  $L$ ,  $H$  принято называть пространственными эллипсоидальными координатами.

Астрономические сферические координаты точек на земной поверхности определяют по результатам наблюдений небесных светил. *Астрономической широтой  $\varphi$*  называют угол между отвесной линией в данной точке и плоскостью экватора. *Астрономической долготой  $\lambda$*  точки называют двугранный угол между плоскостью начального (Гринвичского) меридиана и плоскостью астрономического меридиана данной точки. Под плоскостью астрономического меридиана понимают плоскость, проходящую через отвесную линию в данной точке и располагающуюся параллельно оси вращения Земли.

Географическая система координат является единой для всего земного шара. Она применяется при решении задач астрономии, сферической геометрии, картографии и т. д., охватывающих большие пространства.

**Пространственная система прямоугольных координат.** В этой системе за начало координат принят центр  $O$  земного эллипсоида (рис. 5), ось  $OZ$  совпадает с малой осью эллипсоида, ось  $OX$  находится на пересечении экватора и начального меридиана, ось  $OY$  дополняет систему до правой, т. е. находится в плоскости меридиана с геодезической долготой  $L=90^\circ$ .

Положение точки  $A$  в этой системе определяется координатами:

$$X = OA'', \quad Y = A'A'', \quad Z = A'A.$$

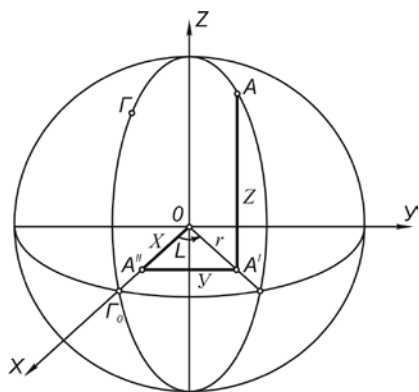


Рис. 5. Система пространственных прямоугольных координат

При расположении начала пространственных прямоугольных координат в центре референц-эллипсоида систему называют *референционной*. Если за начало координат принят центр общего земного эллипсоида (центр масс Земли), а ось  $Z$  совмещена с осью вращения Земли, то такую систему называют *геоцентрической*.

В *геоцентрической экваториальной системе* оси координат задают относительно определенных точек земной поверхности или небесной сферы (рис. 6).

Ось  $z(Z)$  направлена на северный полюс Земли  $P$ . Если при этом ось  $X$  направлена в точку пересечения Гринвичского меридиана с экватором  $\Gamma_0$ , получим *земную систему координат XYZ*, которая участвует в суточном вращении Земли, оставаясь неподвижной относительно точек земной поверхности. Эта система координат удобна для определения положения точек земной поверхности и изучения фигуры Земли.

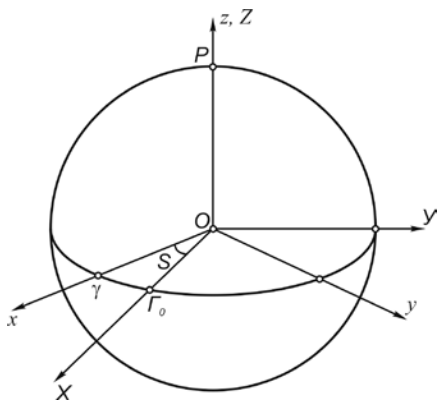


Рис. 6. Геоцентрические земная и звездная экваториальные системы координат

Если ось  $x$  (см. рис. 6) направлена в точку весеннего равноденствия  $\gamma$  (точку небесного экватора, в которой Солнце бывает около 21 марта при переходе из южной сферы в северную), то получим *звездную систему координат xyz*, не связанную с суточным вращением Земли. Эта система удобна для изучения движения небесных тел, включая околоземные искусственные космические объекты.

Звездная и земная системы отсчета координат связаны между собой через часовой угол  $S$  (звездное время) точки  $\Gamma_0$  на экваторе.

Использование спутниковых технологий позволило разработать новые независимые методы определения фигуры Земли. На основе спутниковых, астрономических и гравиметрических методов были созданы геодезические модели Земли, принятые в качестве международных.

В настоящее время в спутниковой геодезии применяются две общеземные системы координат: Всемирная геодезическая система WGS-84 и Российская система ПЗ-90 (Параметры Земли).

В системе WGS-84 начало отсчета координат задано в центре масс Земли; ось  $Z$  пространственной прямоугольной системы координат параллельна направлению на условный земной полюс (Международное условное начало МУН); ось  $X$  определяется плоскостями условного меридиана (параллелен нулевому меридиану) и экватора; ось  $Y$  дополняет систему координат до правой. Начало и положение осей этой координатной системы совпадает с геометрическим центром и осями общеземного эллипсоида WGS-84 с параметрами:  $a = 6\,378\,137$  м,  $\alpha = 1 : 298,257\,223\,563$ ,  $e^2 = 0,006\,694\,380$ . Система координат WGS-84, полученная в США по данным наблюдений ИСЗ, в дальнейшем неоднократно уточнялась, и с 1994 г. используется версия WGS-84 (G 730).

Система координат ПЗ-90 также является геоцентрической прямоугольной пространственной системой с началом в центре масс Земли; ось  $Z$  направлена к условному земному полюсу, а ось  $X$  – в точку пересечения плоскости экватора и нулевого меридиана. Полученные в результате модернизации геодезические параметры Земли относятся к эпохе 2002 г., поэтому новой системе дано обозначение ПЗ-90 (2002). Параметры эллипсоида в этой системе следующие:  $a = 6\,378\,136$  м,  $\alpha = 1 : 298,257\,839\,303$ ,  $e^2 = 0,006\,694\,6619$ .

Системы координат WGS-84 и ПЗ-90 весьма близки друг к другу. Так, например, размеры больших полуосей эллипсоидов различаются на 1 м.

Между системами координат ПЗ-90 и WGS-84, являющимися базовыми для национальных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS, установлены приближенные параметры связи. Для совместного использования этих систем необходимо установление точной связи между ними, что позволит в полной мере использовать возможности спутниковых приемников, работающих с сигналами спутников ГЛОНАСС и GPS. В настоящее время производственные координатные определения выполняются в основном по наблюдениям спутников GPS в системе координат WGS-84.

**Пространственная полярная система координат.** Элементами системы координат являются (рис. 7): горизонтальная плоскость  $Q$ ; отвесная линия  $Z_1Z_2$ , служащая осью; начальное положение  $P_0$  вертикальной плоскости  $P$ ; начальное положение  $r_0$  подвижного радиус-вектора  $r$ ; точка  $O$  — центр координат системы.

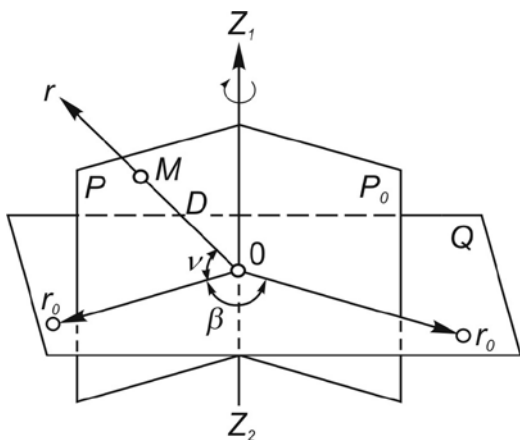


Рис. 7. Пространственная полярная система координат

Для того чтобы определить положение в пространстве точки  $M$ , т. е. найти ее координаты, будем вращать вокруг отвесной линии вертикальную плоскость  $P$  из ее начального положения  $P_0$  так, чтобы она прошла через искомую точку  $M$ . В плоскости  $P$  поворачиваем радиус-вектор  $r$  из его начального положения  $r_0$  до тех пор, пока он не пройдет через точку  $M$ .

Тогда положение точки  $M$  определится тремя координатами:

- 1) горизонтальным углом  $\beta$  между плоскостями  $P_0$  и  $P$ ;
- 2) вертикальным углом  $\nu$ , составленным горизонтальной плоскостью с радиус-вектором  $r$ , проходящим через искомую точку  $M$ ;
- 3) наклонным расстоянием  $D$  от центра координат до точки по радиус-вектору  $r$ .

Данная система находит широкое применение в топографических съемках местности.

## § 9. Системы координат на плоскости

Из плоских систем координат в геодезии наибольшее распространение получили прямоугольные и полярная системы координат. Они применяются при производстве съемочных работ и отображении участков земной поверхности на плоскости бумаги в виде планов и карт.

**Условная система плоских прямоугольных координат.** Если размеры участка земной поверхности позволяют не принимать во внимание сферичность Земли, то при производстве геодезических работ часто применяется условная (местная) система плоских прямоугольных координат, начало которой выбирается произвольно.

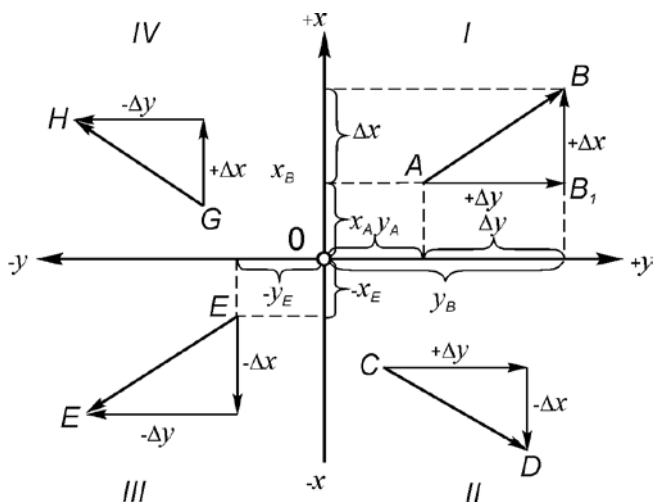


Рис. 8. Плоская условная система прямоугольных координат

Элементами данной системы координат являются (рис. 8.): ось  $Ox$ , направление которой принимается параллельным истинному, магнитному или осевому меридиану зоны либо произвольным; ось  $Oy$ , перпендикулярная к оси  $Ox$ ; точка  $O$  — начало координат.

Осями координат горизонтальная плоскость делится на четыре четверти. В отличие от принятой в математике левой системы плоских прямоугольных (декартовых) координат в геодезии применяется правая система прямоугольных

координат, в которой нумерация четвертей ведется по ходу часовой стрелки, начиная с северо-восточной четверти; это позволяет использовать в геодезических вычислениях формулы тригонометрии без каких-либо изменений.

Положение любой точки на плоскости в данной системе определяется координатами  $x, y$ ; их знаки зависят от четверти, в которой находится точка. Координаты точек, например  $A$  и  $B$  ( $x_A, y_A$  и  $x_B, y_B$ ), равны соответственно расстояниям от начала координат до проекции этих точек на оси  $Ox$  и  $Oy$ .

Проекции линии  $AB$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  называются приращениями координат и обозначаются  $\Delta x, \Delta y$ . Знаки приращений зависят от четверти; если направления приращений координат — катетов прямоугольных треугольников — совпадают (см. рис. 8) с положительным направлением координатных осей, то приращения координат будут положительны, если не совпадают, то приращения отрицательны. Знаки приращений координат по четвертям показаны на рис. 8.

Если известны координаты  $x_A, y_A$ , точки  $A$  и приращения координат  $\Delta x, \Delta y$  между точками  $A$  и  $B$ , то координаты точки  $B$  будут равны:

$$x_B = x_A + \Delta x; \quad y_B = y_A + \Delta y .$$

$$\text{В общем случае,} \quad x_n = x_{n-1} + \Delta x_n; \quad y_n = y_{n-1} + \Delta y_n, \quad (3)$$

т. е. координаты последующей точки равны координатам предыдущей точки плюс соответствующие приращения со своими знаками. Данная система координат применяется при горизонтальных съемках и составлении планов небольших участков местности.

**Зональная система плоских прямоугольных координат.** При топографических съемках, землеустроительных и инженерно-геодезических работах наиболее целесообразно применять системы плоских прямоугольных координат. Поэтому для изображения на плоскости значительных территорий земной поверхности применяются картографические проекции, дающие возможность переносить

точки с поверхности эллипсоида на плоскость по определенным математическим законам. В общем случае картографические проекции вызывают искажения как углов, так и длин.

В геодезии выгодно применять такие проекции эллипсоида на плоскость, которые не искажали бы углов. Подобные проекции называются *равноугольными* или *конформными*. Возникающие при этом искажения длин и площадей должны быть незначительными и учитываться простыми формулами.

При прочих равных условиях искажения будут тем больше, чем обширнее участок поверхности эллипсоида, проектируемый на плоскость. Для того, чтобы поправки за искажение длин были сравнительно невелики, при изображении больших областей поверхности эллипсоида их делят на отдельные участки (зоны) и каждый из них изображается на плоскости в системе прямоугольных координат. Для развертки поверхности земного эллипсоида на плоскость без разрывов применяют различные методы проектирования его на вспомогательные поверхности (например, цилиндра или конуса), которые затем могут быть развернуты на плоскость без искажения.

В общегосударственной системе плоских прямоугольных координат положение точек земной поверхности определяется прямоугольными координатами  $x, y$  на плоскости, на которую они проектируются по закону равноугольной поперечно-цилиндрической проекции Гаусса — Крюгера. Данная проекция была разработана немецким ученым К. Гауссом в 1825–1830 гг.; разработку рабочих формул для вычислений координат в этой проекции выполнил в 1912 г. Л. Крюгер. Мировое значение данная система приобрела лишь после введения ее в б. СССР с 1928 г.; в настоящее время она принята в странах СНГ, а также в ряде стран Европы.

Сущность проекции Гаусса — Крюгера заключается в следующем. Земной эллипсоид делится меридианами через  $6^\circ$  по долготе на 60 зон, простирающихся от полюса до полюса (рис. 9, а).

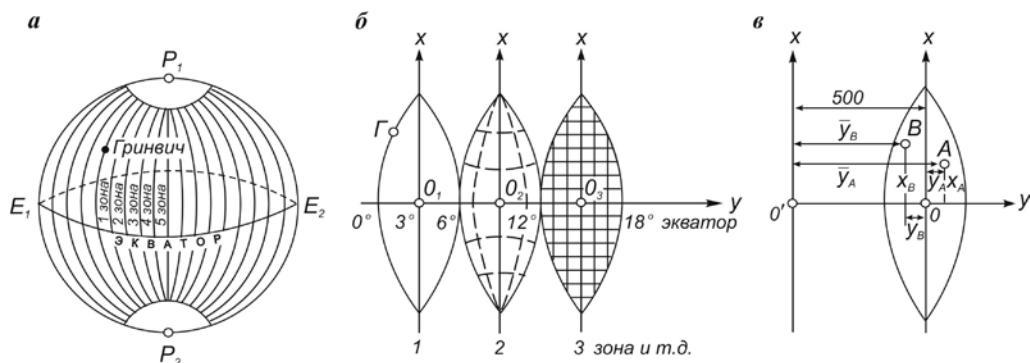


Рис. 9. Зональная система прямоугольных координат:  
 а — схема деления поверхности земного шара на зоны;  
 б — схема изображения зон после развертки на плоскости;  
 в — схема определения преобразованных ординат

Нумерация зон ведется с запада на восток от Гринвичского меридиана, который является западной границей первой зоны. Средний меридиан каждой зоны называется осевым.

Долгота осевого меридиана любой зоны восточного полушария определяется по формуле

$$L = 6^\circ N - 3^\circ, \quad (4)$$

где  $N$  — номер 6-градусной зоны.

Поверхность каждой зоны в отдельности проектируется на плоскость; при этом вся зона переходит с эллипсоида на плоскость в несколько расширенном виде.

В результате такого проектирования получают изображение поверхности земного шара (эллипсоида) в виде шестидесяти зон, примыкающих друг к другу на экваторе (рис. 9, б). Каждая из этих зон имеет прямоугольную систему координат со своим началом координат — точкой пересечения экватора с осевым меридианом зоны.

Осевой меридиан зоны изображается на плоскости прямой линией и принимается за ось абсцисс ( $x$ ); осью ординат ( $y$ ) является изображение экватора. Остальные меридианы и параллели в пределах зоны изобразятся кривыми линиями (дугами). Абсциссы отсчитываются от экватора к северу и югу; к северу от экватора абсциссы положительны, к югу — отрицательны. Ординаты отсчитываются от осевого меридиана к востоку (положительные) и к западу (отрицательные).

Для удобства измерения прямоугольных координат при решении практических задач на планах и картах наносят координатную сетку (см. рис. 9, б), которая представляет собой систему линий, проведенных через определенное расстояние параллельно осевому меридиану зоны (оси  $x$ ) и экватору (оси  $y$ ).

На территории России, полностью расположенной в северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс ( $x$ ) условно переносят на 500 км к западу от осевого меридиана (рис. 9, в). Исправленную таким образом ординату называют преобразованной (приведенной). Как следует из рис. 9, в

$$\bar{y}_A = 500 \text{ км} + y_A; \quad \bar{y}_B = 500 \text{ км} + y_B.$$

Если  $y_A = 102,375 \text{ км}$ ,  $y_B = -70,188 \text{ км}$ , то  $\bar{y}_A = 602,375 \text{ км}$ ,  $\bar{y}_B = 429,812 \text{ км}$ .

В каждой из шестидесяти зон численные значения координат  $x$  и  $y$  могут повторяться. Поэтому для однозначного определения положения точки на земной поверхности перед каждой ординатой ставится номер зоны. Например, точка  $B$  находится в 11-й зоне, тогда ее полная преобразованная ордината  $\bar{y}_B = 11429,812 \text{ км}$ .

По мере удаления от осевого меридиана зоны возрастают искажения длин линий и площадей.

Длины горизонтальных проекций линий местности  $d$  должны быть увеличены в проекции Гаусса — Крюгера на величину

$$\Delta d = d \frac{y_{cp}^2}{2R^2}, \quad (5)$$

где  $y_{cp}$  — абсолютное значение непреобразованной ординаты средней точки линии;

$R$  — средний радиус земного шара ( $R = 6371 \text{ км}$ ).

Конец ознакомительного фрагмента.  
Приобрести книгу можно  
в интернет-магазине «Электронный универс»  
([e-Univers.ru](http://e-Univers.ru))