

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ГЛАВА 1	6
§1. Тензор деформаций. Его инварианты. Разложение на девиаторную и шаровую компоненты	6
§2. Тензор напряжений. Инварианты тензора напряжений. Уравнения равновесия сплошного тела	8
§3. Термодинамические состояния для деформированного сплошного тела. Обобщённый закон Гука	10
§4. Однородные деформации стержня. Коэффициент Пуассона	13
§5. Диаграмма деформирования. Пластическая деформация	14
§6. Вязкость. Диссипативная функция. Тензор вязких напряжений	16
§7. Дислокации в реальных кристаллах и связанные с ними явления	19
§8. Высокотемпературная ползучесть чистых металлов и сплавов	23
§9. Уравнение движения сплошной среды. Состояния упругости и вязкого течения особенности поведения пористых систем	25
ГЛАВА 2	28
Уравнения движения жидкости	28
§1. Уравнение движения идеальной жидкости	28
§2. Уравнение движения вязкой жидкости	33
§3. Механическое и тепловое равновесие жидкости	37
§4. Диссипация энергии в потоке вязкой жидкости	39
§5. Движение вязкой жидкости в трубе	40
§6. Элементы теории подобия	43
§7. Эффективная вязкость суспензий	45
ГЛАВА 3	50
§1. Основные положения теории термодинамики необратимых процессов	50
§2. Феноменологическое описание потоков	55
§3. Диффузионные процессы	59
ГЛАВА 4	65
§1. Спекание и припекание металлических порошков в модели вязкой пористой среды, рассматриваемой как сплошная. Коэффициент объёмной вязкости пористой среды	65
§2. Кинетика уплотнения порошковых систем в модели вязкого течения пористого тела	68
§3. Уравнения движения пористой системы в цилиндрических координатах. Кинетика уплотнения порошковых слоёв в условиях центробежного припекания	73

§4. Теория электроконтактного припекания порошковых слоев	81
§5. Активирование процессов спекания и припекания малыми добавками	85
ЛИТЕРАТУРА	91

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сравнительно небольшой по объёму книге излагаются отдельные проблемы физики деформируемых твёрдых тел: их упругое и неупругое поведение, термодинамика деформирования, дислокации и связанные с ними явления, высокотемпературная ползучесть материалов и её механизмы. В модели сплошной деформируемой среды рассматриваются простые системы, изменение объёма которых обусловлено изменением пористости при постоянном объёме монолитной части системы.

Рассмотрены также некоторые вопросы гидродинамики вязкой жидкости, причём проанализирована проблема влияния твёрдых включений на коэффициент вязкости суспензий. Применительно к проблеме спекания и припекания металлических порошков рассмотрена термодинамическая теория активирующих спекание факторов. На основании общих принципов термодинамики необратимых процессов обоснована возможность моделирования процессов спекания и припекания посредством теории вязкого течения сплошной среды с некоторыми эффективными коэффициентами сдвиговой и объёмной вязкости, величины которых определяются коэффициентами диффузии в частицах порошка и структурой частиц (размеры зёрен, плотность дислокаций и т.п.).

В последней, 4-й, главе книги с позиций предыдущих 3-х глав излагаются избранные вопросы кинетики спекания и припекания порошковых систем, связанные с некоторыми конкретными технологиями нанесения порошковых защитных покрытий на детали машин, показано вполне удовлетворительное согласование разработанных теоретических моделей с экспериментальными исследованиями

В книге нашли отражение исследования авторов по проблемам физики спекания металлических порошков и получения защитных порошковых покрытий.

Авторы надеются, что настоящая монография окажется полезной для научных работников и инженеров, работающих в области порошковой металлургии, защитных покрытий, а также для аспирантов, студентов технических вузов и студентов физических специальностей университетов и педвузов.

ГЛАВА 1

Напряженно деформированное состояние сплошной среды. Упругость. Неупругие свойства. Уравнения движения твёрдых деформируемых тел, жидкостей, простых систем.

§1. Тензор деформаций. Его инварианты. Разложение на девиаторную и шаровую компоненты

Под воздействием приложенных сил твердые тела, рассматриваемые или сплошные среды, деформируются, изменяют свою форму и объем. Для математического описания деформаций привлекается вектор деформации [1], компоненты которого можно записать как

$$U_a = X'_a - X_a. \quad (1.1)$$

Здесь полагается, что положение каждой точки тела можно описать радиус-вектором \vec{r} с компонентами X_α , причём $\alpha = 1, 2, 3$, а положение смещенной вследствие деформаций точки описываются радиус-вектором \vec{r}' с компонентами X'_α . координаты X'_α являются функциями X_α , а потому функциями X'_α являются и компоненты U_α .

Можно сказать, что задание величин U_α как функций X_α полностью определяет деформация тела.

Если до деформации две бесконечно близкие точки тела различались на вектор dX_α , а после деформации на dX'_α то можно оценить разность расстояний между этими точками, обусловленную деформацией тела.

Имея в виду известное правило для записи сумм, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} dl^2 &= dX_\alpha^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 \\ dl'^2 &= dX'^2_\alpha = dX'^2_1 + dX'^2_2 + dX'^2_3 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2)$$

Но у нас согласно (1.1) имеет место соотношение

$$dX'_a = dX_a - dU_a, \quad (1.3)$$

причём

$$dU_\alpha = \frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\beta} dX_\beta, \quad (1.4)$$

а потому

$$dX'^2_\alpha = dX_\alpha^2 + 2 \frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\beta} dX_\alpha dX_\beta + \frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\beta} \frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\gamma} dX_\beta dX_\gamma. \quad (1.5)$$

Выражение (1.5) может быть записано следующим образом:

$$dl'^2 - dl^2 = 2e_{ab} dX_a dX_b, \quad (1.6)$$

где введён тензор деформации сплошного тела [1 – 3]:

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial X_{\beta}} + \frac{\partial U_{\beta}}{\partial X_{\alpha}} + \frac{\partial U_{\gamma}}{\partial X_{\alpha}} \frac{\partial U_{\gamma}}{\partial X_{\beta}} \right). \quad (1.7)$$

Величина $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ является тензором 2-го ранга в силу того обстоятельства, что величины $(dX_{\alpha}, dX_{\beta})$ – векторы, а двойная сумма в (1.7) справа – скаляр. Из структуры тензора $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ видно, что он симметричен: $\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \mathcal{E}_{\beta\alpha}$.

Здесь и ниже будут рассматриваться малые деформации среды, а потому третье слагаемое в (1.7) можно опустить. Имеем тогда:

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial X_{\beta}} + \frac{\partial U_{\beta}}{\partial X_{\alpha}} \right). \quad (1.8)$$

Симметричный тензор $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ в каждой точке тела линейным преобразованием координат в этой точке можно привести к главным осям, в которых отличными от нуля будут только диагональные компоненты $\tilde{\mathcal{E}}_1, \tilde{\mathcal{E}}_2, \tilde{\mathcal{E}}_3$.

Имеем в этих осях вместо (1.6):

$$dl'^2 = dl^2 + 2\tilde{\mathcal{E}}_1 dX_1^2 + 2\tilde{\mathcal{E}}_2 dX_2^2 + 2\tilde{\mathcal{E}}_3 dX_3^2. \quad (1.9)$$

Иначе говоря, можно записать:

$$dX'_{\alpha} = \sqrt{1 + 2\tilde{\mathcal{E}}_{\alpha}} dX_{\alpha} \approx (1 + \tilde{\mathcal{E}}_{\alpha}) dX_{\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (1.10)$$

Таким образом, относительные удлинения сторон элементарного параллелепипеда, построенного на главных осях в данной точке суть:

$$\frac{dX'_{\alpha} - dX_{\alpha}}{dX_{\alpha}} \approx \tilde{\mathcal{E}}_{\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (1.11)$$

отметим выражения для элемента объема dV' деформированного тела, которое вытекает из соотношения (1.10):

$$dV' = (1 + \tilde{\mathcal{E}}_1)(1 + \tilde{\mathcal{E}}_2)(1 + \tilde{\mathcal{E}}_3) dV. \quad (1.12)$$

С точностью до линейных по $\tilde{\mathcal{E}}_{\alpha}$ членов, имеем:

$$\frac{dV' - dV}{dV} \approx \tilde{\mathcal{E}}_1 + \tilde{\mathcal{E}}_2 + \tilde{\mathcal{E}}_3 = \mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \text{inv}. \quad (1.13)$$

Мы получили важный для дальнейшего инвариант $\mathcal{E}_{\alpha\alpha}$ и его физический смысл. Отметим так же, что в силу (1.8)

$$\mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \frac{\partial U_{\alpha}}{\partial X_{\alpha}} = \text{div} \vec{U}. \quad (1.14)$$

приведём значение компонент тензора деформаций в цилиндрических r, θ, z координатах; имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_{rr} &= \frac{\partial U}{\partial r}, \mathcal{E}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r}, U_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}, \\ 2\mathcal{E}_{\theta z} &= \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial z}, 2\mathcal{E}_{rz} = \frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r}, \\ 2\mathcal{E}_{r\theta} &= \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} \end{aligned} \right\}. \quad (1.15)$$

В сферических координатах r, ϑ, ϕ имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_{rr} &= \frac{\partial U_r}{\partial r}, \mathcal{E}_{\vartheta\vartheta} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_\vartheta}{\partial \vartheta} + \frac{U_r}{r}, \mathcal{E}_{\phi\phi} = \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial U_\phi}{\partial \phi} + \frac{U_\vartheta}{r} \operatorname{ctg} \vartheta + \frac{U_r}{r}, \\ 2\mathcal{E}_{\vartheta\phi} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial U_\phi}{\partial \vartheta} - U_\phi \operatorname{ctg} \vartheta \right) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial U_\vartheta}{\partial \phi}, 2\mathcal{E}_{r\vartheta} = \frac{\partial U_\vartheta}{\partial r} - \frac{U_\vartheta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \vartheta}, \\ 2\mathcal{E}_{\phi r} &= \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial U_r}{\partial \phi} + \frac{\partial U_\phi}{\partial r} - \frac{U_\phi}{r} \end{aligned} \right\}. \quad (1.17)$$

выполним разложение тензора $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ на две компоненты – $\mathcal{E}'_{\alpha\beta}$ и $\mathcal{E}''_{\alpha\beta}$, причём первая из них ответственна за сдвиговые деформации ($\mathcal{E}'_{\alpha\beta} = 0$) и называется девиатор деформации, а вторая – $\mathcal{E}''_{\alpha\beta}$ – шаровой тензор деформаций, ответственный за всестороннее сжатие или растяжение ($\mathcal{E}''_{\alpha\alpha} = \operatorname{div} \vec{U}$).

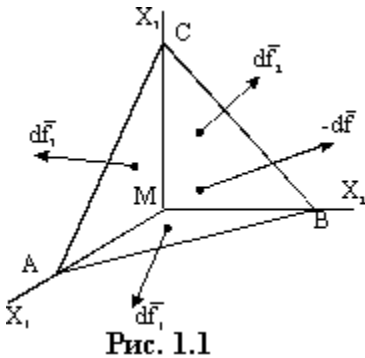
Имеем:

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \mathcal{E}'_{\alpha\beta} + \mathcal{E}''_{\alpha\beta} = \mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \operatorname{div} \vec{U} + \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \operatorname{div} \vec{U}. \quad (1.18)$$

Отметим инвариант:

$$\mathcal{E}'_{\alpha\beta} \mathcal{E}'_{\alpha\beta} = \operatorname{inv}. \quad (1.19)$$

§2. Тензор напряжений. Инварианты тензора напряжений. Уравнения равновесия сплошного тела



Выделим в сплошном теле элементарную призму (рис. 1.1) с вершиной в точке М и рассмотрим силы, с которыми окружающая призму сплошная среда воздействует на нее. Эти силы $d\vec{f}_1, d\vec{f}_2, d\vec{f}_3$ и $(-d\vec{f})$ приложены соответственно к граням АМВ, ВМС, АМС и АВС. Условия равновесия призмы требуют, в частности, чтобы $\sum_{\beta=1}^3 d\vec{f}_\beta + (-d\vec{f}) = 0$, т.е. можно записать:

$$d\vec{f}_\alpha = \sum_{\beta=1}^3 d\vec{f}_{\alpha\beta}. \quad (1.20)$$

Если ввести выражения

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{df_{\alpha\beta}}{dS_{\beta}}, \quad (1.21)$$

где dS_{β} – вектор площадки $d\vec{S}_{ABC} \equiv d\vec{S}$, \Rightarrow (1.20) можно записать в виде:

$$df_{\alpha} = \sigma_{\alpha\beta} dS_{\beta}. \quad (1.22)$$

Здесь β – индекс суммирования (немой индекс). Т.к. df_{α} и dS_{β} – векторы, то согласно известной теореме тензорной алгебры $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор 2-го ранга, тензор напряжений.

Выделяя в сплошной среде конечный элемент объёма ΔV , ограниченный конечной поверхностью ΔS , имеем для полной силы, действующей на этот элемент со стороны окружающей его среды:

$$\oint_{\Delta S} \sigma_{\alpha\beta} dS_{\beta} = \int_{\Delta V} \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_{\beta}} dV. \quad (1.23)$$

При написании (1.23) использовано обобщение теоремы Гаусса. Из (1.23) следует, что величина $\frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_{\beta}}$ (дивергенция тензора 2-го ранга) суть сила f_{α} , действующая на m^3 сплошной среды, обусловленная воздействием на элемент dV окружающей его среды через поверхность ΔS .

Рассмотрим теперь момент этих сил. Момент силы f_{α} , отнесенный к m^3 среды суть $f_{\alpha} X_{\beta} - f_{\beta} X_{\alpha}$, а на объём ΔV

$$M_{\alpha\beta} = \int_{\Delta V} (f_{\alpha} X_{\beta} - f_{\beta} X_{\alpha}) dV. \quad (1.24)$$

Очевидно, в силу природы сил f_{α} , этот момент должен в конечном итоге представляться интегралом, взятым по поверхности ΔS . Имеем:

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} &= \int_{\Delta V} \left(\frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_{\gamma}} X_{\beta} - \frac{\partial \sigma_{\beta\gamma}}{\partial X_{\gamma}} X_{\alpha} \right) dV = \int_{\Delta V} \frac{\partial (\sigma_{\alpha\gamma} X_{\beta} - \sigma_{\beta\gamma} X_{\alpha})}{\partial X_{\gamma}} dV - \\ &- \int_{\Delta V} (\sigma_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\gamma} - \sigma_{\beta\gamma} \delta_{\alpha\gamma}) dV \end{aligned} \quad (1.25)$$

Здесь вместо производных вида $\frac{\partial X_{\alpha}}{\partial X_{\gamma}}$ введем единичный тензор $\delta_{\alpha\gamma}$. Первый из интегралов, очевидно, преобразуется в поверхностный интеграл, а второй сводится к интегралу $\int_{\Delta V} (\sigma_{\alpha\beta} - \sigma_{\beta\alpha}) dV$ и должен тождественно равняться нулю, что будет иметь место, если

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\beta\alpha}, \quad (1.26)$$

т.е. тензор напряжений симметричен.

Отметим, что при равномерном всестороннем сжатии тела тензор напряжений имеет вид:

$$\sigma_{\alpha\beta} = -p \delta_{\alpha\beta}, \quad (1.27)$$

где p – давление, направленное везде по нормали к поверхности внутрь тела. Инвариантами тензора напряжений являются $\sigma_{\alpha\alpha}$ и $\sigma_{\alpha\beta}^2$. Если имеет место равновесие в деформированном теле $f_\alpha = 0$ и мы имеем уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_\beta} = 0. \quad (1.28)$$

Следует отметить, что при этом мы положили равным нулю массовые (объёмные) силы, действующие на сплошную среду со стороны внешних полей (гравитация, силы электромагнитной природы и т.п.). Внешние же силы, приложенные непосредственно к поверхности тела, за счет которых возникает напряженно деформированное состояние тела, учитываются граничными условиями. Если $\vec{P}^{(l)}$ – вектор внешней силы, отнесенный к m^2 поверхности тела, то для каждого элемента $d\vec{S}$ поверхности границы должно иметь место условие:

$$P_\alpha^{(l)} dS - \sigma_{\alpha\beta} dS_\beta = 0. \quad (1.29)$$

Но у нас $dS_\beta = n_\beta dS$, где n_β – единичный вектор внешней нормали, а потому вместо (1.29) имеем:

$$\sigma_{\alpha\beta} n_\beta = P_\alpha^{(l)}. \quad (1.30)$$

Для дальнейшего изложения будет весьма полезно выражение для среднего значения по объёму тела ΔV инварианта $\sigma_{\alpha\alpha}$; имеем для случая равновесия (1.28):

$$\begin{aligned} \int_{\Delta V} \frac{\partial \sigma_{\alpha\gamma}}{\partial X_\gamma} X_\beta dV &= \int_{\Delta V} \frac{\partial (\sigma_{\alpha\beta} X_\beta)}{\partial X_\gamma} dV - \int_{\Delta V} \sigma_{\alpha\beta} \frac{\partial X_\beta}{\partial X_\gamma} dV = \\ &= \oint_{\Delta S} \sigma_{\alpha\gamma} X_\beta dS_\gamma - \int_{\Delta V} \sigma_{\alpha\beta} dV = 0, \quad \text{т.к.} \quad \frac{\partial X_\beta}{\partial X_\gamma} = \delta_{\beta\gamma} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Полагая $dS_\gamma = n_\gamma dS$ и учитывая, (1.30) из (1.31) получим

$$\langle \sigma_{\alpha\alpha} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \oint_{\Delta S} P_\alpha^{(l)} X_\alpha dS = \frac{1}{\Delta V} \oint_{\Delta S} (\vec{P}^{(l)} \vec{r}) dS. \quad (1.32)$$

Здесь положено для среднего по объёму тела:

$$\langle \sigma_{\alpha\alpha} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \sigma_{\alpha\alpha} dV. \quad (1.33)$$

§3. Термодинамические состояния для деформированного сплошного тела. Обобщенный закон Гука

Выведем выражение для работы деформирования сплошного тела в m^3 . Полагая, что величина этой работы обусловлена изменением вектора δU_α , имеем для малой величины работы

$$\delta A = \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_\beta} \delta U_\alpha. \quad (1.34)$$

Для всего объёма тела тогда будем иметь:

$$\int_V \delta A dV = \int_V \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial X_\beta} \delta U_\alpha dV = \oint_S \sigma_{\alpha\beta} \delta U_\alpha dS_\beta - \int_V \sigma_{\alpha\beta} \frac{\partial \delta U_\alpha}{\partial X_\beta} dV. \quad (1.35)$$

Полагая среду неограниченной и устремляя границу к бесконечности, на которой можно принять $\sigma_{\alpha\beta}(\infty) = 0$, получим из (1.35)

$$\int_V \delta A dV = - \int_V \sigma_{\alpha\beta} \delta \left(\frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial X_\alpha} \right) dV. \quad (1.36)$$

Сопоставляя подынтегральные выражения, находим:

$$\delta A = - \sigma_{\alpha\beta} \delta \mathcal{E}_{\alpha\beta}. \quad (1.37)$$

Далее мы рассматриваем достаточно малые деформации такие, которые исчезают при прекращении действия внешних сил (упругие деформации), процессы деформирования тел будем полагать обратимыми, для которых имеет место основное термодинамическое тождество:

$$TdS = dU + dA. \quad (1.38)$$

Величины, входящие в (1.38) отнесены к m^3 тела в его недеформированном состоянии, причём U – внутренняя энергия, S – энтропия. Имея в виду, что $U = F + TS$, где F – свободная энергия m^3 тела, получим из (1.38):

$$dF = - SdT + \sigma_{\alpha\beta} d\mathcal{E}_{\alpha\beta}. \quad (1.39)$$

Отсюда следует, что компоненты тензора напряжений суть:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial F}{\partial \mathcal{E}_{\alpha\beta}} \right)_T. \quad (1.40)$$

Если определить термодинамический потенциал Гиббса согласно

$$\Phi = U - TS - \sigma_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\alpha\beta}, \quad (1.41)$$

то можно получить из (1.41) и (1.39) выражение:

$$d\Phi = - SdT - \mathcal{E}_{\alpha\beta} d\sigma_{\alpha\beta}, \quad (1.41)$$

откуда находим компоненты тензора деформаций:

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{\alpha\beta}} \right)_T. \quad (1.43)$$

В адиабатном процессе деформирования ($S = \text{const}$) из (1.38) имеем

$$\sigma_{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial U}{\partial \mathcal{E}_{\alpha\beta}} \right)_S. \quad (1.44)$$

Для получения зависимости тензора $\sigma_{\alpha\beta}$ от тензора $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ можно воспользоваться термодинамическими соотношениями, если сконструировать в рамках

определенных модельных представлений величину свободной энергии F сплошной среды.

Мы будем представлять ниже сплошное тело изотропным, деформации малыми и такими, что при $\mathcal{E}_{\alpha\beta} = 0$ компоненты $\sigma_{\alpha\beta} = 0$. Из этих соображений следует, что в разложении свободной энергии по компонентам тензора $\mathcal{E}_{\alpha\beta}$ должны отсутствовать линейные члены, т.к. производные $\sigma_{\alpha\beta 0} = \left(\frac{\partial F}{\partial \mathcal{E}_{\alpha\beta}} \right)_{T_0} = 0$.

Свободная энергия – скаляр, а потому естественно построить её как линейную комбинацию 2-х независимых инвариантов тензора деформаций, причем один из них относится к девиаторной части (сдвиг), а второй – к шаровой компоненте (всестороннее сжатие).

Имеем тогда для той части свободной энергии, которая связана с деформациями:

$$\Delta F = G \left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\gamma\gamma} \right)^2 + \frac{K}{2} \mathcal{E}_{\gamma\gamma}^2. \quad (1.45)$$

Функция может иметь минимум при $\mathcal{E}_{\alpha\beta} = 0$, если

$$G > 0, K > 0. \quad (1.46)$$

Здесь G – модуль сдвига, K – модуль всестороннего сжатия. Легко доказать, что

$$\begin{aligned} dF &= K \mathcal{E}_{\gamma\gamma} d\mathcal{E}_{\gamma\gamma} + 2G \left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\gamma\gamma} \right) d\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \\ &= \left[2G \left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\gamma\gamma} \right) + K \mathcal{E}_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right] d\mathcal{E}_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Тогда, в силу (1.4), имеем:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\partial F}{\partial \mathcal{E}_{\alpha\beta}} = 2G \left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\gamma\gamma} \right) + K \delta_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\gamma\gamma}. \quad (1.48)$$

Мы получили обобщённый закон Гука.

Полагая в (1.48) $\alpha = \beta$ и суммируя (свертка тензора), имеем:

$$\mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{3K} \sigma_{\alpha\alpha}. \quad (1.49)$$

Учитывая (1.49), находим из (1.48):

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \sigma_{\gamma\gamma} \right) + \frac{1}{9K} \delta_{\alpha\beta} \sigma_{\gamma\gamma}. \quad (1.50)$$

В случае всестороннего сжатия тела $\sigma_{\alpha\beta} = -p \delta_{\alpha\beta}$ и

$$\mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \text{div} \vec{U} = -\frac{p}{K}. \quad (1.51)$$

Свободную энергию ΔF сплошного тела вида (1.45) можно так же записать в виде:

$$\Delta F = \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\alpha\beta}. \quad (1.52)$$

Наличие теплового расширения в сплошном теле при относительно малых изменениях температуры ΔT можно учесть в свободной энергии ΔF посредством слагаемого $(-3K\alpha\Delta T\mathcal{E}_{\gamma\gamma})$; имеем:

$$\Delta F = -3\alpha K\Delta T\mathcal{E}_{\gamma\gamma} + G\left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \mathcal{E}_{\gamma\gamma}\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)^2 + \frac{K}{2}\mathcal{E}_{\gamma\gamma}^2. \quad (1.53)$$

Отсюда, как и в случае (1.48), находим:

$$\sigma_{\alpha\beta} = -3\alpha K\Delta T\delta_{\alpha\beta} + 2G\left(\mathcal{E}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\mathcal{E}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}\right) + K\mathcal{E}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}. \quad (1.54)$$

Если положить $\sigma_{\alpha\beta} = 0$, то из (1.53) мы получим относительное изменение объема тела, обусловленное тепловым расширением:

$$\mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \text{div} \vec{U} = 3\alpha\Delta T, \quad (1.55)$$

где 3α – коэффициент объемного теплового расширения.

§4. Однородные деформации стержня. Коэффициент Пуассона

Запишем граничные условия для поверхностей стержня. Имеем для торцов:

$$\text{Сверху } \sigma_{33}n_3 = p_3^{(l)}, n_3 = 1, \text{ снизу } \sigma_{33}n_3 = -p_3^{(l)}, n_3 = -1 \text{ и } \sigma_{33} = p_3^{(l)} \quad (1.56)$$

Имеем на боковых поверхностях:

$$\sigma_{\alpha\beta}n_\beta = 0, \quad (1.57)$$

откуда следует (см. рис. 1.2), что все компоненты постоянного тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ равны нулю, кроме σ_{33} . Из уравнений (1.50) легко находим:

$$\mathcal{E}_\perp = \mathcal{E}_\parallel = \mathcal{E}_{22} = -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2G} - \frac{1}{3K}\right)p_3^{(l)},$$

$$\mathcal{E}_{33} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{G} + \frac{1}{3K}\right)p_3^{(l)}. \quad (1.58)$$

Записывая (1.58) в виде

$$p_3^{(l)} = E\mathcal{E}_{33}, \quad (1.59)$$

имеем для модуля Юнга E выражение:

$$E = \frac{9KG}{3K + G}. \quad (1.60)$$

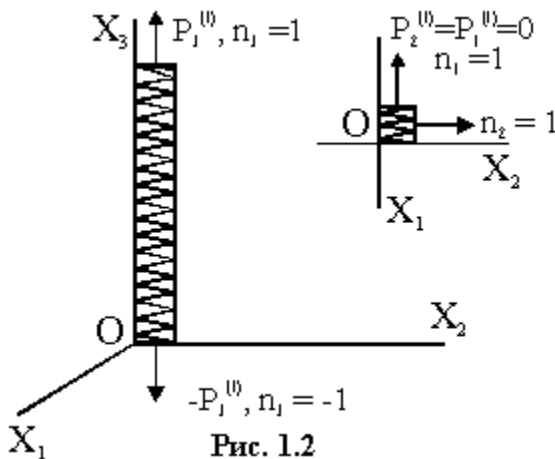


Рис. 1.2

Отношение величин $\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$, где $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{33}$ суть коэффициент Пуассона; имеем:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} = \frac{1}{2} \frac{3K - 2G}{3K + G}. \quad (1.61)$$

Т.к. K и G положительны, то $-1 \leq \nu \leq 0.5$. В природе не существует, однако, материалов, для которых было бы $\nu < 0$, что означало бы увеличение поперечных размеров при растяжении. Поэтому $0 < \nu \leq 0.5$. Тела с малым модулем сдвига по сравнению с модулем всестороннего сжатия (типа резины) имеют ν близким к 0.5.

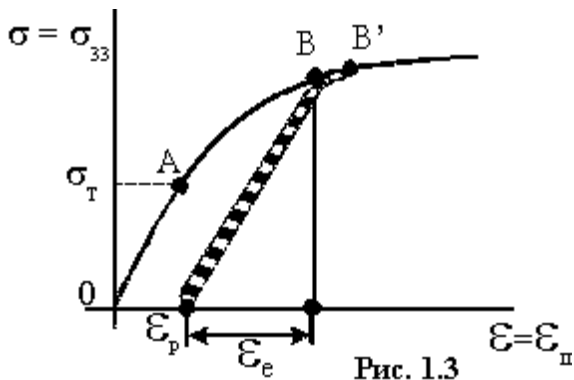
Отметим еще коэффициент Ламэ:

$$\lambda = K - \frac{2}{3}G. \quad (1.62)$$

Величины λ , G и K могут быть выражены через E и ν и помощью выражений (1.60), (1.61) и (1.62); имеем:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{Ev}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)}, \\ K &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \end{aligned} \right\}. \quad (1.63)$$

§5. Диаграмма деформирования. Пластическая деформация



Рассмотренные выше упругие деформации обладают свойством полного восстановления недеформированного состояния после снятия приложенных нагрузок, зависят только от напряжений в материале и не зависят от истории деформирования.

Неупругие деформации не следуют этим условиям.

В частности, необратимые смещения, получающиеся в результате скольжения или дислокаций [4 – 6], приводящие к остаточным деформациям относятся к пластическим деформациям. Такие деформации возникают при напряжениях $\sigma \geq \sigma_T$, где σ_T – предел текучести.

В отличие от течения жидкости, при котором перемещаются частицы среды, в ходе пластичного течения происходит непрерывное изменение суммарной деформации, а скорость его – скорость деформации. На диаграмме от-

носительного растяжения (или сжатия), представленной на рис. 1.3 точка А разделяет кривую на упругую и пластическую области. Существует определенная неоднозначность в определении предела упругости. Он может определяться как предел пропорциональности. Может представлять из себя точку, в которой наклон кривой достигает 50% от своего первоначального значения [4]. Один из способов определения предела текучести состоит в том, что полагается для σ_T такое значение напряжения, при котором остаточная деформация равна 0.002. пусть у нас на рис. 1.3 точка В лежит в пластической области. При разгрузке точка, изображающая состояние, движется вниз по прямой, параллельной ОА.

При $\sigma = 0$ имеем $\varepsilon = \varepsilon_p$ (остаточная деформация). При повторной нагрузке из-за необратимой потери энергии изображающее состояние точка движется несколько левее кривой разгрузки. Возникает характерная петля гистерезиса (заштрихованная область на рис. 1.3). После возвращения в точку В требуется

определенное увеличение нагрузки, чтобы вызвать дальнейшую деформацию.

Восстановленная упругая деформация обозначена через ε_e так, что

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_e. \quad (1.64)$$

Причём, в теории пластичности обычно пренебрегают влиянием скорости нагрузки, и пластические деформации принимаются независимыми от времени и рассматриваются независимо от ползучести и релаксации. При $\sigma > \sigma_T$ деформирование происходит с упрочнением.

Ниже мы приводим идеализированные одномерные диаграммы зависимости напряжения от деформации и соответствующие им простые механические схемы, иллюстрирующие эти процессы. На рис. 1.4(а) показан процесс пластической деформации, происходящей при $\sigma =$

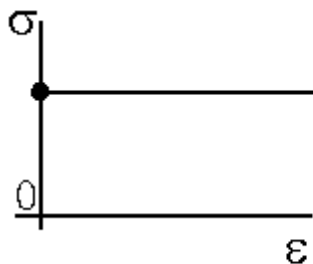


Рис. 1.4(а)

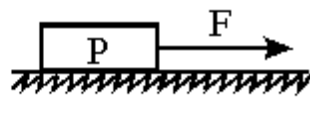


Рис. 1.4(б)

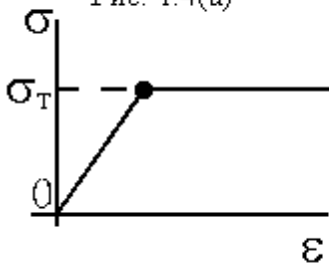


Рис. 1.5(а)

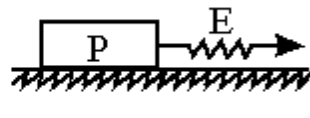


Рис. 1.5(б)

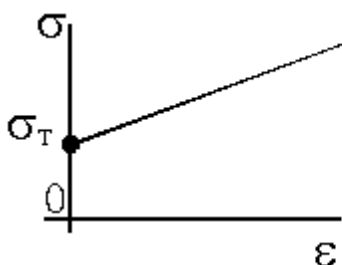


Рис. 1.6(а)

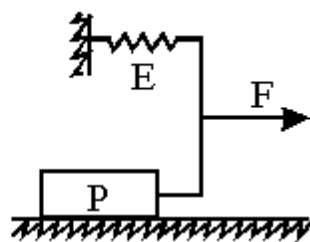


Рис. 1.6(б)

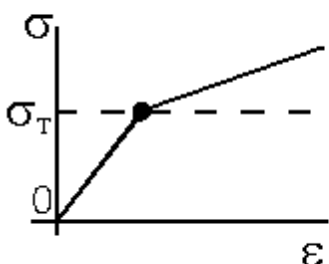


Рис. 1.7(а)

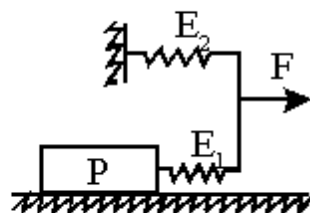


Рис. 1.7(б)

σ_T без предшествующей упругой деформации.

На рис. 1.4(б) – соответствующая механическая схема с трением тела Р на горизонтальной плоскости под действием силы F .

На рис. 1.5(а) изображён процесс упругой деформаций за счёт элемента Е механической системы 1.5(б). При $\sigma = \sigma_T$ начинается пластическая деформация, происходящая без упрочнения.

На рис. 1.6(а – б) представлен процесс деформирования без упругой области, но с линейным упрочнением. При $\sigma > \sigma_T$ деформация \mathcal{E} сопровождается увеличением напряжения.

Наконец, на рис. 1.7(а – б) показан более общий процесс: пластической деформации предшествует упругая деформация вплоть до $\sigma = \sigma_T$, после чего деформация происходит с упрочнением по линейному закону, причем $\beta \ll \alpha$.

Рассмотрим критерий пластичности для трёхмерного напряжённо-деформированного состояния.

Их удобно рассматривать в осях, в которых тензор напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ диагонализирован и сводится к матрице

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}, \quad (1.65)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные направления. Отметим, что согласно (1.50) тензор напряжений удобно записать в виде девиаторного $\sigma'_{\alpha\beta}$ и шарового $\sigma''_{\alpha\beta}$ компонентов:

$$\sigma'_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}p, \quad \sigma'' = \delta_{\alpha\beta}p, \quad p = \frac{\sigma_{\alpha\alpha}}{3}. \quad (1.66)$$

Тогда свободная энергия, обусловленная деформациями, запишется в виде:

$$\Delta F = \frac{\sigma'^2_{\alpha\beta}}{4g} + \frac{p^2}{2}. \quad (1.67)$$

1-е слагаемое обусловлено, очевидно, деформациями, связанными с изменением формы тела, а 2-е слагаемое – с изменением объема. Критерий текучести Мизеса в главных напряжениях имеет вид [5, 6]:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T. \quad (1.67)$$

Если выразить величину энергии изменения формы тела в м³ $\Delta F = \frac{\sigma'^2_{\alpha\beta}}{4g}$ в

главных направлениях с учетом (1.65), (1.66) и принять критерий (1.67), то мы получим энергетический критерий пластического состояния Губера-Мизеса [6]:

$$\Delta F_\phi = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_T^2. \quad (1.68)$$

§6. Вязкость. Диссипативная функция. Тензор вязких напряжений

Здесь мы рассмотрим линейные модели вязкоупругого поведения тела, в котором объединяются свойства упругости и вязкости, называются вязкоупругими.

Линейную вязкоупругость для одномерной деформации удобно трактовать при помощи простых механических моделей. Модель Максвелла – комбинация

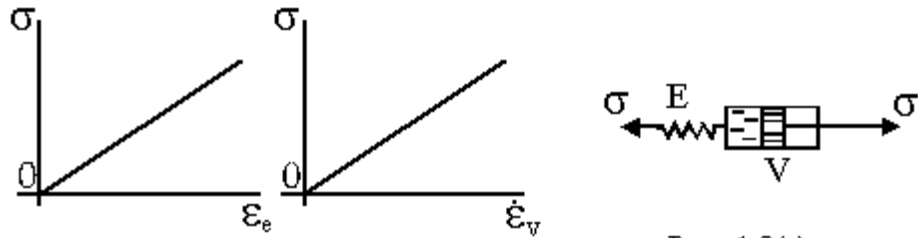


Рис. 1.8(а)

Рис. 1.8(б)

Рис. 1.8(в)

ция пружины и вязкого элемента, соединённых последовательно (см. рис. 1.8(а – в)).

Для этой модели мы имеем, очевидно:

$$\dot{\mathcal{E}} = \dot{\mathcal{E}}_e + \dot{\mathcal{E}}_v. \quad (1.69)$$

Для одномерного вязкого течения мы имеем [4, 7]:

$$\dot{\mathcal{E}}_v = \frac{\sigma}{\eta}. \quad (1.70)$$

В (1.70) η – коэффициент сдвиговой вязкости, который для твёрдых тел зависит от коэффициента диффузии и структуры твёрдого тела.

Полная скорость деформации в модели Максвелла суть:

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (1.71)$$

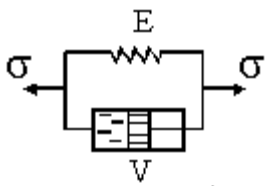


Рис. 1.8(г)

В модели Кельвина элементы E и V включены параллельно, как показано на рис. 1.8(г), а потому

$$\sigma = \sigma_v + \sigma_e = \eta \dot{\mathcal{E}} + E \mathcal{E}. \quad (1.72)$$

Простые модели Максвелла и Кельвина не дают точного и полного описания вязкоупругого поведения реальных сред. Для лучшего приближения к реальной картине можно использовать комбинации указанных выше моделей.

Рассмотрим поведение модели Максвелла при двух режимах воздействия:

1) Мгновенно создается напряжение $\sigma = \sigma_0$, которое в дальнейшем не меняется.

В этом случае из (1.71) имеем

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \frac{\sigma_0}{\eta} t, \dot{\sigma} = 0. \quad (1.73)$$

Наблюдаем ползучесть материала с постоянной скоростью.

2) Мгновенно создаётся деформация $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$, которая остаётся постоянной. Имеем тогда из (1.71): напряжение в теле падает согласно

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \tau = \frac{\eta}{E}. \quad (1.74)$$

Имеет место релаксация напряжений при заданной деформации. Вязкие процессы, происходящие при деформировании сплошных тел могут быть охарактеризованы диссипативной функцией [1, 8], которая определяет необратимые потери энергии в теле, обусловленные внутренним трением.

Можно показать, что диссипативная функция сплошной деформируемой среды [1, 8] должна зависеть не от скорости тела как целого или от вещательных скоростей вида $[\vec{\Omega}\vec{r}]$, где $\vec{\Omega}$ – угловая скорость, а от комбинаций градиентов скоростей вида $\left(\frac{\partial V_\alpha}{\partial X_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial X_\alpha}\right)$, т.е. от компонент тензора скоростей деформации, причём их квадратичной функции. Рассуждения такого характера, которые привели нас к величине (1.45), позволяют представить диссипативную функцию изотропного тела в виде:

$$\Phi = \eta \left(\dot{\mathcal{E}}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\gamma} \right)^2 + \frac{\zeta}{2} \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\gamma}^2, \quad (1.75)$$

где η – коэффициент сдвиговой вязкости, ζ – коэффициент объёмной вязкости тела. По аналогии с выражением (1.48) мы можем записать для компонент тензора вязких напряжений:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(V)} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\mathcal{E}}_{\alpha\beta}} = 2\eta \left(\dot{\mathcal{E}}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\gamma} \right) + \zeta \delta_{\alpha\beta} \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\gamma}. \quad (1.76)$$

Вообще говоря, коэффициент сдвиговой η и объёмной ζ вязкости независимы, связаны с коэффициентами диффузии, а потому сильно зависят от температуры (убывают с её ростом). В твёрдых кристаллических телах существенное влияние на коэффициент сдвиговой вязкости оказывает структура (размеры зерен, среднее расстояние между дислокациями). При рассмотрении простых систем в моделях сплошной среды, сжимаемость которой обусловлена пористостью, в выражениях для тензора вязких напряжений целесообразно ввести член вида $\zeta \delta_{\alpha\beta} \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\gamma}$, причём коэффициент объёмной вязкости оказывается пропорциональным коэффициенту сдвиговой вязкости η , а также содержащий некоторую функцию пористости. Соответствующее выражение будет получено ниже.

§7. Дислокации в реальных кристаллах и связанные с ними явления

Дислокации – это одномерные или линейные дефекты кристаллической решётки [6, 7, 9, 10]. Выделяют два предельных типа дислокаций: краевая и винтовая. В совокупности они обеспечивают объемное пластическое деформирование реальных кристаллов. Краевая дислокация может быть представлена как край лишней атомной полуплоскости, вставленной в решетку. Этот край вместе с прилегающими к нему атомами подобен шнуру. На рис. 1.9 дислокация вытянута вдоль оси OX_3 . Поперечное сечение ядра дислокаций порядка $(3...4)d$ (d – средний период решётки). Длина края электроплоскости может

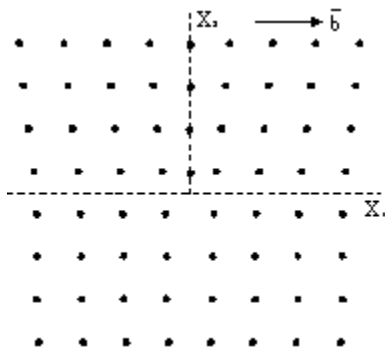


Рис. 1.9

быть порядка $(10^4...10^5)d$ в поликристалле с таким же по порядку величины размером зерна. Вторым основным типом дислокации является винтовая дислокация, линия которой D на рис. 1.10 параллельна оси OX_3 . Винтовую дислокацию можно представить как результат

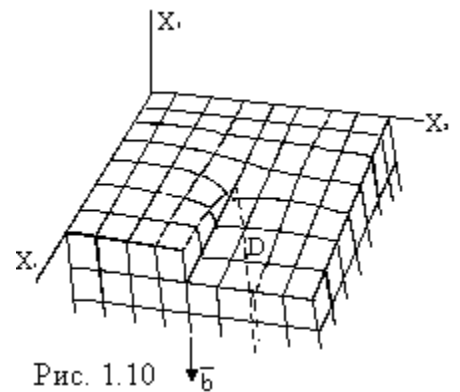


Рис. 1.10

разреза решётки по полуплоскости, параллельной X_1OX_3 , после которого части решетки смещаются друг относительно друга параллельно краю среза. Этот край и есть винтовая дислокация D . Важной величиной, характеризующей интенсивность дислокации, является вектор Бюргерса \mathbf{b}_α . Для контура L , охватывающего линию D дислокации (см. рис. 1.11) имеем:

$$\oint_L dU_\alpha = \oint_L \frac{\partial U_\alpha}{\partial X_\beta} dX_\beta = -b_\alpha. \quad (1.77)$$

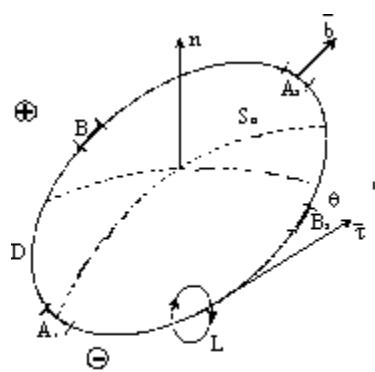


Рис. 1.11

Величина вектора \mathbf{b}_α по порядку величины совпадает с d , а может быть и nd (дислокации n – кратной мощности). Вектор \vec{b}_α одинаков вдоль всей линии D . На рис. 1.11 показано, что некоторые элементы кривой D такие как A_1, A_2 перпендикулярны к вектору Бюргерса \vec{b} , а потому соответствуют краевой дислокации, для которой характерна такая ориентация (см. рис. 1.9).

Для элементов D , обозначенных B_1 и B_2 , имеем ориентацию по отношению к вектору \vec{b} свойственную винтовой дислокации (см. рис. 1.10). Для произвольной ориентации вектора касательной $\vec{\tau}$ и \vec{b} можно записать:

$$\vec{b} = \vec{b}_K + \vec{b}_b, \quad b_K = b \sin \theta, \quad b_b = b \cos \theta. \quad (1.78)$$

Здесь \vec{b}_k – краевая компонента вектора Бюргерса, \vec{b}_b – винтовая компонента, θ – угол между векторами $\vec{\tau}$ и \vec{b} .

Таким образом, произвольная дислокация в кристалле представляется комбинацией краевой и винтовой.

В дислокационном возмущении кристаллической решётки следует различать ядро дислокаций, т.е. трубку радиусом r_π , величина которого порядка b и длиной $l \gg b$.

Для области ядра характерно сильное нарушение кристаллической структуры, что приводит к полю смещений U_α в окрестности дислокационной трубки. Так, например, для винтовой дислокации, вытянутой вдоль Ox_3 можно записать:

$$b_1 = b_2 = 0, b_3 = -b; U_1 = U_2 = 0, U_3 = \frac{b}{2\pi} \theta. \quad (1.79)$$

Здесь мы переходим к цилиндрическим координатам $(r, \theta, x_3 \equiv z)$. Условие (1.77) сводится к соотношению

$$\frac{b}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta = b. \quad (1.80)$$

Имеем из всех компонент тензора деформаций согласно (1.15) отличную от нуля компоненту

$$\mathcal{E}_{z\theta} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} = \frac{b}{4\pi r}. \quad (1.81)$$

Соответственно отличная от нуля компонента тензора напряжений:

$$\sigma_{z\theta} = 2g\mathcal{E}_{z\theta} = \frac{Gb}{2\pi r}. \quad (1.82)$$

Для вычисления свободной энергии поля упругой деформации, связанной с винтовой, можно воспользоваться общим выражением (1.52), проинтегрировав его по объему в цилиндрических координатах. Имеем:

$$\begin{aligned} \Delta F_{bd} &= \frac{1}{2} \iiint_V \sigma_{\alpha\beta} \mathcal{E}_{\alpha\beta} dV = \frac{1}{2} \iiint_V 2\sigma_{z\theta} \mathcal{E}_{z\theta} r dr d\theta dz = \\ &= \frac{Gb^2}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^l dz \int_{r_\pi}^r \frac{dr}{r} = \frac{Gb^2 l}{4\pi} \ln \frac{r}{r_\pi}. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Для оценок этой величины следует иметь в виду, что $r_\pi \cong b$, $r \cong l$, где l – протяжённость дислокации. Оценки для краевой дислокации приводят к выражению [6, 10, 11]:

$$\Delta F_{kd} = \frac{Gb^2 l}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r}{r_\pi}. \quad (1.84)$$

Наконец, для смешанной дислокации, являющейся суперпозицией краевой и винтовой дислокации, имеем:

$$\Delta F_{\partial} = \frac{Gb^2l}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r}{r_{я}} (1 - \nu \cos^2 \theta). \quad (1.85)$$

В работе [2] приводится выражение для энергии ядра краевой дислокации:

$$E_{я\partial} = \frac{Gb^2l}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r}{r_{я}}, \quad (1.86)$$

где $r_{я\partial}$ – радиус эквивалентной поверхности краевой дислокации с использованием потенциала Морза для учета взаимодействия атомов в ядре.

Оценки показывают, что $E_{я\partial} \cong 0$, $\Delta F_{K\partial}$.

Полезно отметить величину энергии $\Delta F_D \frac{d}{l} = \Delta f_{\partial}$, приходящейся на элементарную ячейку на линии D. Для меди, например, получим около 10 ЭВ, что значительно превосходит среднюю энергию теплового движения kT . Таким образом, дислокации устойчивы по отношению к тепловому движению атомов вплоть до температур, близких к температуре плавления металла.

Дислокации обладают большой подвижностью и под воздействием созданного внешними силами напряжения способны к направленному перемещению. Они являются основной причиной пластической деформации в кристаллических твердых телах. Оценку плотности содержащихся в реальном кристалле дислокаций можно выполнить согласно отношению

$$\rho_{\partial} = \frac{l}{\bar{l}^2}, \quad (1.87)$$

где \bar{l} – среднее расстояние между дислокациями, пересекающими площадку исходя, из существования закона изменения сил, действующих на дислокацию по пути ее смещения, было вычислено критическое напряжение σ_{KP} , необходимое для движения дислокации в чистом металлическом кристалле [11]:

$$\sigma_{KP}^{(K)} = 2Ge^{-\frac{2\pi a}{d}} \quad (1.88)$$

для винтовой дислокации; d – расстояние между атомами в плоскости скольжения; a – расстояние между плоскостями;

$$\sigma_{KP}^{(K)} = \frac{2G}{1-\nu} e^{-\frac{2\pi a}{1-\nu d}} \quad (1.89)$$

для краевой дислокации.

Рассмотрим теперь действие внешних сил на дислокации, процессы деформации линии D дислокаций и связанный с этими проблемами вопрос о генерировании дислокаций. Линию дислокаций, закрепленную в точках А и В, можно рассматривать как упругую деформируемую нить.

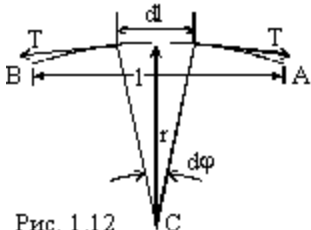


Рис. 1.12

Легко показать, что созданное в кристаллическом те-

ле напряжение σ_{∂} создаёт на отрезке дислокационной линии dl силу

$$df_{\partial} = \sigma_{\partial} f dl. \quad (1.90)$$

См., например, [6]. Сила df_{∂} перпендикулярна всегда к линии D при любой её деформации. Вдоль линии D возникает сила натяжения T , величину которой можно оценить, как

$$T = -\frac{\partial \Delta F_{\partial}}{\partial l} = -\frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{l}{r_{\partial}}. \quad (1.91)$$

Для винтовой дислокации. Как было показано ещё Набарро [13], можно принять для величины T значения

$$T \approx 0.5G b^2. \quad (1.92)$$

Растянутая между A, B дислокация изгибается под воздействием сил (1.90), причём условия равновесия участка dl (см. рис. 1.12) можно записать в виде:

$$\sigma_{\partial} b dl - 2T \frac{d\phi}{2} = 0. \quad (1.93)$$

Отсюда следует, что при $dl = r d\phi$, имеем:

$$\sigma_{\partial} = 0.5G \frac{b}{r}. \quad (1.94)$$

Здесь у нас r – радиус кривизны на участке dl дислокации. Сторонами A, B дислокации АВ могут служить 2 неподвижные дислокации, примесные атомы и т.п.

В тесной связи с изложенными выше моделями находится модель, предложенная Франком и Ридом размножения (генерирования) дислокаций. На рис. 1.13 показана схема, иллюстрирующая эту модель [6, 11]. На схеме показана

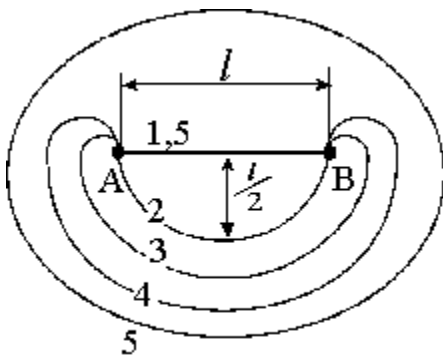


Рис. 1.13

последовательность состояний дислокаций: 1 – до деформации; 2 – критическая ситуация, когда радиус кривизны $r_{кр} = \frac{l}{2}$; состояния 3, 4 соответствуют потере устойчивости. Состояние 5, 1 отвечают возникшей дислокационной петле 5 и восстановления первоначального дислокационного отрезка 1. Далее цикл может повторяться, порождается серия петель до тех пор, пока дислокационное взаимодействие не прекратит действие источника. Отметим выражение для критического напряжения роста петли, следующее из схемы на рис. 1.13 и

(1.94)

$$\sigma_{\partial кр} \approx \frac{Gb}{l}. \quad (1.95)$$

Соотношение вида (1.95) позволяет понять механизмы упрочнения сплавов.

Чистые кристаллы обладают высокой пластичностью и текут при достаточно малых напряжениях.

Известно четыре основных способа упрочнения сплавов, которые позволяют добиться критического напряжения сдвига порядка $10^{-2}G$. Перечислим их [10, 12]:

- 1) механическое торможение движений дислокаций,
- 2) закрепление дислокаций растворенными атомами примеси,
- 3) противодействие движению дислокаций посредством создания ближнего порядка,
- 4) увеличение плотности дислокаций в металлах.

Естественно, все эти механизмы упрочнения действуют в кристаллах, в которых уже имеются дислокации.

В случае разбавленных твердых растворов прочность в значительной степени обусловлена формированием около дислокаций облаков из растворенных атомов («атмосфера» Котрела): атомы малых размеров стремятся распределиться в областях сжатия решетки в окрестности дислокации, крупные атомы, наоборот, распределяются в областях растяжения. При низких температурах эти облака устойчиво сосуществуют с дислокацией и обеспечивают ее низкую подвижность.

Отметим влияние размера зерен. Сущность явления заключается в сильном тормозящем эффекте для движения дислокаций, который возникает на границах зерен с большим углом кристаллографической разориентировки. Критическое значение напряжения зависит от среднего размера \bar{l}_3 по известному закону Петча-Холла [11]:

$$\sigma_{KP} = \sigma_0 + \frac{C_{ПХ}}{\sqrt{\bar{l}_3}}, \quad (1.96)$$

где σ_0 – сопротивление сдвигу монокристаллов; C – постоянная материала.

§8. Высокотемпературная ползучесть чистых металлов и сплавов

Для процесса ползучести материалов характерно то обстоятельство, что он происходит при напряжениях как ниже предела текучести, так и при более высоких.

На рис. 1.14 приведена характерная зависимость относительного удлинения \mathcal{E} образца от внешнего процесса.

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине «Электронный универс»
(e-Univers.ru)