

Введение

Гидростатика – большой раздел физики, который изучается в 7 классе общеобразовательных школ. Задачи данного раздела требуют применения закона Паскаля и вытекающего из него закона сообщающихся сосудов, а также закона Архимеда и условий плавания тел. Гидростатика, изучаемая в 7 классе, не дает того объема знаний и умений, который необходим абитуриентам. В старших классах гидростатика практически не повторяется. В настоящее время отсутствуют специальные сборники задач по гидростатике.

Данный сборник соответствует действующей программе общеобразовательных школ по физике. Все задачи распределены по трем основным разделам:

1. Давление жидкости.
2. Сообщающиеся сосуды. Гидравлический пресс.
3. Закон Архимеда. Плавание тел.

В начале раздела приводится подробное решение типовых задач.

После разобранных задач предлагаются задачи для самостоятельного решения. В некоторых задачах преднамеренно опущены табличные данные, которые учащиеся без труда найдут в справочной литературе. В сборнике есть задачи олимпиадного уровня. В конце задачника ко всем задачам для самостоятельного решения даны ответы в общем и в численном виде.

Основной своей целью авторы сборника считают создание небольшого пособия по гидростатике для подготовки в вуз, а также для самообразования учащихся старших классов.

Сборник задач целесообразно использовать в 7 классах общеобразовательных школ, в профильных классах для углубленного изучения физики, в старших классах на факультативах, а также для подготовки к государственной аттестации.

Раздел 1

ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Примеры решения задач

1. В большой сосуд с квадратным дном площадью 9 м^2 и вертикальными стенками налита вода (см. рисунок). Какова высота уровня воды в сосуде, если сила ее давления на боковую поверхность сосуда равна силе давления на дно?

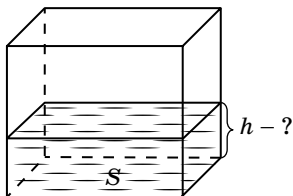
Д а н о:

$$F_{\text{д}} = F_{\text{б}}$$

$$S_{\text{д}} = 9 \text{ м}^2$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$h - ?$



Р е ш е н и е:

Давление воды на дно сосуда равно: $P_{\text{д}} = \rho_{\text{в}}gh$.

Площадь дна сосуда равна: $S = a^2$, где a – сторона квадрата.

Сила давления на дно сосуда равна: $F_{\text{д}} = P_{\text{д}}S = \rho_{\text{в}}gha^2$;
 $F_{\text{д}} = \rho_{\text{в}}gha^2$.

Давление жидкости на боковую поверхность сосуда убывает с высотой от h , поэтому в среднем $P_{\text{б}} = \rho_{\text{в}}g\frac{h}{2}$.

Площадь боковой поверхности сосуда, испытывающей давление, равна: $S_{\text{б}} = 4ah$, а сила давления на боковую поверхность равна: $F_{\text{б}} = P_{\text{б}}S_{\text{б}} = \rho_{\text{в}}g\frac{h}{2}4ah$.

По условию задачи $F_{\text{д}} = F_{\text{б}}$, тогда $\rho_{\text{в}}gha^2 = \rho_{\text{в}}g\frac{h}{2}4ah$.

Сокращая на $\rho_{\text{в}}$, g , h , a , получаем: $a = 2h$, тогда $h = \frac{a}{2}$, но $a = \sqrt{S}$.

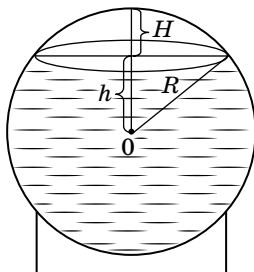
Отсюда следует, что $h = \frac{\sqrt{S}}{2}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:
 $h = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ м.}$

О т в е т: $h = 1,5 \text{ м.}$

2. Аквариум представляет собой сферу с отсеченным сегментом (см. рисунок). Радиус сферы равен 20 см. Площадь поверхности отсеченного сегмента равна $0,065 \text{ м}^2$. Аквариум доверху наполнен водой. Каково давление воды в центре аквариума без учета атмосферного давления?

Д а н о: $S = 0,065 \text{ м}^2$ $R = 20 \text{ см}$ $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $P - ?$	СИ 0,2 м
---	--------------------



Р е ш е н и е:

Площадь поверхности сегмента без основания равна:
 $S = 2\pi RH$, где H – высота сегмента, R – радиус сферы.
 Тогда $H = \frac{S}{2\pi R}$.

Высота столба воды от поверхности до центра аквариума равна: $h = R - H$.

Тогда давление в центре аквариума будет равно:

$$P = \rho gh = \rho g(R - H) = \rho g\left(R - \frac{S}{2\pi R}\right).$$

Отсюда следует, что $P = \rho g\left(R - \frac{S}{2\pi R}\right)$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

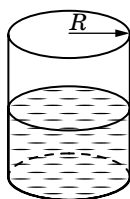
$$P = 1000 \cdot 10 \cdot \left(0,2 - \frac{0,065}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2}\right) \approx$$

$$\approx 10\,000 \cdot (0,2 - 0,05) = 10\,000 \cdot 0,15 = 1500 \text{ Па.}$$

О т в е т: $P = 1500 \text{ Па.}$

3. В сосуд, имеющий форму цилиндра с радиусом 10 см, налили 3,14 кг подсолнечного масла (см. рисунок). Определить давление масла на дно сосуда.

Д а н о:	СИ
$R = 10$ см	0,1 м
$m = 3,14$ кг	
$\rho = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$P - ?$	



Р е ш е н и е:

Давление жидкости на дно сосуда равно отношению силы тяжести жидкости к площади дна сосуда.

Так как $F = mg$ – сила тяжести масла, а $S = \pi R^2$ – площадь дна сосуда, получим: $P = \frac{F}{S}$.

Отсюда следует, что $P = \frac{mg}{\pi R^2}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

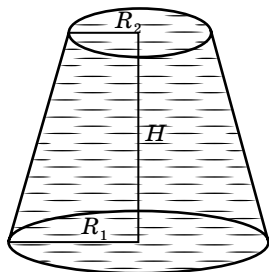
$$P = \frac{3,14 \cdot 10}{3,14 \cdot (0,1)^2} = \frac{10}{0,01} = 1000 \text{ Па.}$$

О т в е т: $P = 1000$ Па.

4. Тонкостенный сосуд в виде усеченного конуса доверху наполнен керосином (см. рисунок). Радиус нижнего основания сосуда 20 см, а верхнего – 10 см. Высота конуса 30 см. На сколько изменится давление керосина на дно сосуда, если массу керосина уменьшить в 2 раза?

Плотность керосина $700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Д а н о:	СИ
$R_1 = 20$ см	0,2 м
$R_2 = 10$ см	0,1 м
$H = 30$ см	0,15 м
$m_2 = \frac{m_1}{2}$	
$\rho_k = 700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$\Delta P - ?$	



Решение:

Находим объем керосина в сосуде, который имеет форму конуса: $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2)$.

Тогда масса керосина будет равна:

$$m = \rho V, m_1 = \rho \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2).$$

Давление на дно в первом случае равно: $P_1 = \rho gH$.

Давление на дно во втором случае равно: $P_2 = \frac{F_2}{S}$ или

$P_2 = \frac{m_2g}{S}$, где S – площадь дна сосуда; $S = \pi R_1^2$, тогда

$$P_2 = \frac{m_2g}{\pi R_1^2}.$$

Так как

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = \frac{\rho \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2)}{2} =$$

$$= \frac{1}{6}\rho\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2),$$

то давление P_2 равно: $P_2 = \frac{\frac{1}{6}\rho\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2)g}{\pi R_1^2}$.

Сокращаем на π .

Изменение давления на дно равно: $\Delta P = P_1 - P_2$.

$$\Delta P = \rho gH - \frac{1}{6R_1^2}\rho gH(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2) =$$

$$= \rho gH \left(1 - \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2}{6R_1^2} \right).$$

Отсюда следует, что $\Delta P = \rho gH \left(1 - \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2}{6R_1^2} \right)$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\Delta P = 700 \cdot 10 \cdot 0,3 \cdot \left(1 - \frac{0,04 + 0,01 + 0,02}{6 \cdot 0,04} \right) =$$

$$= 2100 \cdot \left(1 - \frac{0,07}{0,24} \right) \approx 2100 \cdot 0,708 \approx 1487 \text{ Па.}$$

Ответ: $\Delta P = 1487$ Па.

5. В сосуде находятся один за другим три слоя не смешивающихся жидкостей: вода, масло, ртуть (см. рисунок). Высота каждого слоя 5 см. Определить давление жидкостей на дно сосуда и на глубине 7,5 см.

Дано:

$$h_1 = h_2 = h_3 = 5 \text{ см}$$

$$h = 7,5 \text{ см}$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{м}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{р}} = 13\,600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

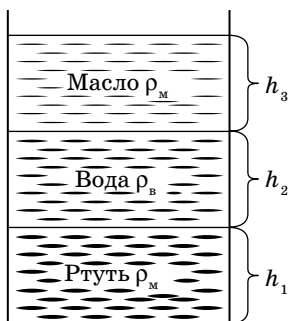
$$P - ?$$

$$P_{\text{h}} - ?$$

СИ

$$0,05 \text{ м}$$

$$0,075 \text{ м}$$



Решение:

Определим давление на дно каждой жидкости:

$$P_1 = \rho_{\text{р}}gh_1 - \text{давление столба ртути};$$

$$P_2 = \rho_{\text{в}}gh_2 - \text{давление столба воды};$$

$$P_3 = \rho_{\text{м}}gh_3 - \text{давление столба масла}.$$

Общее давление на дно сосуда будет равно: $P = P_1 + P_2 + P_3$, так как $h_1 = h_2 = h_3$, $P = \rho_{\text{р}}gh_1 + \rho_{\text{в}}gh_2 + \rho_{\text{м}}gh_3 = gh_1(\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}} + \rho_{\text{м}})$.

$$\text{Отсюда следует, что } \boxed{P = gh_1(\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}} + \rho_{\text{м}})}.$$

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$P = 10 \cdot 0,05 \cdot (13\,600 + 1000 + 900) = 0,5 \cdot 15\,500 = 7750 \text{ Па}.$$

Давление на глубине 7,5 см складывается из давления столба масла и давления половины столбы воды:

$$P_{\text{h}} = P_{\text{м}} + \frac{1}{2}P_{\text{в}}.$$

$$\text{Отсюда следует, что } \boxed{P_{\text{h}} = \rho_{\text{м}}gh_3 + \frac{1}{2}\rho_{\text{в}}gh_2}.$$

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$P_{\text{h}} = 900 \cdot 10 \cdot 0,05 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0,05 = 450 + 250 = 700 \text{ Па}.$$

Ответ: $P = 7750 \text{ Па}$; $P_{\text{h}} = 700 \text{ Па}$.

6. Брусок размерами $0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,1$ м находится в баке с водой. Верхняя грань бруска находится на глубине $0,6$ м. Вычислить, с какой силой вода давит на верхнюю и нижнюю грани бруска.

Дано:

$$a = 0,5 \text{ м}$$

$$b = 0,4 \text{ м}$$

$$c = 0,1 \text{ м}$$

$$h_1 = 0,6 \text{ м}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

Решение:

Площадь верхней и нижней грани бруска равна: $S = ab$.

Давление на верхнюю грань бруска равно: $P_1 = \rho gh_1$, тогда сила давления на верхнюю грань равна: $F_1 = P_1 S$.

Отсюда следует, что $F_1 = \rho gh_1 ab$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$F_1 = 1000 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 1200 \text{ Н.}$$

Высота столба воды у нижней грани бруска равна: $h_2 = h_1 + c$.

Давление на нижнюю грань бруска равно: $P_2 = \rho gh_2 = \rho g(h_1 + c)$, а сила давления равна: $F_2 = P_2 S = \rho g(h_1 + c) ab$.

Отсюда следует, что $F_2 = \rho g(h_1 + c) ab$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$F_2 = 1000 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,1) \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 1400 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_1 = 1200$ Н; $F_2 = 1400$ Н.

7. Цилиндрический сосуд высотой 20 см заполнен маслом и погружен открытым концом в бассейн с водой (см. рисунок). Найти давление масла в сосуде непосредственно у его дна, в точке A , если известно, что нижний конец сосуда находится в бассейне на глубине 50 см от поверхности воды. Атмосферное давление 10^5 Па.

Дано:

$$h = 20 \text{ см}$$

$$H = 50 \text{ см}$$

$$P_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho_{\text{м}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

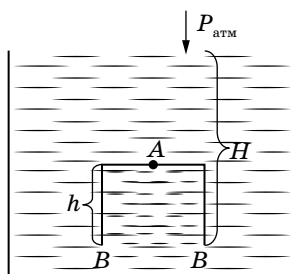
$$\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_A - ?$$

СИ

$$0,2 \text{ м}$$

$$0,5 \text{ м}$$



Решение:

Давление в точках B равно атмосферному давлению плюс давление столба воды H : $P_B = P_{\text{атм}} + \rho_B g H$.

Давление столба масла равно: $P = \rho_M g h$.

Тогда давление в точке A внутри стакана будет равно:

$$P_A = P_B - P = (P_{\text{атм}} + \rho_B g H) - \rho_M g h = P_{\text{атм}} + g(\rho_B H - \rho_M h).$$

Отсюда следует, что $\boxed{P_A = P_{\text{атм}} + g(\rho_B H - \rho_M h)}$.

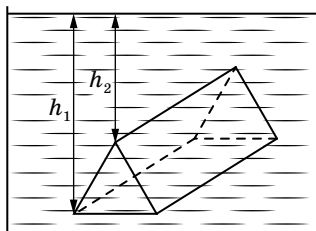
Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\begin{aligned} P_A &= 10^5 + 10 \cdot (1000 \cdot 0,5 - 900 \cdot 0,2) = 100\,000 + \\ &+ 10 \cdot (500 - 180) = 100\,000 + 10\,320 = 100\,000 + 3200 = \\ &= 103\,200 \text{ Па.} \end{aligned}$$

О т в е т: $P_A = 103\,200 \text{ Па}$.

8. Твердое тело в форме призмы, основанием которой является равносторонний треугольник, находится внутри керосина (см. рисунок). Определить, на сколько давление на нижнюю грань призмы больше, чем давление на каждую из боковых граней. Высоты $h_1 = 20 \text{ см}$ и $h_2 = 12 \text{ см}$.

Д а н о:	СИ
$h_1 = 20 \text{ см}$	$0,2 \text{ м}$
$h_2 = 12 \text{ см}$	$0,12 \text{ м}$
$\rho = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$\Delta P - ?$	

**Решение:**

$P_1 = \rho g h_1$ — давление на нижнюю грань призмы.

Давление жидкости на боковые грани призмы меняется с изменением глубины.

$P_2 = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2}$ — средняя величина давления на боковую поверхность.

вую поверхность.

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_1 - P_2 = \rho g h_1 - \rho g \frac{h_1 + h_2}{2} = \rho g \left(h_1 - \frac{h_1 + h_2}{2} \right) = \\ &= \rho g \frac{2h_1 - h_1 - h_2}{2} = \rho g \frac{h_1 - h_2}{2}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что $\Delta P = \rho g \frac{h_1 - h_2}{2}$.

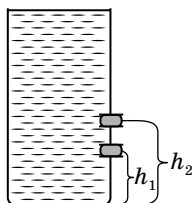
Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\Delta P = 800 \cdot 10 \cdot \frac{0,2 - 0,12}{2} = 8000 \cdot \frac{0,08}{2} = 320 \text{ Па.}$$

О т в е т: $\Delta P = 320 \text{ Па.}$

9. В сосуде высотой 40 см, наполненном доверху водой, есть два одинаковых отверстия, закрытых пробками (см. рисунок). Нижнее отверстие находится на расстоянии 10 см от дна, а верхнее – на расстоянии 15 см от дна. Во сколько раз сила давления воды на нижнюю пробку больше, чем на верхнюю?

Д а н о:	СИ
$h = 40 \text{ см}$	0,4 м
$h_1 = 10 \text{ см}$	0,1 м
$h_2 = 15 \text{ см}$	0,15 м
$\frac{F_1}{F_2} - ?$	



Р е ш е н и е:

Сила давления на нижнюю пробку равна: $F_1 = P_1 S$.

Сила давления на верхнюю пробку равна: $F_2 = P_2 S$.

Давление воды на уровне нижней пробки равно: $P_1 = \rho g(h - h_1)$.

Давление воды на уровне верхней пробки равно: $P_2 = \rho g(h - h_2)$.

$$\text{Тогда } \frac{F_1}{F_2} = \frac{P_1 S}{P_2 S} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho g(h - h_1)}{\rho g(h - h_2)} = \frac{h - h_1}{h - h_2}.$$

Отсюда следует, что $\frac{F_1}{F_2} = \frac{h - h_1}{h - h_2}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{0,4 - 0,1}{0,4 - 0,15} = \frac{0,3}{0,25} = 1,2.$$

О т в е т: $\frac{F_1}{F_2} = 1,2.$

10. Сосиска имеет длину 15 см и толщину 2 см (см. рисунок). В кипятке она лопается вдоль, а не поперек. Найти, во сколько раз сила давления, действующая на ее продольное сечение, больше силы, действующей на поперечное сечение.

Дано:

$$L = 15 \text{ см}$$

$$d = 2 \text{ см}$$

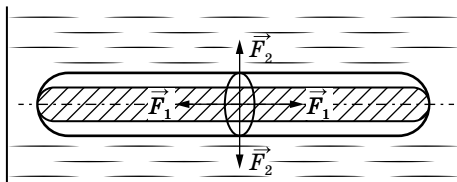
$$\rho_0 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\frac{F_2}{F_1} - ?$$

СИ

$$0,15 \text{ м}$$

$$0,02 \text{ м}$$



Решение:

Поперечное сечение сосиски равно: $S_1 = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$.

Продольное сечение сосиски равно: $S_2 = Ld$.

Давление воды на одной глубине сверху и сбоку будет одинаковым: $P = \rho_0 gh$.

$F_1 = PS_1 = P\pi \frac{d^2}{4}$ – сила, действующая на поперечное сечение сосиски.

$F_2 = PS_2 = PLd$ – сила, действующая на продольное сечение сосиски.

$$\text{Тогда } \frac{F_2}{F_1} = \frac{PLd}{P\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{4L}{\pi d}.$$

Отсюда следует, что $\boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{4L}{\pi d}}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4 \cdot 0,15}{3,14 \cdot 0,02} = \frac{0,6}{0,0628} \approx 9,6.$$

Ответ: F_2 больше F_1 в 9,6 раза.

11. На глубине 100 м сила, действующая на крышку люка подводной лодки, равна 309 000 Н. Определить, на какую глубину погрузилась лодка, если сила, действующая на крышку люка, стала 154 500 Н. Какова площадь крышки люка?

Дано:

$$h_1 = 100 \text{ м}$$

$$F_1 = 309\,000 \text{ Н}$$

$$F_2 = 154\,500 \text{ Н}$$

$$\rho = 1030 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$h_2 = ?$$

$$S = ?$$

Решение:

Давление воды зависит от глубины погружения.

 $P_1 = \rho g h_1$ – давление на первой глубине. $S = \frac{F_1}{P_1}$ – площадь крышки люка.Отсюда следует, что $S = \frac{F_1}{\rho g h_1}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$S = \frac{309\,000}{1030 \cdot 10 \cdot 100} = \frac{309}{1030} = 0,3 \text{ м}^2.$$

 $P_2 = \rho g h_2$ – давление на второй глубине, следовательно,

$$\text{но, } h_2 = \frac{P_2}{\rho g}.$$

$$\text{Так как } P_2 = \frac{F_2}{S}, \text{ то } h_2 = \frac{\frac{F_2}{S}}{\rho g} = \frac{F_2}{\rho g S}.$$

Отсюда следует, что $h_2 = \frac{F_2}{\rho g S}$.

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$h_2 = \frac{154\,500}{1030 \cdot 10 \cdot 0,3} = \frac{154\,500}{3090} = 50 \text{ м}.$$

О т в е т: $S = 0,3 \text{ м}^2$; $h_2 = 50 \text{ м}$.

12. Поршень весом 30 Н представляет собой круглый диск радиусом 4 см с отверстием, в которое вставлена тонкостенная трубка радиусом 1 см (см. рисунок). Поршень может плотно и без трения входить в стакан и сначала лежит на дне стакана. На какую высоту поднимется поршень, если влить в трубку 700 г воды?

Дано:

$$P_0 = 30 \text{ Н}$$

$$R = 4 \text{ см}$$

$$r = 1 \text{ см}$$

$$m = 700 \text{ г}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

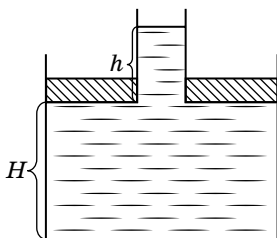
$$H = ?$$

СИ

$$0,04 \text{ м}$$

$$0,01 \text{ м}$$

$$0,7 \text{ кг}$$



Решение:

Давление воды на дно равно: $P = \rho g(h + H)$.

С другой стороны давление можно определить как:

$$P = \frac{F_{\text{тяж}}}{S}, \text{ где } S = \pi R^2 - \text{площадь дна.}$$

$$F_{\text{тяж}} = mg + P_0, \text{ где } P_0 - \text{вес поршня, тогда } P = \frac{mg + P_0}{\pi R^2}.$$

Высоту h можно определить, приравнивая друг к другу силы, действующие на поршень: $F_1 = \pi P R^2$; $F_2 = \pi P r^2$.

$F = F_1 - F_2$ — сила, действующая на поршень вверх.

$F = \pi P R^2 - \pi P r^2 = \pi P (R^2 - r^2)$, так как $P = \rho g h$, тогда $F = \pi \rho g h (R^2 - r^2)$, так как $F = P_0$, то $P_0 = \pi \rho g h (R^2 - r^2)$, откуда

$$h = \frac{P_0}{\rho g \pi (R^2 - r^2)}; \rho g (H + h) = \frac{P_0 + mg}{\pi R^2};$$

$$\rho g \left(H + \frac{P_0}{\rho g \pi (R^2 - r^2)} \right) = \frac{P_0 + mg}{\pi R^2};$$

$$\rho g H + \rho g \frac{P_0}{\rho g \pi (R^2 - r^2)} = \frac{P_0 + mg}{\pi R^2};$$

$$\rho g H + \frac{P_0}{\pi (R^2 - r^2)} = \frac{P_0 + mg}{\pi R^2};$$

$$\rho g H = \frac{P_0 + mg}{\pi R^2} - \frac{P_0}{\pi (R^2 - r^2)};$$

$$\rho g H = \frac{(P_0 + mg) \cdot (R^2 - r^2) - P_0 R^2}{\pi R^2 (R^2 - r^2)};$$

$$\rho g H = \frac{P_0 R^2 + mg R^2 - P_0 r^2 - mgr^2 - P_0 R^2}{\pi R^2 (R^2 - r^2)};$$

$$\rho g H = \frac{mg (R^2 - r^2) - P_0 r^2}{\pi R^2 (R^2 - r^2)}; \rho g H = \frac{mg}{\pi R^2} - \frac{P_0 r^2}{\pi R^2 (R^2 - r^2)};$$

$$\rho g H = \frac{1}{\pi R^2} \left(mg - \frac{P_0 r^2}{R^2 - r^2} \right).$$

Отсюда следует, что
$$H = \frac{1}{\pi R^2 \rho g} \left(mg - \frac{P_0 r^2}{R^2 - r^2} \right).$$

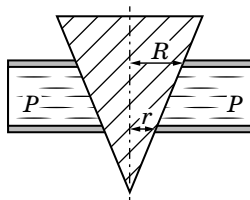
Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{3,14 \cdot (0,04)^2 \cdot 1000 \cdot 10} \times \\
 &\times \left(0,7 \cdot 10 - \frac{30 \cdot (0,01)^2}{(0,04)^2 - (0,01)^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{3,14 \cdot 0,0016 \cdot 10000} \cdot \left(7 - \frac{30 \cdot 0,0001}{0,0016 - 0,0001} \right) = \\
 &= \frac{1}{3,14 \cdot 16} \cdot \left(7 - \frac{0,003}{0,0015} \right) = \frac{5}{3,14 \cdot 16} = 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см.}
 \end{aligned}$$

О т в е т: $H = 10 \text{ см.}$

13. Коническая пробка перекрывает сразу два отверстия в плоском сосуде, заполненном жидкостью при давлении 2000 Па (см. рисунок). Радиус отверстий $R = 2 \text{ см}$, $r = 1 \text{ см}$. Определить силу, действующую на пробку со стороны жидкости.

Д а н о:	СИ
$P = 2000 \text{ Па}$	$0,02 \text{ м}$
$R = 2 \text{ см}$	$0,01 \text{ м}$
$r = 1 \text{ см}$	
$F - ?$	



Р е ш е н и е:

Сила, действующая на пробку в большом отверстии, равна: $F_1 = PS_1$, где S_1 – площадь большого отверстия; $S_1 = \pi R^2$, тогда $F_1 = \pi P R^2$.

Сила, действующая на пробку в малом отверстии, равна: $F_2 = PS_2$, где S_2 – площадь малого отверстия; $S_2 = \pi r^2$, тогда $F_2 = \pi P r^2$.

Сила, действующая на пробку со стороны жидкости, равна: $F = F_1 - F_2$; $F = \pi P R^2 - \pi P r^2 = \pi P (R^2 - r^2)$.

Отсюда следует, что $F = \pi P (R^2 - r^2)$.

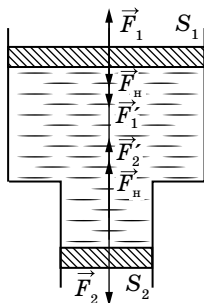
Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$\begin{aligned}
 F &= 2000 \cdot 3,14 \cdot (0,0004 - 0,0001) = 6280 \cdot 0,0003 = \\
 &= 1,884 \text{ Н.}
 \end{aligned}$$

О т в е т: $F = 1,884 \text{ Н.}$

14. В двух вертикально расположенных цилиндрах, площади сечения которых $S_1 = 20 \text{ см}^2$ и $S_2 = 10 \text{ см}^2$, находятся два невесомых поршня, соединенных тонкой невесомой нитью длиной 10 см (см. рисунок). Пространство между поршнями заполнено водой. Найти натяжение нити, если концы сосудов открыты в атмосферу.

Дано:	СИ
$L = 10 \text{ см}$	
$S_1 = 20 \text{ см}^2$	$20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$S_2 = 10 \text{ см}^2$	$10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$F_{\text{н}} - ?$	



Решение:

На поршень S_1 действует вверх сила давления воды $F_1 = PS_1$, а вниз – сила натяжения нити $F_{\text{н}}$ и сила атмосферного давления $F'_1 = P_0 S_1$. Так как поршень находится в равновесии, то $PS_1 = F_{\text{н}} + P_0 S_1$.

На поршень S_2 действует вверх сила натяжения нити $F_{\text{н}}$ и сила атмосферного давления $F'_2 = P_0 S_2$, а вниз – сила давления воды F_2 , причем $F_2 = (P + \rho gL)S_2$, потому что давление на нижний поршень на ρgL больше, чем на верхний.

Так как нижний поршень тоже находится в равновесии, то $F_{\text{н}} + P_0 S_2 = (P + \rho gL)S_2$.

Решая уравнения совместно, найдем $F_{\text{н}}$.

Из первого уравнения $P = \frac{F_{\text{н}} + P_0 S_1}{S_1} = \frac{F_{\text{н}}}{S_1} + P_0$, подставив во второе уравнение, получим:

$$F_{\text{н}} + P_0 S_2 = \left(\frac{F_{\text{н}}}{S_1} + P_0 + \rho gL \right) S_2;$$

$$F_{\text{н}} + P_0 S_2 = \frac{F_{\text{н}}}{S_1} S_2 + P_0 S_2 + \rho gL S_2;$$

$$F_{\text{н}} = \frac{F_{\text{н}}}{S_1} S_2 + \rho gL S_2; F_{\text{н}} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) = \rho gL S_2;$$

$$F_H \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1} \right) = \rho g L S_2; F_H (S_1 - S_2) = \rho g L S_2 S_1.$$

Отсюда следует, что
$$F_H = \frac{\rho g L S_1 S_2}{S_1 - S_2}.$$

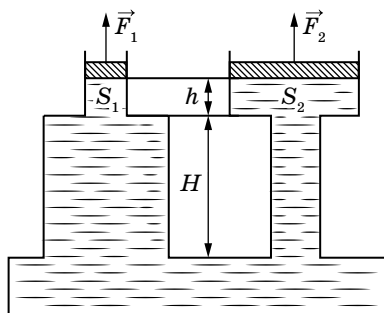
Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$F_H = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-4} - 10 \cdot 10^{-4}} = \frac{20 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-4}} = 2 \text{ Н.}$$

О т в е т: $F_H = 2 \text{ Н.}$

15. Два поршневых насоса сделаны из отрезков труб большого (16 см) и малого (4 см) диаметра (см. рисунок). Насосы подняли воду на одинаковую высоту $H + h$. Какой из поршней надо тянуть с большей силой, чтобы этот поршень оставался в равновесии? Весом поршней пренебречь.

Д а н о:	СИ
$d = 4 \text{ см}$	0,04 м
$D = 16 \text{ см}$	0,16 м
$H = 2 \text{ м}$	
$h = 0,5 \text{ м}$	
$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	
$F_1 - ?$	
$F_2 - ?$	



Р е ш е н и е:

Давление воды непосредственно под поршнем каждого насоса меньше атмосферного на величину, равную: $P = \rho g(H + h)$.

Поэтому, чтобы удержать поршень, нужно тянуть его вверх с силой, равной: $F = PS$, где S – площадь поршня, т. е. $F_1 = PS_1$; $F_2 = PS_2$.

$$F_1 = \rho g(H + h)S_1; F_2 = \rho g(H + h)S_2.$$

$$S_1 = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}; S_2 = \pi R^2 = \pi \frac{D^2}{4}.$$

$$F_1 = \rho g(H + h)\pi \frac{d^2}{4}; F_2 = \rho g(H + h)\pi \frac{D^2}{4}.$$

Подставив в формулу числовые данные, получим:

$$F_1 = 1000 \cdot 10 \cdot (2 + 0,5) \cdot 3,14 \cdot \frac{0,04^2}{4} =$$

$$= 10\,000 \cdot 2,5 \cdot 3,14 \cdot 0,0004 = 25\,000 \cdot 3,14 \cdot 0,0004 =$$

$$= 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ Н.}$$

$$F_2 = 1000 \cdot 10 \cdot (2 + 0,5) \cdot 3,14 \cdot \frac{0,16^2}{4} =$$

$$= 10\,000 \cdot 2,5 \cdot 3,14 \cdot 0,0064 = 25\,000 \cdot 3,14 \cdot 0,0064 =$$

$$= 3,14 \cdot 160 = 502,4 \text{ Н.}$$

Значит, F_2 больше, чем F_1 , т. е. второй поршень надо тянуть с большей силой.

О т в е т: $F_2 > F_1$.

Задачи для самостоятельного решения

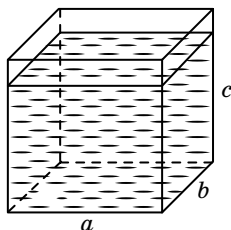
1.1. В полный куб с ребром 10 см налили доверху глицерин. Определить силу давления на одну из боковых граней куба.

1.2. Во сколько раз давление воды на дно кофейника больше, чем на дно чайника, если высота столба воды в кофейнике 30 см, а в чайнике – 12 см?

1.3. Определить высоту уровня воды в водонапорной башне, если манометр, установленный у ее основания, показывает давление 220 кПа.

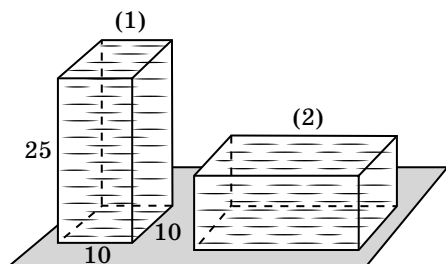
1.4. Высота столба воды в стакане 8 см. На сколько давление ртути на дно стакана было бы больше, если бы ртуть налили в стакан до того же уровня?

1.5. Длина аквариума 40 см, ширина – 20 см, высота – 30 см (см. рисунок). С какой силой вода давит на дно аквариума? Вода ниже верхнего края аквариума на 2 см.



1.6. Сосуд цилиндрической формы доверху наполнен глицерином. Давление глицерина на боковую стенку сосуда равно 3150 Па. Какова плотность глицерина? Высота сосуда равна 50 см.

1.7. Сосуд в виде прямоугольного параллелепипеда наполнен доверху водой и закрыт (см. рисунок). Объем его $10 \cdot 10 \cdot 25 \text{ см}^3$. На сколько изменится давление воды на дно, если сосуд из положения (1) поставить в положение (2)?



1.8. Вода налита в сосуд до высоты 20 см. Когда долили воды, ее уровень поднялся до 28 см. На какую величину увеличилось при этом давление воды на дно сосуда? Во сколько раз увеличилась сила давления воды на дно?

1.9. В сосуд кубической формы налили до половины воду. Ребро куба равно 50 см. Когда в сосуд опустили тело объемом $0,02 \text{ м}^3$, то уровень воды повысился. Каким стало давление воды на дно сосуда?

1.10. В сосуд с основанием в виде прямоугольника со сторонами $a = 30 \text{ см}$ и $b = 10 \text{ см}$ наливают жидкость. До какой высоты надо налить ее, чтобы силы давления на дно и стенки сосуда были равны между собой?

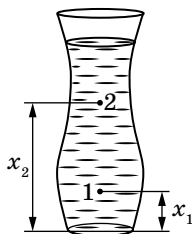
1.11. До какой высоты нужно налить жидкость в цилиндрический сосуд радиусом 10 см, чтобы сила, с которой жидкость давит на боковую поверхность сосуда, была равна силе давления на дно?

1.12. В сосуде находится 5 кг бензина. Во сколько раз изменится давление бензина на дно сосуда, если 3 кг бензина испарится?

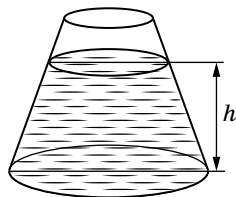
1.13. В цилиндрическое ведро диаметром 20 см налили 10 л воды. Каково давление воды на стенку ведра на высоте 10 см от дна?

1.14. Сосуд имеет массу 15 кг. Когда в него доверху долили воды, масса стала 40 кг, а когда в этот же сосуд налили доверху неизвестный раствор, то масса стала равной 45 кг. Определить давление неизвестного раствора на дно сосуда, если высота сосуда равна 0,5 м.

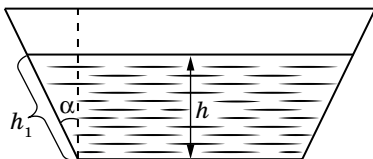
1.15. В цветочную вазу налита вода. Давление воды в точке (1) больше, чем в точке (2), в 1,6 раза. Точка (1) отстоит от дна вазы на 4 см, а точка (2) – на 10 см (см. рисунок). Какова высота воды в вазе?



1.16. В сосуд, площадь поперечного сечения которого уменьшается в направлении от дна к верхней части, налита жидкость массой 1,6 кг (см. рисунок). Объем жидкости равен 2 л. Высота жидкости в сосуде равна 20 см. Найти давление жидкости на дно сосуда.



1.17. Какую силу давления испытывает стенка аквариума длиной 40 см, если угол ее наклона 60° , а высота воды в аквариуме 20 см (см. рисунок)? Атмосферное давление 10^5 Па.



Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru