

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
§ 1. Основные понятия, гипотезы и модели	6
1. Понятие о механике деформируемого твердого тела и ее разделах	6
2. Основные понятия механики деформируемого твердого тела	6
3. Модель твердого тела, используемая в механике деформируемого твердого тела	7
4. Принцип независимости действия сил	8
5. Принцип Сен-Венана	8
Ключевые понятия § 1	9
§ 2. Основные принципы построения расчетных схем строительных конструкций	9
1. Понятие о расчетной схеме	9
2. Классификация строительных конструкций исходя из геометрических соображений	9
3. Типы опор и опорные реакции стержней	11
4. Классификация нагрузок	13
5. Пример построения расчетной схемы	15
Ключевые понятия § 2	16
ГЛАВА 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЕЙ	16
§ 3. Интегральный смысл геометрических характеристик	16
Геометрические характеристики относительно центральных осей	16
1. Основные геометрические характеристики поперечных сечений стержней	16
2. «Особенные» оси сечения	18
3. Определение геометрических характеристик относительно центральных осей	19
Ключевые понятия § 3	22
§ 4. Определение геометрических характеристик относительно осей, параллельных центральным	22
Геометрические характеристики симметричных сечений	22
1. Определение геометрических характеристик относительно осей, параллельных центральным	22
2. Определение положения главных центральных осей сечения с двумя и одной осями симметрии	24
3. Пример определения геометрических характеристик относительно главных центральных осей (сечение с одной осью симметрии)	26
Ключевые понятия § 4	28
§ 5. Геометрические характеристики несимметричных сечений	28
1. Определение моментов инерции относительно осей, повернутых на произвольный угол α , относительно исходных (изменение моментов инерции при повороте осей)	28
2. Определение положения главных центральных осей несимметричного сечения и главных моментов инерции относительно этих осей	30
3. К вопросу определения центробежных моментов инерции уголка относительно осей, параллельных полкам	31
Ключевые понятия § 5	32
ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ	32
§ 6. Перемещения. Деформации. Внутренние силы. Напряжения	32
1. Перемещения	32
2. Деформации	33
3. Внутренние силы. Метод сечений	34
4. Напряжения	35
Ключевые понятия § 6	35
§ 7. Напряженное состояние в окрестности точки	36
1. Компоненты полного напряжения. Тензор напряжений. Закон парности касательных напряжений	36
2. Напряжение на наклонной площадке	36
3. Нормальные и касательные напряжения на произвольной наклонной площадке, выраженные через компоненты тензора напряжений	38
4. Главные площадки и главные напряжения	38
5. Виды напряженного состояния	39

6. Правило знаков для напряжений.....	40
Ключевые понятия § 7.....	41
§ 8. Деформированное состояние в окрестности точки.....	41
1. Компоненты полной деформации и их использование для определения деформированного состояния в окрестности точки	41
2. Аналогия между деформированным и напряженным состояниями. Тензор деформаций. Закон взаимности угловых деформаций.....	42
3. Главные оси деформированного состояния и главные деформации	43
4. Виды деформированного состояния.....	43
Ключевые понятия § 8.....	43
§ 9. Связь между перемещениями и деформациями, между деформациями и напряжениями	44
1. Связь между перемещениями и деформациями — соотношения Коши.....	44
2. Деформационные характеристики материалов	44
3. Закон Гука при одноосном напряженном состоянии	46
4. Обобщенный закон Гука	46
5. Другие формы записи обобщенного закона Гука	48
Ключевые понятия § 9.....	49
ГЛАВА 3. РАСЧЕТ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО МЕТОДУ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ	49
§ 10. Предельные состояния. Коэффициенты надежности. Критерии прочности и жесткости	49
1. Понятие о предельном состоянии. Группы предельных состояний	49
2. Сущность расчета конструкций по методу предельных состояний. Коэффициенты надежности.....	49
3. Расчет на прочность	51
4. Три постановки задачи расчета стержней на прочность	51
5. Условие жесткости.....	52
Ключевые понятия § 10.....	53
ГЛАВА 4. ОСЕВОЕ (ЦЕНТРАЛЬНОЕ) РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ) СТЕРЖНЕЙ	53
§ 11. Внутренние усилия в стержнях	53
1. Внутренние силы и внутренние усилия в поперечных сечениях стержней	53
2. Связь внутренних усилий с внешними нагрузками	54
3. Интегральная связь внутренних усилий с напряжениями.....	55
Ключевые понятия § 11.....	56
§ 12. Усилия и напряжения при осевом (центральном) растяжении (сжатии) стержня. Расчет растянутых стержней на прочность.....	56
1. Осевое или центральное растяжение (сжатие) стержня	56
2. Напряжение в поперечном сечении стержня	57
3. Определение внутреннего усилия в сечении	58
4. Пример построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений в стержне ступенчато-переменного сечения.....	59
5. Дифференциальная зависимость между N и q	61
6. Условие прочности при осевом растяжении и сжатии.....	61
Ключевые понятия § 12.....	63
§ 13. Определение деформаций и перемещений	63
1. Перемещения	63
2. Наиболее часто встречающиеся функции перемещений.....	64
3. Жесткость стержня при осевом растяжении (сжатии).....	64
4. Абсолютная деформация стержня (укорочение или удлинение стержня).....	65
5. Примеры определения деформаций стержня	65
6. Дифференциальная зависимость между $u(x)$ и $\sigma(x)$ и ее использование при построении эпюры осевых перемещений	67
7. Пример построения эпюры осевых перемещений	68
Ключевые понятия § 13.....	71
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	71

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Основные понятия, гипотезы и модели

1. Понятие о механике деформируемого твердого тела и ее разделах

Механика деформируемого твердого тела (МДТТ) — наука, в которой рассматриваются законы движения и равновесия твердых тел в условиях их деформирования при различных воздействиях.

Как известно, деформирование — это изменение формы и размеров тела.

В зависимости от того, какие особенности деформирования учитываются в рассматриваемых моделях твердого тела, выделяют следующие разделы механики деформируемого твердого тела.

Теория упругости рассматривает деформирование твердого тела в предположении, что после исключения воздействия (например, снятия нагрузки) деформации полностью исчезают (такие деформации называются упругими).

Теория пластичности предполагает возможность возникновения пластических (остаточных) деформаций, которые сохраняются в теле и после исключения воздействия.

Теория ползучести рассматривает модели, в которых увеличение деформаций происходит без увеличения воздействия (такое явление называется ползучестью).

В инженерной практике многие конструкции и детали (колонны, балки, валы машин и пр.) могут быть, исходя из геометрических соображений, отнесены к категории «стержни». Стержни рассматривает особый раздел МДТТ — *сопротивление материалов*, в котором на основании подтвержденных экспериментально гипотез получены простые алгебраические формулы, необходимые для инженерных расчетов.

В данном издании будут рассматриваться в основном вопросы сопротивления материалов и основ теории упругости.

2. Основные понятия механики деформируемого твердого тела

В результате *внешнего воздействия* точки тела совершают *перемещения*. Перемещения различных точек тела различны, что приводит к его *деформированию* (тело меняет свою форму и размеры) (рис. 1.1).

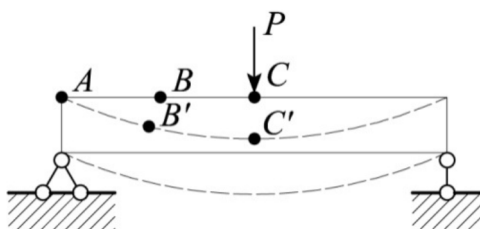


Рис. 1.1. Деформирование стержня

В теле возникают *внутренние силы*, которые препятствуют деформированию тела и стремятся вернуть его в недеформированное состояние (1-я трактовка внутренних сил). Кроме того, внутренние силы характеризуют взаимодействие частей тела при его деформировании (2-я трактовка внутренних сил).

Внутренние силы, отнесенные к единице площади, называются *напряжением*.

Значения напряжений и деформаций в каждой точке тела составляют его *напряженно-деформированное состояние* (НДС).

Определение НДС является основной задачей МДТТ. Знание НДС тела необходимо для расчета конструкций или деталей машин на *прочность*, *устойчивость* и *жесткость*.

Поскольку настоящее издание ориентировано на студентов математических направлений строительных вузов, то в дальнейшем мы будем говорить прежде всего о строительных конструкциях.

Под *прочностью* строительной конструкции понимают ее способность воспринимать внешнее воздействие без разрушения или перехода в пластическое состояние в течение всего срока эксплуатации. (Материал переходит в пластическое состояние при возникновении значительных пластических деформаций, этот вопрос будет рассматриваться в дальнейшем.)

Под *устойчивостью* строительной конструкции понимают ее способность сохранять первоначальную форму равновесия в течение всего срока эксплуатации (рис. 1.2).

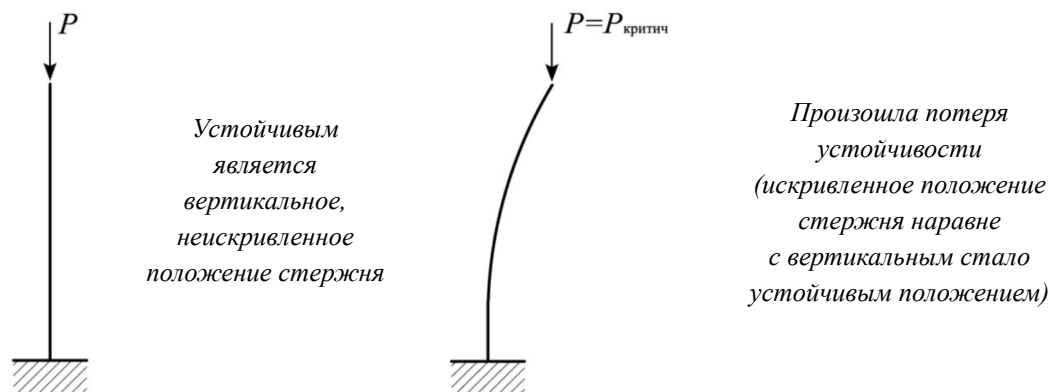


Рис. 1.2. Потеря устойчивости

Под *жесткостью* понимают способность строительной конструкции воспринимать внешнее воздействие без развития чрезмерных (превышающих установленные в нормах значения) перемещений, деформаций и колебаний.

3. Модель твердого тела, используемая в механике деформируемого твердого тела

Любой процесс и явление наука рассматривает применительно к моделям. Модель должна включать в себя все значительные для целей изучения черты, а с другой стороны, должна быть освобождена от несущественных аспектов, усложняющих процесс изучения. Формирование модели происходит благодаря введению ряда допущений, упрощений и т.п., которые формулируются в виде гипотез (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Гипотезы, формирующие модель твердого тела, применяемую в МДТТ

Название гипотезы	Содержание	Значение для модели	Примечание
1	2	3	4
О малости перемещений	Перемещения, возникающие в результате воздействия на тело, считаются малыми по сравнению с размерами тела	Расчет можно вести по недеформированной схеме	Применяется с ограничениями
Об идеальной (абсолютной) упругости тела	Тело считается идеально (абсолютно) упругим, т.е. деформации полностью исчезают после снятия нагрузки	Позволяет устанавливать линейную связь между деформациями и напряжениями. Позволяет не учитывать историю нагружения (последовательность нагружения тела различными нагрузками)	Применяется только в теории упругости и сопротивлении материалов
О сплошности тела	Тело считается непрерывным (без нарушения сплошности, пустот, пор и т.п.) как до, так и после приложения нагрузки	Позволяет рассматривать перемещения точек тела как непрерывные функции координат и использовать аппарат математического анализа	Непрерывность распространяется на любой сколько угодно малый объем тела, что, по сути, не учитывает даже молекулярное строение вещества, но для задач определения НДС это оказывается приемлемым
Об однородности тела	Свойства материала осреднены по всему объему тела	Позволяет свойства материала в бесконечно малом объеме принимать равными характеристикам материала, которые получены на основании испытания стандартных образцов	Если физико-механические характеристики тела одинаковы по всем направлениям, оно называется изотропным, в противном случае — анизотропным

4. Принцип независимости действия сил

Формулировка: результат действия нагрузки (перемещения, деформации, напряжения и т.д.) можно представить как сумму аналогичных результатов действия по отдельности всех составляющих нагрузки (рис. 1.3).

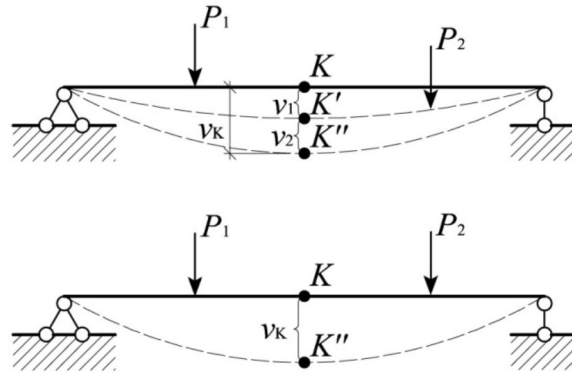


Рис. 1.3. Принцип независимости действия сил

Принцип независимости действия сил выполняется только в моделях, где не допускается возникновение пластических деформаций.

5. Принцип Сен-Венана

Формулировка 1: напряженное состояние тела на достаточном удалении от области действия локальных нагрузок очень мало зависит от способа приложения этих нагрузок (рис. 1.4).

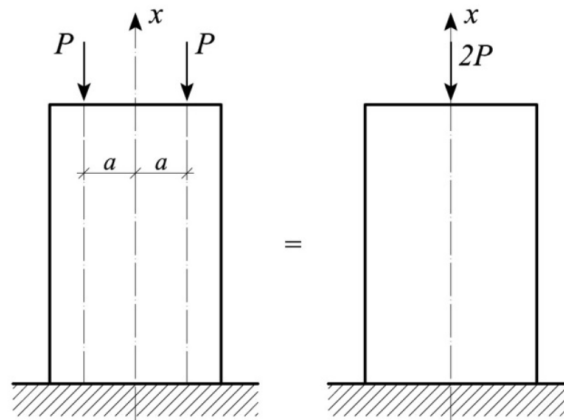


Рис. 1.4. Демонстрация принципа Сен-Венана в его первой формулировке

Формулировка 2: напряжения, вызванные действием взаимоуравновешенных нагрузок в малой области, имеют местный характер и быстро уменьшаются при удалении от области приложения нагрузок (принцип локального эффекта действия взаимоуравновешенных нагрузок в малой области) (рис. 1.5).

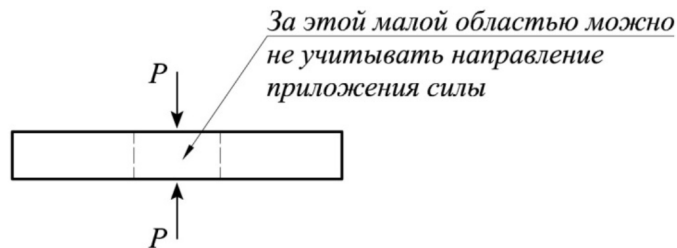


Рис. 1.5. Демонстрация принципа Сен-Венана в его второй формулировке

Принцип Сен-Венана позволяет заменять группу сил результирующей, переносить силу по линии ее действия и производить другие упрощения. Принцип Сен-Венана известен из теоретической механики, но в механике деформируемого твердого тела его можно применять не всегда (на это обратим внимание в дальнейшем).

Ключевые понятия § 1

1. Механика деформируемого твердого тела и ее разделы: теория упругости, теория пластичности, теория ползучести, сопротивление материалов.
2. Основные понятия механики деформируемого твердого тела: внешнее воздействие, в том числе нагрузка, перемещения, деформации, внутренние силы, напряжения.
3. Напряженно-деформированное состояние.
4. Прочность, устойчивость, жесткость.
5. Гипотезы, формулирующие модель твердого тела, рассматриваемого в механике деформируемого твердого тела: о малости перемещений, абсолютной упругости тела, сплошности тела, однородности тела.
6. Принцип независимости действия сил.
7. Принцип Сен-Венана.

§ 2. Основные принципы построения расчетных схем строительных конструкций

1. Понятие о расчетной схеме

Расчетная схема — условное изображение строительной конструкции, включающее в себя следующую информацию:

- 1) условное изображение конструкции, отражающее отнесение ее к тому или иному типу исходя из геометрических соображений;
- 2) условия закрепления конструкции (типы опор и места их расположения);
- 3) информацию о приложенных к конструкции нагрузках (вид нагрузки, место приложения нагрузки и ее величина);
- 4) прочее.

2. Классификация строительных конструкций исходя из геометрических соображений

2.1. Стержень

К стержням (рис. 2.1) относятся элементы, у которых размеры поперечного сечения имеют один порядок ($b \approx h$), но много меньше третьего размера — длины стержня l .

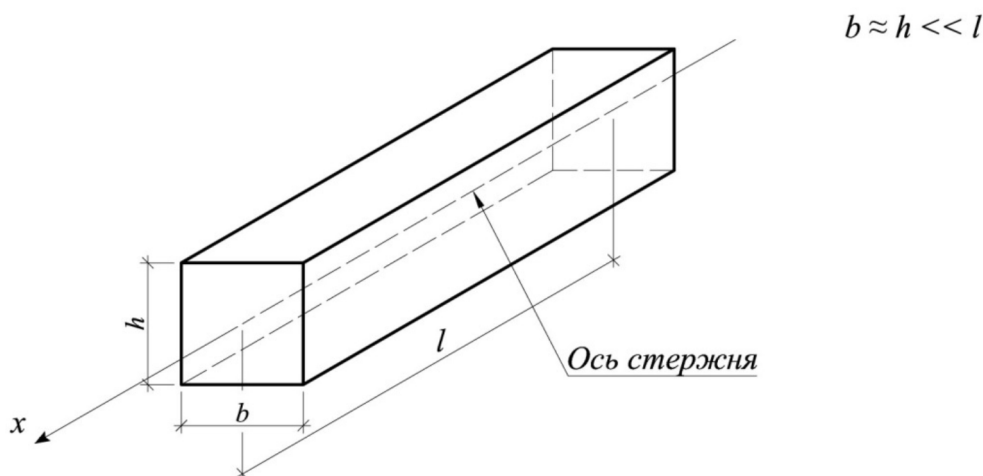


Рис. 2.1. Стержень

В расчетных схемах условным изображением стержня служит изображение его оси — линии, идущей вдоль стержня и соединяющей центр тяжести его поперечных сечений.

В зависимости от очертания оси стержни могут быть прямолинейными, криволинейными, ломаными, что находит свое отражение в расчетной схеме (рис. 2.2).

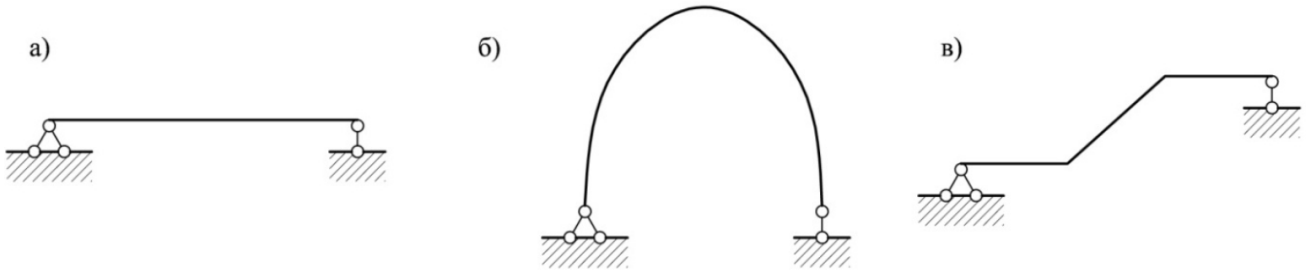


Рис. 2.2. Типы стержней в зависимости от очертания оси: *a* — прямолинейный; *b* — криволинейный; *c* — ломаный

В качестве стержня могут быть представлены колонны, балки перекрытий, стропильные ноги, лестничные косоуры, в некоторых случаях плиты перекрытий и пр.

Условно можно представить, что стержень подобно канату состоит из пучка волокон, идущих вдоль оси стержня (рис. 2.3).

Волокном можно назвать материальную линию, параллельную оси стержня и имеющую бесконечно малую площадь поперечного сечения.

Плоскость или поверхность, образованная волокнами, равноудаленными от оси стержня, называется *слоем*.

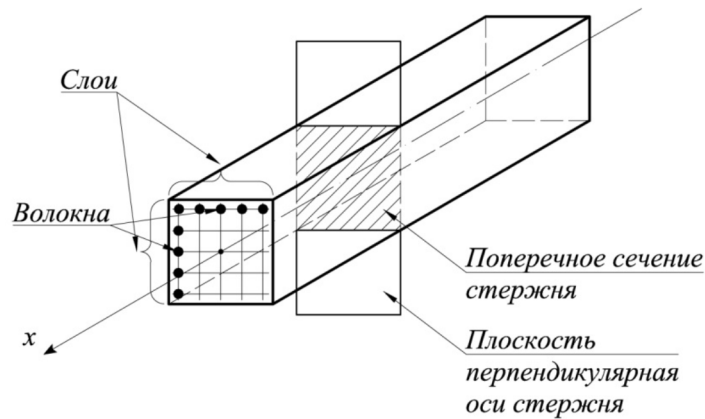


Рис. 2.3. Элементы стержня

2.2. Пластины и оболочки

К пластинам относят элементы, у которых размеры в плане (генеральные размеры) имеют один порядок ($a \approx b$), но много больше третьего размера — толщины h .

На расчетных схемах пластина условно изображается ее *срединной плоскостью* — плоскостью, параллельной поверхности пластины и проходящей через середину ее высоты.

Сразу укажем и другие важные элементы пластины:

линейный элемент — отрезок прямой, соединяющий внешние поверхности пластины перпендикулярно к срединной плоскости. Длина линейного элемента равна толщине пластины;

контур — линия пересечения срединной плоскости с боковой поверхностью пластины.

Под *оболочкой* можно понимать криволинейную пластину. В этом случае вместо понятия «срединная плоскость» используется *срединная поверхность*.

Пластина и оболочка показаны на рис. 2.4.

Пластины представляют собой некоторые плиты перекрытий зданий, стеновые панели, днища резервуаров и пр.

Оболочки встречаются на практике в качестве покрытий зданий, а также листовых конструкций (резервуары, газгольдеры и пр.).

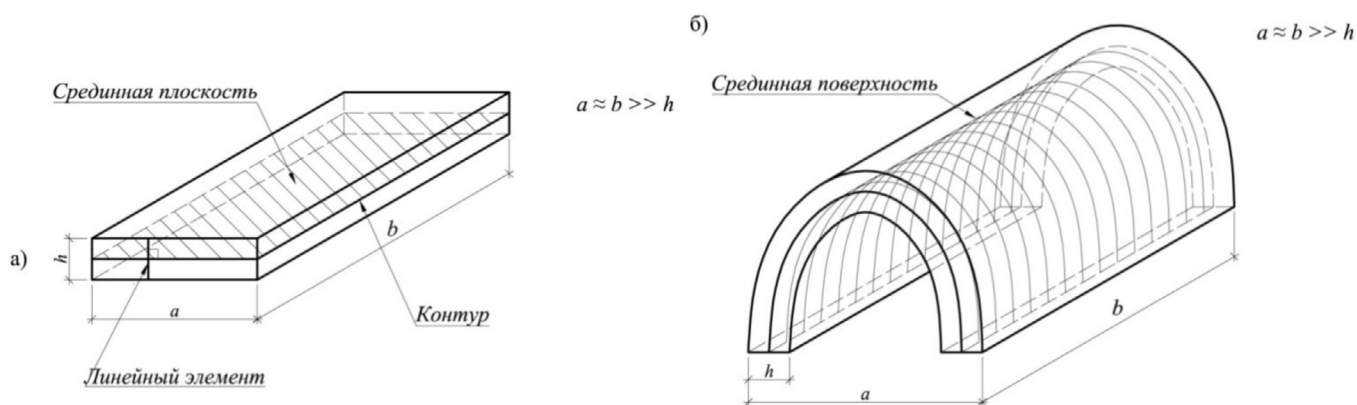


Рис. 2.4. Пластина (а), оболочка (б) и их основные элементы

2.3. Массивные тела

К такому типу относятся конструкции, у которых все размеры имеют одинаковый порядок. Примером могут служить массивные опоры мостов, гидротехнические сооружения и т.п. (рис. 2.5).

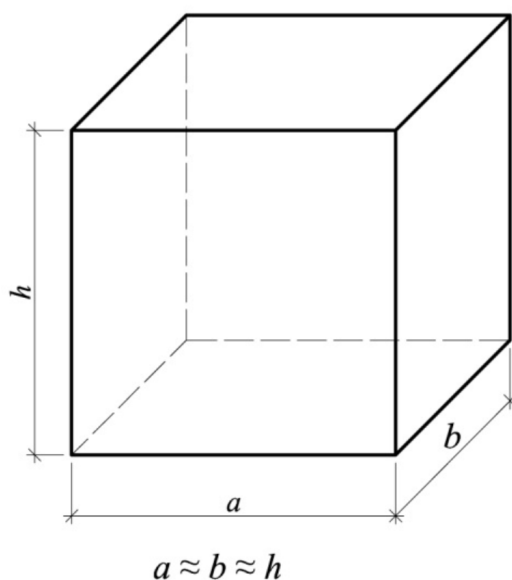


Рис. 2.5. Массивное тело

3. Типы опор и опорные реакции стержней

Под опорами понимаются такие конструкции, их элементы, а также грунт основания, которые ограничивают перемещения рассматриваемой конструкции.

В общем случае опоры могут ограничивать как линейные перемещения точек сечения (вертикальные, горизонтальные и т.п.), так и угловые (поворот сечения по отношению к его первоначальному положению).

Опора (рис. 2.6), которая ограничивает только линейные перемещения, называется *шарнирной* или *шарниром*. Опора, которая ограничивает как линейные, так и угловые перемещения, называется *заделкой*.

Говорят, что опора накладывает связи по направлению, в котором она ограничивает перемещения. Связи необходимы для удержания конструкции в равновесии. В статическом расчете действие связей заменяют опорными реакциями, которые прикладываются по направлению запрещенных связей перемещений и характеризуют взаимодействие рассматриваемой конструкции с опорой. По направлению связи, исключающей линейные перемещения, возникает опорная реакция — сила, а по направлению связи, исключающей угловые перемещения, — момент.

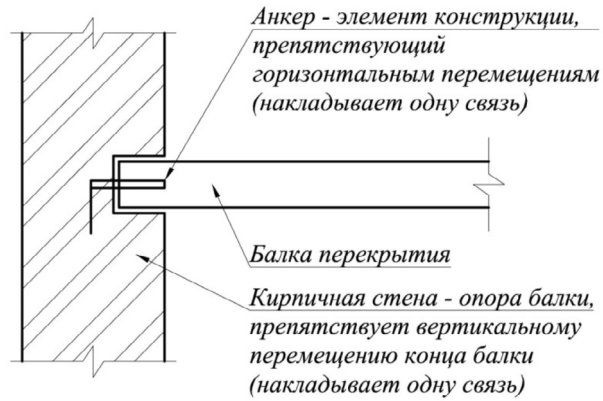


Рис. 2.6. Опора

Шарнирно-подвижная опора ограничивает перемещение в одном направлении (накладывает одну связь), возникает одна опорная реакция — сила (рис. 2.7).

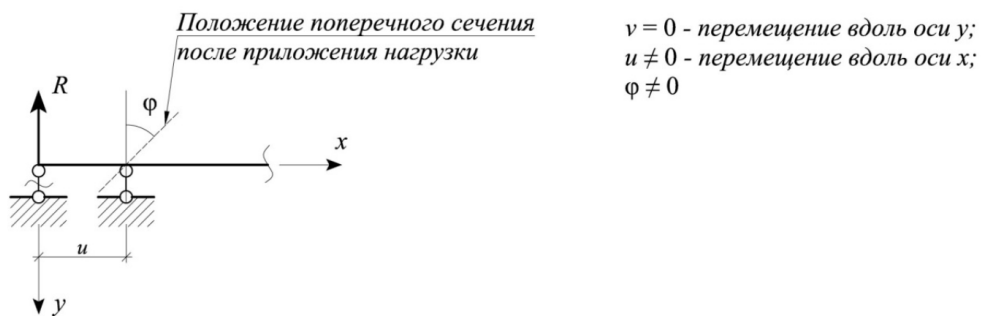


Рис. 2.7. Шарнирно-подвижная опора

Шарнирно-неподвижная опора (рис. 2.8) ограничивает перемещения в двух направлениях (накладывает две связи), возникает две опорные реакции — силы.

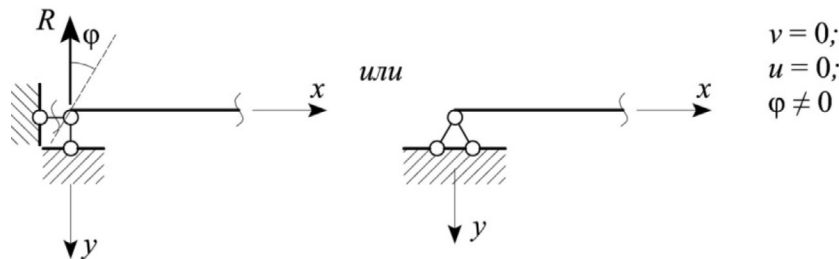


Рис. 2.8. Шарнирно-неподвижная опора

Жесткая заделка (рис. 2.9) ограничивает линейные перемещения в двух направлениях и угловое перемещение (накладывает три связи), возникает три опорные реакции: две силы и изгибающий момент.

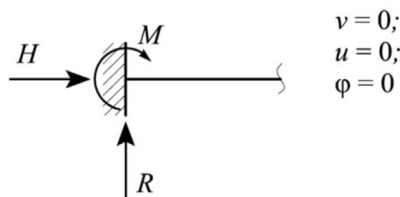


Рис. 2.9. Жесткая заделка

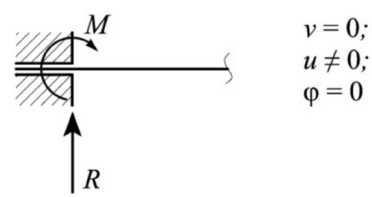


Рис. 2.10. Скользящая (температурная) заделка

4. Классификация нагрузок

4.1. Тело может испытывать силовое, температурное и иные виды воздействий (рис. 2.11), которые приводят к возникновению НДС. В нашем курсе будет рассматриваться только силовое воздействие, которое мы будем называть внешней нагрузкой.

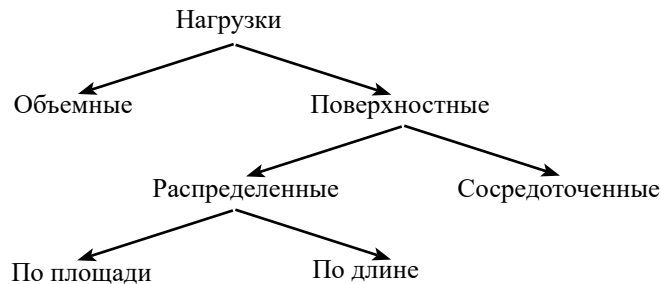


Рис. 2.11. Классификация нагрузок

Объемные нагрузки приложены к каждой частице тела (сила тяжести, сила инерции).

Поверхностные нагрузки — это результат взаимодействия рассматриваемой конструкции с другими конструкциями, людьми, оборудованием, передающими на конструкцию свой вес, а также снеговая, гололедная, ветровая и прочие нагрузки. В случае, если поверхность такого взаимодействия мала по сравнению со всей площадью конструкции, то нагрузки называются *сосредоточенными*, в противном случае — *распределенными*.

К *сосредоточенным нагрузкам* относится не только сосредоточенная сила P , [кН], но и сосредоточенный момент m , [кН·м].

Сосредоточенный момент возникает в том случае, если сосредоточенная сила приложена на каком-то расстоянии от оси стержня (с эксцентриситетом относительно оси стержня).

Если такая сила приложена *вдоль оси* стержня (продольная сила), то возникает *изгибающий момент* (рис. 2.12), если сила приложена *перпендикулярно* оси стержня (поперечная сила), то возникает *скручивающий момент* (рис. 2.13).

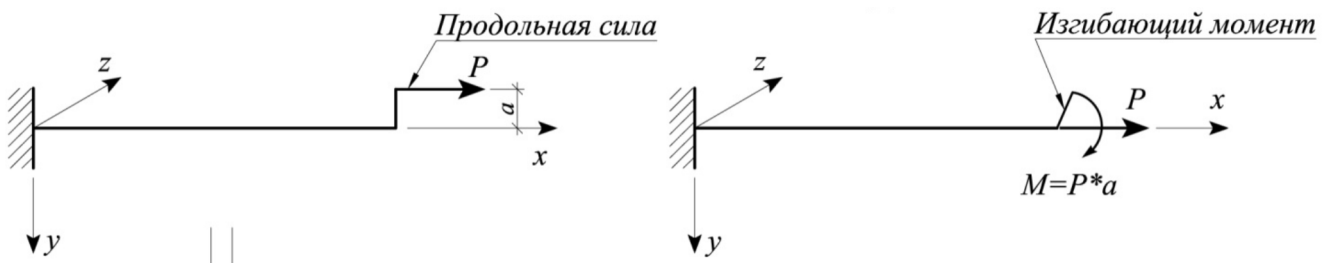


Рис. 2.12. Продольная сила, приложенная с эксцентриситетом относительно оси стержня, вызывает изгибающий момент

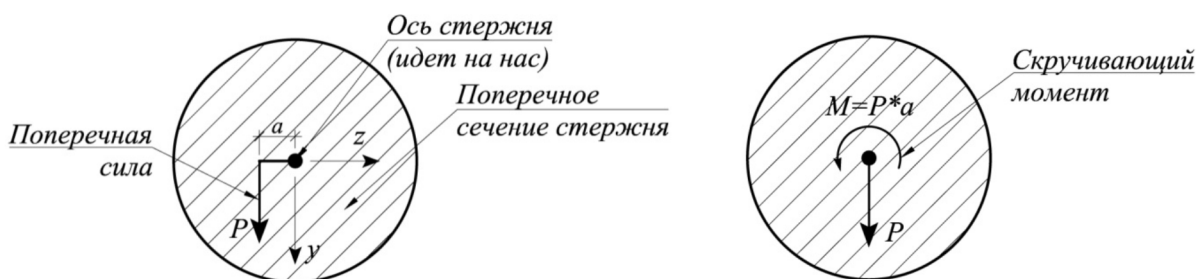


Рис. 2.13. Поперечная сила, приложенная с эксцентриситетом относительно оси стержня, вызывает скручивающий момент

Изгибающий или скручивающий моменты также может вызвать пара сил (рис. 2.14).

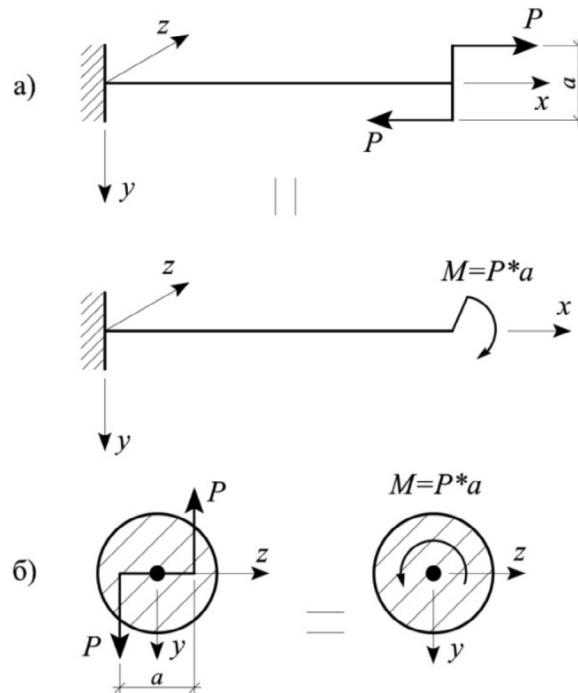


Рис. 2.14. Пара сил вызывает изгибающий (а) и скручивающий (б) моменты

Распределенные нагрузки характеризуются своей интенсивностью q . Интенсивность нагрузок, распределенных по площади, имеет размерность $[\text{кН}/\text{м}^2]$, а распределенных по длине — $[\text{кН}/\text{м}]$.

Распределенные нагрузки, приложенные с эксцентриситетом относительно оси стержня, а также пары распределенных нагрузок вызывают появление *распределенных моментов*, которые имеют размерность $[\text{кН}\cdot\text{м}/\text{м}]$.

Определение нагрузок, действующих на конструкцию, является одним из наиболее ответственных этапов проектирования и называется *сбором нагрузок*.

Приведем пример сбора нагрузок (рис. 2.15, 2.16, табл. 2.1) на несущие конструкции перекрытия: плиту перекрытия, второстепенную и главную балки.

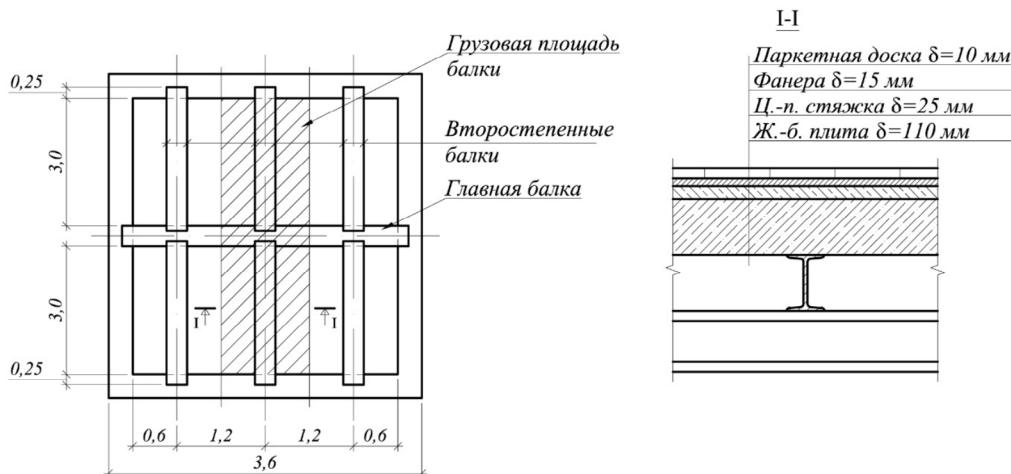


Рис. 2.15. Сбор нагрузок на 1 м^2 перекрытия

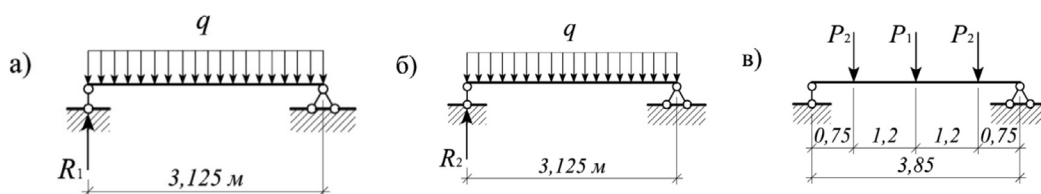


Рис. 2.16. Расчетные схемы балок перекрытия:

а — центральная второстепенная балка; б — крайняя второстепенная балка; в — главная балка

Сбор нагрузок на 1 м² перекрытия

Вид нагрузки	Удельный вес γ , кг/м ³	Толщина δ , м	Нагрузка q , кг/м ³ (кН/м ²)
Полезная нагрузка (определяется на основании СП «Нагрузки и воздействия» в зависимости от назначения помещения)	—	—	150 (1,5)
Железобетонная плита	2500	0,11	275 (2,75)
Цементно-песчаная стяжка	1800	0,025	45 (0,45)
Фанера	600	0,015	9 (0,09)
Паркетная доска	500	0,001	5 (0,05)
Итого			484 (4,84)

$$q = 1,2 \text{ м} \cdot 4,84 \text{ кН/м}^2 = 5,8 \text{ кН/м};$$

$$R_2 = \frac{5,8 \text{ кН/м} \cdot 3,125 \text{ м}}{2} = 9,06 \text{ кН}.$$

$$q = 0,9 \text{ м} \cdot 4,84 \text{ кН/м}^2 = 4,36 \text{ кН/м};$$

$$R_2 = \frac{4,36 \text{ кН/м} \cdot 3,125 \text{ м}}{2} = 6,82 \text{ кН}.$$

$$P_1 = 2R_1 = 18,12 \text{ кН};$$

$$P_2 = 2R_2 = 13,64 \text{ кН}.$$

Обратите внимание, как объемная нагрузка (вес элементов пола, собственный вес ж/б плиты и пр.) сначала трансформируется в поверхностную нагрузку, приходящуюся на 1 м² площади перекрытия, а затем — в нагрузку, приходящуюся на 1 пог. м второстепенной балки. При определении нагрузки на главную балку можно оценить взаимосвязь между распределенной и сосредоточенной нагрузками.

4.2. В результате сбора нагрузок определяются так называемые *активные нагрузки* (т.е. такие, которые заданы в нормах проектирования или могут быть вычислены исходя из объемного веса материала конструкций). Помимо активных нагрузок, на напряженно-деформированное состояние оказывают влияние и *реакции в опорных связях*, которые учитываются в расчетах наравне с активными нагрузками.

4.3. В зависимости от продолжительности действия нагрузки нормы строительного проектирования различают *постоянные* (например, собственный вес и вес вышележащих конструкций) и *временные* (например, снеговая нагрузка, так называемая полезная нагрузка от веса людей и оборудования, воспринимаемого перекрытием) нагрузки.

4.4. В зависимости от скорости приложения нагрузки различают *статическую* (изменяется во времени очень медленно или не изменяется) и *динамическую* (скорость изменения нагрузки значительная (удар, взрыв, волновые явления от землетрясения и пр.)). При действии динамических нагрузок необходимо учитывать силы инерции.

5. Пример построения расчетной схемы

До этого мы рассмотрели все основные компоненты расчетных схем и сейчас попробуем по словесному описанию конструкции, условий ее закрепления и приложенных нагрузок построить расчетную схему.

Словесное описание: горизонтальный прямолинейный стержень длиной 1,2 м своим левым концом закреплен в стену таким образом, что в месте опирания стержня на стену невозможны его горизонтальные, вертикальные и угловые перемещения. Стержень по всей длине загружен поперечной равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью $q = 10 \text{ кН/м}$, на свободном конце стержня сверху вниз действует поперечная сосредоточенная сила 5 кН (рис. 2.17).

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru