

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Учебное пособие содержит все важные темы курса сопротивления материалов. В пособии рассматриваются основные понятия курса, сжатие и растяжение материалов, работа деформации, критерии прочности и предельных напряженных состояний материалов, касательные напряжения, расчет на прочность, теория напряженного состояния, основные законы упругих свойств материалов, жесткость и прочность при кручении, сдвиги и изгибы, температурные напряжения, расчет конструкций по предельной нагрузке и т. д. Изложены теоретические основы, а также практические указания по выполнению расчетно-проектировочных работ. Приводятся методика определения внутренних усилий и построения эпюр различных силовых факторов, определения положения опасных сечений, а также подбора сечений из условия прочности.

Издание предназначено для преподавателей, аспирантов, студентов-бакалавров, магистрантов, обучающихся по агронженерным специальностям.

# **ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ**

## **1.1. Основные принципы и гипотезы науки о сопротивлении материалов**

Сопротивление материалов представляет собой один из разделов механики твердого деформируемого тела.

Сопротивление материалов – это наука о принципах и методах расчёта частей машин и сооружений на прочность, жесткость и устойчивость.

Под прочностью элемента конструкции понимают его способность воспринимать внешние нагрузки в процессе эксплуатации, не разрушаясь. Расчет на прочность преследует цель подобрать наименьшие поперечные размеры элементов конструкций, исключающие возможность разрушения под действием заданных нагрузок.

Под жёсткостью элемента конструкции понимают его способность сохранять свои размеры и, следовательно, форму в процессе эксплуатации. Расчет на жесткость связан с определением деформаций конструкций.

Под устойчивостью элемента конструкции понимают его способность сохранять под действием эксплуатационных нагрузок свою первоначальную форму равновесия.

В отличие от других разделов механики твердого деформируемого тела (теории упругости и пластичности), сопротивление материалов стремится решать свои задачи наиболее простыми и доступными в инженерной практике методами, используя различные приближенные методы, упрощающие гипотезы, пригодность которых проверена экспериментально.

Исследование реальных элементов конструкций начинается с расчетной схемы, выбор которой заключается в устранении второстепенных факторов, незначительно влияющих на работу конструкции, схематизации рассматриваемого объекта.

С геометрической стороны это приводит к тому, что основным объектом расчёта в сопротивлении материалов явля-

ется стержень (брус) (рис. 1.1а). Это тело, поперечные размеры которого малы по сравнению с длиной.

Чаще других в сопротивлении материалов рассматриваются призматические стержни с прямолинейной осью, реже – стержни с переменным сечением и стержни с криволинейной осью.

Стержни, образованные путем последовательного поворота сечений вокруг оси, называются естественно закрученными (примером служит сверло).

Осью стержня называется линия, проходящая через центры тяжести всех последовательно проведенных поперечных сечений.

Сечение стержня плоскостью, перпендикулярной его оси, называют поперечным сечением.

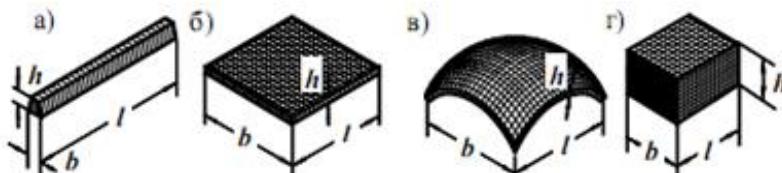


Рисунок 1.1 – Расчетные объекты

Стержни, у которых толщина стенки значительно меньше габаритных размеров поперечного сечения, называются тонкостенными.

Пластина представляет собой тело, один из размеров которого (толщина) значительно меньше двух других (длины и ширины) (рис. 1.1б).

Искривленная пластина, т. е. тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями с расстоянием между ними, значительно меньшим других размеров, называется оболочкой (рис. 1.1в).

Массив – тела, у которых все три размера одинакового порядка.

В сопротивлении материалов применяются следующие основные принципы.

1. Принцип сохранения начальных размеров (принцип отвердевания). Согласно этому принципу форма тела под действием внешних сил меняется несущественно. Это позволяет при составлении уравнений равновесия исходить из начальных размеров тела. Принцип отвердевания неприменим при наличии в теле больших перемещений.

2. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции). В соответствии с этим принципом действие некоторой совокупности сил эквивалентно сумме независимых действий этих сил. Этот принцип позволяет рассматривать действие каждой силы независимо, т. е. предполагая остальные силы отсутствующими. Условием применения принципа независимости действия сил является предположение о том, что деформации в теле малы по сравнению с его размерами.

3. Принцип Сен-Бенана. Согласно этому принципу в точках тела, достаточно удаленных от места приложения внешних нагрузок, напряжения мало зависят от способа приложения нагрузок. Этот принцип позволяет отвлечься от конкретного способа приложения внешних нагрузок и реакций опор.

Для облегчения решения вопросов инженерной практики в сопротивлении материалов прибегают к схематизации свойств материалов и пользуются рядом допущений.

1. Материалы предполагаются идеально упругими.

Это означает, что после снятия внешних нагрузок тело восстанавливает исходные размеры и, следовательно, форму.

Из этой гипотезы следует независимость окончательной деформации тела от порядка приложения внешних нагрузок.

2. Материалы считаются изотропными.

Согласно этой гипотезе в данной точке тела материал обладает одинаковыми свойствами по всем направлениям.

3. Материалы являются однородными.

Принятие этой гипотезы означает, что свойства материала считаются одинаковыми во всех точках тела.

4. Материал тела предполагается сплошным.

Эта гипотеза предлагает рассматривать материал тела как непрерывную среду до деформации, а также в процессе деформации и после неё. Следствием принятия этой гипотезы является непрерывность функций координат, описывающих перемещение точек тела.

## **1.2. Внешние и внутренние силы**

Внешние силы обусловлены взаимодействием тела с другими телами. Они подразделяются на поверхностные и объемные.

Объемные силы (вес тела, силы инерции) приложены ко всем точкам тела и, следовательно, распределены непрерывно по его объему.

Поверхностные силы (опорные реакции, тросовые подвески, распределённые нагрузки) приложены к поверхности тела.

Распределенными нагрузками являются приложенные непрерывно на протяжении некоторой площади или длины. Величина распределенной нагрузки, приходящаяся на единицу площади или длины, называется интенсивностью распределённой нагрузки.

Сосредоточенной называется сила, распределённая по весьма малой площади тела, и ее принято считать приложенной в точке.

Различают нагрузки статические и динамические.

Статические нагрузки нарастают очень медленно от нуля до своего конечного значения, а затем остаются постоянными.

К динамическим относятся ударные и повторно-переменные нагрузки. Последние при условии, что частота их изменения соизмерима с частотой собственных колебаний тела (конструкции).

Внутренними силами называют силы упругого взаимодействия одной части тела с другой, обусловленные действием внешних сил. Постоянные взаимодействия между частицами тела в расчет не принимаются.

Внутренние силы сопротивляются стремлению внешних отделить одну часть тела от другой или изменить форму тела.

Для определения внутренних сил применяют метод сечений. Суть этого метода состоит в следующем. Изучаемый стержень мысленно рассекают плоскостью на две части. Далее рассматривают равновесие одной из частей (любой) под действием внешних сил, приложенных к этой части, и внутренних сил взаимодействия с отброшенной частью (рис. 1.2). Это позволяет определить равнодействующую внутренних сил и их интенсивность.

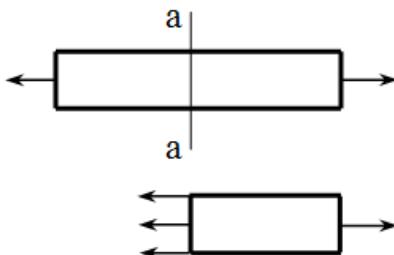


Рисунок 1.2 – Метод сечений

Равнодействующую внутренних сил называют усилием, а величину внутренней силы, приходящуюся на единицу площади сечения, – напряжением в данной точке сечения.

В зависимости от характера системы внешних сил, приложенных к стержню, возможны следующие случаи деформации стержня.

1. Внешние силы приводятся к силе, направленной по оси стержня (рис. 1.3). В этом случае стержень испытывает растяжение или сжатие.

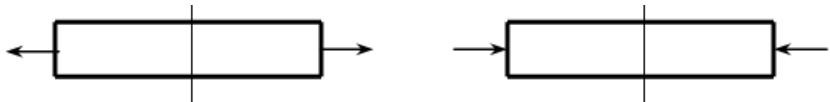


Рисунок 1.3 – Деформация растяжения или сжатия

2. Внешние силы приводятся к паре сил, действующей в плоскости, перпендикулярной оси стержня (рис. 1.4). Внутренние силы в этом случае приводятся тоже к паре, действующей в плоскости, перпендикулярной оси стержня. Стержень под действием этих двух пар испытывает кручение.

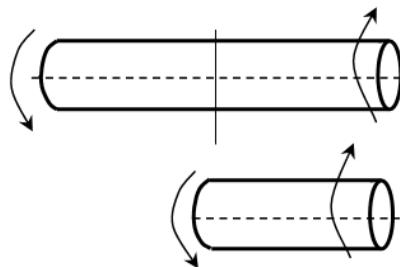


Рисунок 1.4 – Деформация кручения

3. Внешние силы приводятся к паре сил, действующей в плоскости, в которой лежит ось стержня (рис. 1.5).

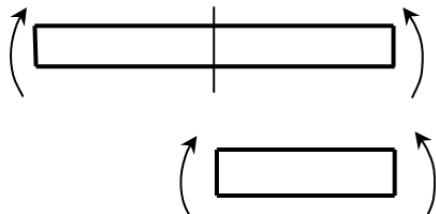


Рисунок 1.5 – Деформация изгиба

Внутренние силы в этом случае тоже приводятся к паре, действующей в той же плоскости. Стержень под действием этих двух пар подвергается изгибу.

### 1.3. Понятие о напряжениях и деформациях

Пусть в окрестности некоторой точки 0 сечения стержня выделена элементарная площадка  $\Delta F$  (рис. 1.6).

Пусть величина внутренней силы, действующей по площадке, равна  $\Delta P$ .

Тогда  $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = p$  – полное напряжение в точке 0.

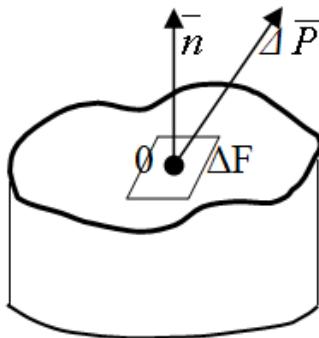


Рисунок 1.6 – Рассматриваемое сечение

Полное напряжение можно разложить на две компоненты (рис. 1.7).

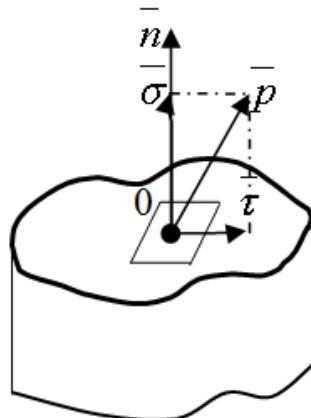


Рисунок 1.7 – Проекции полного напряжения

Проекция полного напряжения  $\bar{p}$  на нормаль  $\bar{n}$  к сечению  $\sigma = p \cos(\bar{p}, \bar{n})$  называется нормальным напряжением.

Проекция полного напряжения  $\bar{p}$  на плоскость площадки  $\tau = p \sin(\bar{p}, \bar{n})$  называется касательным напряжением.

Между полным напряжением и его компонентами существует очевидная связь:

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2. \quad (1.1)$$

Напряжения  $\tau$  и  $\sigma$  впредь будем считать скалярными величинами, так как их направления заведомо известны.

Внешние силы, приложенные к телу, вызывают изменения его геометрической формы (деформации).

Перемещения точек тела вдоль прямых линий называются линейными деформациями. Если в теле до деформации расстояние между двумя точками равнялось  $dx$  (рис. 1.8а), а после деформации стало равным  $dx+du$ , то  $du$  представляет собой абсолютную линейную деформацию, а  $\varepsilon = \frac{du}{dx}$  – относительную линейную деформацию по направлению оси  $x$ .

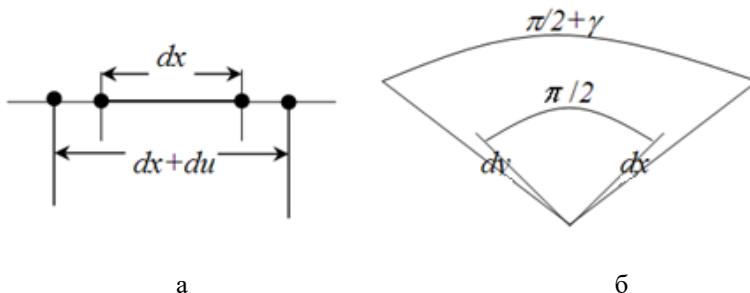


Рисунок 1.8 – Деформации тела

Повороты линий и плоскостей в теле называются угловыми деформациями. Если в теле до деформации два отрезка  $dx$

и  $dy$  располагались под углом  $\pi/2$ , (рис. 1.8б), а после деформации этот угол стал равным  $\pi/2 \pm \gamma$ , то величина  $\gamma$  представляет собой угловую деформацию.

В связи с малостью угловых деформаций при вычислениях полагают  $\gamma = \operatorname{tg} \gamma$ .

Деформации, исчезающие после удаления внешних нагрузок, называются упругими, а деформации, остающиеся в теле, – пластическими (остаточными).

### Контрольные вопросы

1. Виды деформаций.
2. Упругие деформации. Пластические деформации.
3. Внутренние силы, их определение (метод сечений).
4. Виды напряжений.

## ТЕМА 2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ. ГИБКИЕ НИТИ

### 2.1. Усилия в поперечном сечении стержня

Центральным растяжением (или центральным сжатием) называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях стержня возникает только продольная сила  $N$ , а все остальные усилия равны нулю.

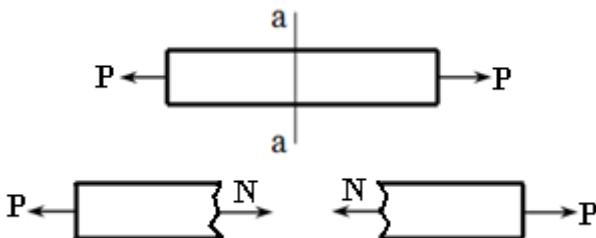


Рисунок 2.1 – Центральное растяжение стержня

Продольная сила представляет собой равнодействующую внутренних сил в поперечном сечении стержня. Она определяется из условий равновесия отсеченной части стержня и численно равна сумме проекций на ось стержня всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения.

При растяжении продольная сила направлена от сечения и считается положительной. При сжатии она направлена к сечению и считается отрицательной.

Эпюра продольных сил  $N$  представляет собой график величин этих усилий для всех поперечных сечений стержня.

### 2.2. Напряжения и деформации при растяжении (сжатии)

При растяжении-сжатии стержня с постоянными поперечными размерами в любом поперечном сечении возникают нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению и равные:

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (2.1)$$

где  $N$  – усилие в опасном сечении стержня, Н;

$F$  – площадь опасного сечения стержня,  $\text{м}^2$ .

Относительная продольная деформация, как отмечалось выше, определяется формулой

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.2)$$

где  $l$  – первоначальная длина стержня, м;

$\Delta l$  – абсолютное удлинение (укорочение), м.

Под действием осевых нагрузок стержень получает также относительную поперечную деформацию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta \varrho}{\varrho}, \quad (2.3)$$

где  $\varrho$  – первоначальный поперечный размер, м;

$\Delta \varrho$  – абсолютное изменение поперечного размера, м.

Абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной называется коэффициентом поперечной деформации (или коэффициентом Пуассона):

$$\mu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}. \quad (2.4)$$

Коэффициент Пуассона характеризует упругие свойства материалов в поперечном направлении при растяжении или сжатии.

Коэффициент Пуассона – величина безразмерная, и его значение для различных материалов заключено в пределах  $0 < \mu \leq 0,5$ .

Объемная деформация стержня характеризуется относительным изменением объема:

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V}, \quad (2.5)$$

где  $V$  – первоначальный объем стержня,  $\text{м}^3$ ;

$\Delta V$  – конечный объем,  $\text{м}^3$ .

Объем стержня при растяжении увеличивается, при сжатии уменьшается. Когда  $\mu = 0,5$ , объем стержня при растяжении или сжатии остается неизменным.

Зависимость между напряжениями и относительными продольными деформациями выражается законом Гука:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E, \quad (2.6)$$

где  $E$  – коэффициент пропорциональности, называемый модулем продольной упругости (модуль Юнга),  $\text{МПа}$ .

Модуль продольной упругости характеризует упругие свойства материалов в продольном направлении при растяжении или сжатии.

Коэффициент поперечной деформации  $\mu$ , наряду с модулем продольной упругости  $E$ , представляют собой постоянные для каждого материала величины, характеризующие его упругие свойства.

Абсолютное удлинение стержня постоянного сечения при постоянном по длине значении продольной силы определяется по формуле

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}. \quad (2.7)$$

Произведение  $E \cdot F$  называется жесткостью сечения при растяжении-сжатии.

Если стержень имеет несколько участков с различными значениями продольной силы или площади поперечного сечения, то удлинение стержня определяется путем суммирования удлинений участков.

После определения удлинений соответствующих участков стержня легко найти перемещение любого сечения вдоль оси стержня.

### 2.3. Потенциальная энергия упругой деформации

Потенциальной энергией упругой деформации называется энергия, накопленная в теле вследствие его упругой деформации под действием внешних сил.

Потенциальная энергия ( $U$ , Н·м) численно равна работе внешних сил, приложенных к телу, и при статическом растяжении или сжатии и постоянных  $N$  и  $F$  по длине стержня может быть определена по формуле

$$U = \frac{N^2 \cdot l}{2 \cdot E \cdot F}, \quad (2.8)$$

или

$$U = \frac{\Delta l^2 \cdot E \cdot F}{2 \cdot l}. \quad (2.9)$$

Удельной потенциальной энергией деформации ( $u$ ,  $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3}$ ) называется потенциальная энергия, отнесенная к единице объема стержня:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E}. \quad (2.10)$$

Конец ознакомительного фрагмента.  
Приобрести книгу можно  
в интернет-магазине  
«Электронный универс»  
[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)