

Предисловие

Инновационный характер современного высшего образования накладывает особые требования, как к содержательному наполнению отдельных учебных дисциплин, так и к качеству организации учебного процесса.

Образование в России ориентировано на среднего студента, что не в полной мере отвечает запросам современного этапа развития общества. Процесс подготовки высококвалифицированных специалистов предъявляет высокие требования к уровню квалификации педагогического персонала, но и требует внесение в учебный процесс элементов, мотивирующих студентов к углубленному изучению материалов учебных курсов. Одним из наиболее действенных элементов, несомненно, являются предметные олимпиады. Заложенные в них принципы эмоциональности и состязательности позволяют выявить наиболее одаренных студентов, не только обладающих базовыми знаниями по предмету и умениями решать стандартные задания из учебных курсов, но и навыком использовать эти знания и умения в процессе решения нестандартных вопросов, которые моделируют ситуации, возникающие в реальной жизни.

В этих условиях экономическая теория, как базовое звено современного экономического образования, занимает особое место. Понимание ее основ позволяет не только осознать сущность экономических процессов, протекающих в окружающей нас действительности, но и служат фундаментом для усвоения материала специальных предметов изучаемых студентами на старших курсах. Реализация основных ее принципов (системность, комплексность, межпредметность) позволяет:

а) сформировать навыки понимания целостности экономической системы;

б) понять закономерности процесса развития экономических систем;

с) разобраться в сложной структуре производственных отношений и их взаимосвязи.

Широкое использование в экономической теории современного математического аппарата, математических моделей и методов исследования, формирует у студента навыки сбора, обработки и анализа информации. Это позволяет формировать у студентов правильное понимание причинно-следственных связей и вероятностного характера общественного развития. Широко используя достижения других наук (психологии, истории, географии, математики, обществознания), экономика не только способствует расширению кругозора студентов, но и стимулирует выстраивание гармоничной системы межпредметных связей.

Целью написания данного пособия является обобщение и систематизация опыта проведения и решения олимпиадных задач по экономической теории различного уровня, а также помощь всем заинтересованным лицам в процессе подготовки к проведению и участию в олимпиаде и глубоком изучении экономической теории.

Пособие содержит в своей структуре семь разделов с подробным методическим объяснением материалов курса экономической теории, обобщающих задания на определенную тему или группу тем из стандартного курса экономической теории. Все задачи приведены с подробным авторским

решением. При этом, в похожих задачах часто использованы различные методы их решения, что способствует развитию у читателей вариативности мышления.

В учебном пособии, наряду с авторскими заданиями, использованы материалы студенческих олимпиад по экономической теории, проводимой в ННГУ им. Н. И. Лобачевского с 2012 по 2020 г., а также отдельные задания Всероссийской олимпиады школьников по экономике.

Пособие может быть использовано преподавателями и студентами вузов для углубленного изучения курса экономической теории, а также, несомненно, будет полезно школьным учителям и школьникам при подготовке к олимпиадам по экономике разного уровня.

Тема 1

Введение в экономическую теорию.

Граница производственных возможностей и альтернативная стоимость. Принципы абсолютных и сравнительных преимуществ

Методические указания

Экономика есть наука о выборах совершаемых людьми в условиях ограниченного запаса ресурсов. Целью всего многообразия выборов, с которыми сталкиваются экономические агенты, является поиск наиболее эффективного варианта использования ограниченного запаса ресурсов.

Эффективным по Парето называется такой способ аллокации ресурсов при заданном уровне знаний и уровне развития производственных технологий, в котором невозможно произвести большее количество одного товара (товара X) не сократив при этом объем производства другого товара (блага Y).

Характерные черты выборов, с которыми сталкивается экономический агент достаточно просто проиллюстрировать с помощью границы производственных возможностей.

Граница (кривая) производственных возможностей (КПВ), это геометрическое место точек, соответствующих множеству таких наборов благ X и Y, производя которые, экономический агент (индивид, фирма или страна) полностью и с наибольшей эффективностью использует доступные ему ограниченные запасы ресурсов при заданном уровне знаний и уровне развития производственных технологий.

В неявном виде уравнение границы производственных возможностей имеет вид

$$tc(x, y) = \text{const.}$$

Или, достаточно часто, его можно записать в виде уравнения

$$ac_x(x) \cdot x + ac_y(y) \cdot y = tc,$$

где x и y количества товаров X и Y, соответственно;

$ac_x(x)$, $ac_y(y)$ (средние затраты фактора производства) — затраты ресурса, необходимые для производства одной единицы товара X и Y, соответственно, которые, чаще всего, сами являются возрастающими, в силу действия закона убывающей отдачи переменного фактора, функциями от объема выпуска каждого из этих товаров и определяются технологией его производства;

tc — запас ресурса, доступный экономическому агенту.

В явном виде это функция зависимости максимального объема производства товара Y от объема производства товара X

$$y = f(x)|_{tc(x,y)=\text{const.}}$$

Ключевым понятием при принятии любого решения в экономической теории является *альтернативная стоимость* (*opportunity cost*).

Альтернативная стоимость (ОС) — это стоимость товара или услуги измеряемая с точки зрения потерянной возможности заниматься наилучшим из доступных, альтернативным видом деятельности, требующим тех же самых затрат факторов производства (денег, времени).

В случае рассмотрения границы производственных возможностей ее принято называть *предельной нормой технологической трансформации* одного товара в другой и обозначать $MRTT_{Y \rightarrow X}$ (*marginal rate technology transformation*).

Предельная норма технологической трансформации блага Y в благо X ($MRTT_{Y \rightarrow X}$) — это экономическая величина, показывающая, каким количеством товара Y необходимо пожертвовать при увеличении объема производства товара X на одну единицу при заданном уровне развития производственных технологий и полном и наиболее эффективном использовании ограниченного запаса ресурсов.

Ее среднее значение на дуге BC определяется формулой

$$OC_x(x, x + \Delta x) \equiv MRTT_{Y \rightarrow X}(x, x + \Delta x) = - \left. \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|_{tc(x,y)=const} = \operatorname{tg} \alpha.$$

и соответствует тангенсу угла наклона хорды соединяющей соответствующие точки границы производственных возможностей (угол α на *рис. 1.1*).

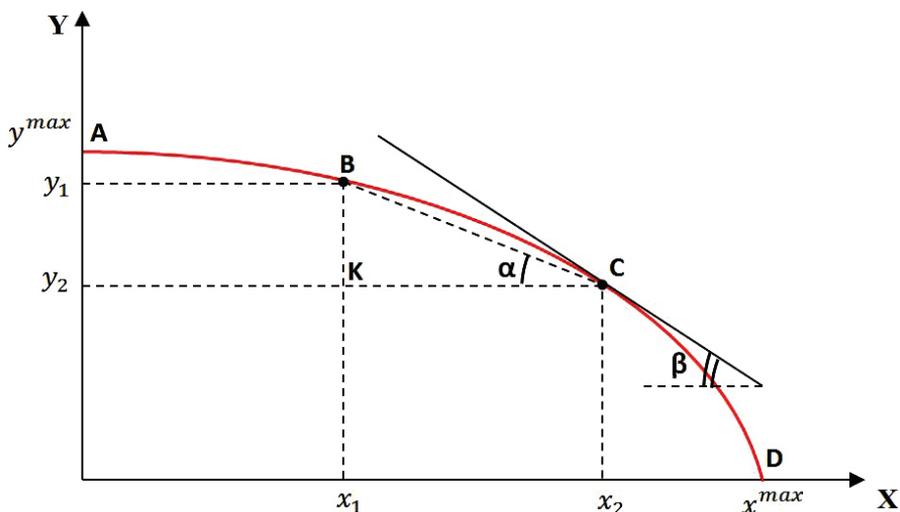


Рис. 1.1. Граница производственных возможностей и предельная норма технологической трансформации (на участке BC равна тангенсу угла наклона соответствующей хорды, в точке C — тангенсу угла наклона касательной)

Значение предельной нормы технологической трансформации (альтернативной стоимости) в точке определяется формулой

$$OC_x(x) \equiv MRTT_{Y \rightarrow X}^C(x) = \left. \frac{ac_x}{ac_y} \right|_{tc(x,y)=const} = \operatorname{tg} \beta.$$

и соответствует тангенсу угла наклона касательной проведенной к границе производственных возможностей (угол β на *рис. 1.1*).

Если граница производственных возможностей описывается непрерывной, гладкой функцией $y = f(x)$, то значение предельной нормы технологической трансформации товара Y в товар X в каждой точке границы производственных возможностей определяется формулой

$$OC_x(x) \equiv MRTT_{Y \rightarrow X}^C(x) = \frac{\partial y}{\partial x} = \operatorname{tg} \beta.$$

Парето-эффективной называется ситуация, находясь в которой экономический агент при заданном запасе ресурсов и уровне развития производственных технологий сможет увеличить объем производства одного из благ в том и только в том случае, если объем производства другого блага уменьшится.

При движении вдоль типичной границы производственных возможностей значение альтернативной выпуска каждой следующей единицы товара увеличивается, т. к. экономическому агенту приходится использовать все менее производительные (в терминах альтернативной стоимости) ресурсы из доступных ему ограниченных запасов.

Экономическая эффективность использования ресурсов обеспечивается применением, так называемого, принципа сравнительных преимуществ. Принцип сравнительных преимуществ гласит о том, что *любой экономический агент должен специализироваться на производстве того товара или выполнении той операции альтернативная стоимость которой для него меньше чем у другого экономического агента, участвующего в процессе совместного производства или товарообмена*. Применение этого принципа позволяет достигнуть Парето-эффективного варианта использования ограниченного запаса ресурсов двумя и более экономическими агентами.

Главной целью фирмы является максимизация ее прибыли. В данном случае она сводится к максимизации выручки. Условие максимизации выручки двухпродуктовой фирмы гласит о том, что *«при заданном уровне развития производственных технологий и ограниченном запасе ресурсов выручка фирмы достигает максимального значения в той точке границы производственных возможностей, в которой значение предельной нормы технологической трансформации равно отношению рыночных цен производимых товаров»*. Оно может быть записано в виде уравнения

$$MRTT_{Y \rightarrow X}(x^{opt}, y^{opt}) \cdot P_y = P_x.$$

На *рис. 1.2* данный вариант производственной программы соответствует точке, в которой одна из кривых постоянной выручки касается заданной границы производственных возможностей (точка С).

Кривая постоянной выручки это множество таких наборов благ, производя и реализуя которые фирма получает одинаковую выручку. Ее уравнение в неявной форме имеет вид

$$TR(x, y) = \operatorname{const}.$$

Если цены товаров не зависят от объема их продаж, то оно может быть переписано в виде

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = \operatorname{const}.$$

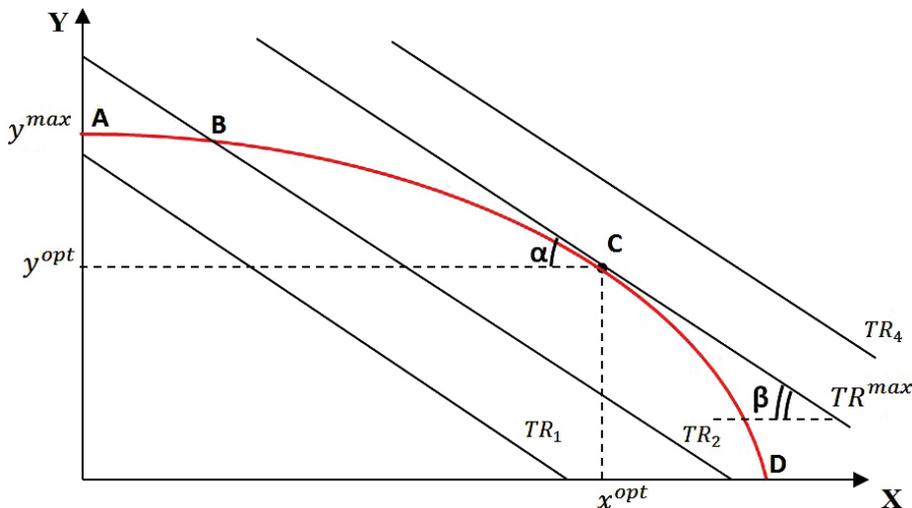


Рис. 1.2. В точке касания границы производственных возможностей и одной из линий постоянной выручки (точка С) предельная норма технологической трансформации равна отношению цен благ и выручка фирмы достигает максимального значения

Задача 1.1

Границы производственных возможностей четырех стран, производящих товары X и Y задаются уравнениями:

$$x_1 + y_1 = 190,$$

$$2 \cdot x_2 + y_2 = 80,$$

$$3 \cdot x_3 + y_3 = 90,$$

$$4 \cdot x_4 + y_4 = 140.$$

Товары в каждой стране потребляются строго в комплектах, состоящих из K единиц товара Y и одной единицы товара X. В начальной ситуации страны свободно торгуют товарами. Причем две страны производят только товар X, а две — только Y. Известно, что одна из стран экспортирует 100 единиц товара Y.

а) Найти значение K , т. е. какое количество товара Y отдается за единицу товара X. Какую из стран обозначили буквой N ? Определить, какое количество комплектов потребляется в каждой стране?

б) В стране N к власти пришел новый президент, основа экономической программы которого — поддержка отечественного производителя и импортозамещение. Он запретил импорт товара X, и страна перестала участвовать в мировой торговле. Определить на сколько единиц изменится потребление комплектов в этой стране.

с) Определите, на сколько единиц изменится суммарное потребление комплектов в остальных странах в результате выхода из торговых отношений страны N . (Считать, что между оставшимися странами, после выхода из торговых отношений страны N , установилось новое Парето-равновесие.)

Решение:

а) Из уравнений границ производственных возможностей каждой страны найдем максимальные объемы производства товаров и построим границы производственных возможностей каждой страны. Далее, найдем альтернативные стоимости производства единицы товара Y , используя формулу $OC_X = \frac{y^{max}}{x^{max}}$. Результаты вычислений приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Максимальные объемы выпуска товаров X и Y и значения альтернативной стоимости единицы товара X для стран

Страна	x_i^{max} , шт.	y_i^{max} , шт.	OC_x^i , шт. тов. Y
1	190	190	1
2	40	80	2
3	30	90	3
4	35	140	4

Сравнивая альтернативные стоимости (используя принцип сравнительных преимуществ) приходим к выводу, что на производстве товара X специализируются страны 1 и 2, а на производстве товара Y — страны 3 и 4.

Из таблицы, видно, что товар Y в количестве 100 единиц может поставить на внешний рынок только страна 4 ($N = 4$).

Для построения общей границы производственных возможностей всех стран рассмотрим пять возможных Парето-эффективных вариантов, учитывая принцип сравнительных преимуществ, при определении специализации страны на выпуске того или иного товара:

Вариант А. Пусть все страны производят только товар Y , тогда

$$y = 190 + 80 + 90 + 140 = 500, \quad x = 0.$$

Вариант В. Пусть страны 2, 3 и 4 производят только товар Y , а страна 1 — товар X , т. к. $OC_x^{стр.1} < OC_x^{стр.2} \ll OC_x^{стр.3} < OC_x^{стр.4}$, тогда

$$y = 80 + 90 + 140 = 310, \quad x = 190.$$

Вариант С. Пусть страны 3 и 4 производят только товар Y , а страны 1 и 2 — товар X , тогда

$$y = 90 + 140 = 230, \quad x = 190 + 40 = 230.$$

Вариант D. Пусть страна 4 производит только товар Y , а страны 1, 2, 3 — товар X , тогда

$$y = 140, \quad x = 190 + 40 + 30 = 260.$$

Вариант F. Пусть все страны производят только товар X , тогда

$$y = 0, \quad x = 190 + 40 + 30 + 35 = 295.$$

Результаты приведенных выше рассуждений занесем в таблицу и построим график (рис. 1.3).

Из этой таблицы видно, что оптимальным для формирования потребительских комплектов, с учетом условия задачи о специализации стран,

будет вариант С (230 ед. $X \div 230$ ед. Y). Таким образом пропорции потребления товаров в странах равны 1 ед. $X \div 1$ ед. Y , таким образом $K = 1$.

Таблица 1.2

Совместная шкала
производственных возможностей четырех стран

	A	B	C	D	F
y	500	310	230	140	0
x	0	190	230	260	295

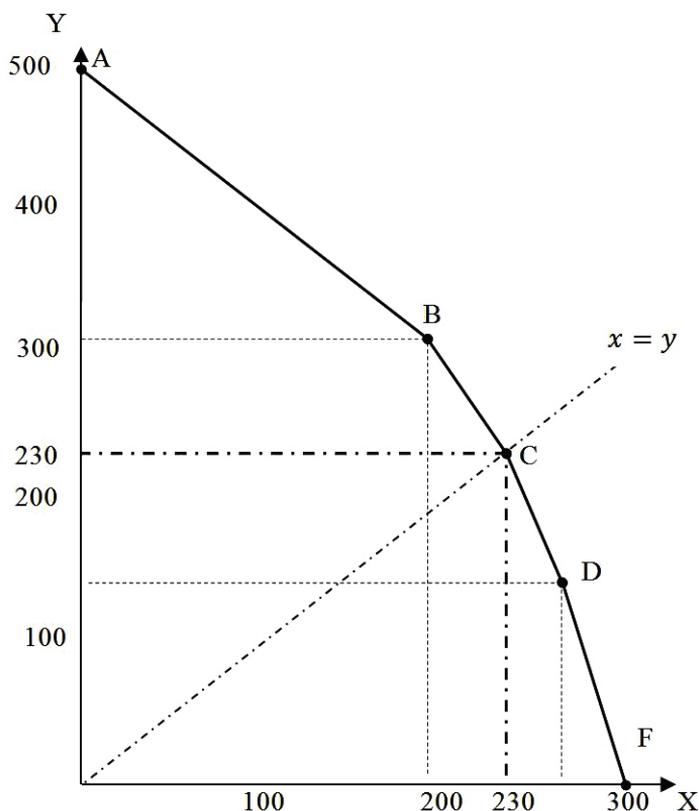


Рис. 1.3. Совместная граница
производственных возможностей четырех стран

Для нахождения пропорций обмена товаров на мировом рынке рассмотрим ситуацию, сложившуюся в стране 4 и найдем количество потребляемых комплектов в этой стране.

Страна 4 поставив на внешний рынок $y_4^{\text{эксп.}} = 100$ ед. товара Y , сможет произвести для внутренних нужд еще $y_4^{\text{вн.}} = 140 - 100 = 40$ ед. товара Y . И ей для формирования полных комплектов с учетом того, что пропорции потребления в оптимальном случае равны 1 ед. $X \div 1$ ед. Y , придется импортировать $x_4^{\text{имп.}} = 40$ ед. товара X . Количество потребительских наборов $Q_4 = 40$ шт.

Таким образом, можем найти пропорции обмена товаров на внешнем рынке $\delta = \frac{100}{40} = 2,5$ единицы товара Y за каждую экспортируемую единицу товара X .

Можно подробно рассмотреть производственные программы и количество потребляемых комплектов в остальных странах.

Страна 3 может произвести $y_3^{max} = 90$ ед. товара Y. Для комплектования потребительской корзины часть товара Y она должна экспортировать, т. е. $y_3^{max} = y_3^{вн.} + y_3^{эксп.}$. Причем:

$$\begin{aligned} \text{из пропорций потребления } y_3^{вн.} &= x_3^{имп.}, \\ \text{а из пропорций обмена } y_3^{эксп.} &= 2,5 \cdot x_3^{имп.}. \end{aligned}$$

После подстановки получаем уравнение $90 = x_3^{имп.} + 2,5 \cdot x_3^{имп.}$. Решая его, получаем объем импорта страны 3 $x_3^{имп.} = \frac{90}{3,5} = \frac{180}{7} = 25,71$ ед. товара X. Следовательно, $y_3^{вн.} = x_3^{имп.} = \frac{180}{7}$ ед. товара Y и количество потребительских наборов $Q_3 = \frac{180}{7} = 25,71$ шт.

$$\text{Объем экспорта } y_3^{эксп.} = \frac{90}{3,5} \cdot 2,5 = \frac{450}{7} \text{ ед. товара Y.}$$

Страна 2 может произвести $x_2^{max} = 40$ ед. товара X. Для комплектования потребительской корзины часть товара X она должна экспортировать, т. е. $x_2^{max} = x_2^{вн.} + x_2^{эксп.}$. Причем:

$$\begin{aligned} \text{из пропорций потребления } x_2^{вн.} &= y_2^{имп.}, \\ \text{а из пропорций обмена } x_2^{эксп.} &= \frac{y_2^{имп.}}{2,5}. \end{aligned}$$

После подстановки получаем уравнение $40 = y_2^{имп.} + \frac{y_2^{имп.}}{2,5}$. Решая его, получаем объем импорта страны 2 $y_2^{имп.} = \frac{2,5}{3,5} \cdot 40 = \frac{200}{7} = 28,57$ ед. товара Y. Следовательно, $x_2^{вн.} = y_2^{имп.} = \frac{200}{7} = 28,57$ ед. товара X и количество потребительских наборов $Q_2 = \frac{200}{7} = 28,57$ шт.

$$\text{Объем экспорта } x_2^{эксп.} = \frac{2,5}{3,5} \cdot 40 \cdot \frac{1}{2,5} = \frac{80}{7} \text{ ед. товара X.}$$

Страна 1 может произвести $x_1^{max} = 190$ ед. товара X. Для комплектования потребительской корзины часть товара X она должна экспортировать, т. е. $x_1^{max} = x_1^{вн.} + x_1^{эксп.}$. Причем:

$$\begin{aligned} \text{из пропорций потребления } x_1^{вн.} &= y_1^{имп.}, \\ \text{а из пропорций обмена } x_1^{эксп.} &= \frac{y_1^{имп.}}{2,5}. \end{aligned}$$

После подстановки получаем уравнение $190 = y_1^{имп.} + \frac{y_1^{имп.}}{2,5}$. Решая его, получаем объем импорта страны 1 $y_1^{имп.} = \frac{2,5}{3,5} \cdot 190 = \frac{950}{7} = 135,71$ ед. товара Y. Следовательно, $x_1^{вн.} = y_1^{имп.} = \frac{950}{7} = 135,71$ ед. товара X и количество потребительских наборов $Q_1 = \frac{950}{7} = 135,71$ шт.

$$\text{Объем экспорта } x_1^{эксп.} = \frac{2,5}{3,5} \cdot 190 \cdot \frac{1}{2,5} = \frac{380}{7} \text{ ед. товара X.}$$

б) После выхода страны 4 из международных торговых отношений она самостоятельно сможет произвести количество комплектов, определяемое следующими условиями:

$4 \cdot x_4 + y_4 = 140$ — уравнение границы производственных возможностей этой страны и

$x_4 = y_4$ — пропорции потребления, найденные выше.

После подстановки, получаем уравнение $5 \cdot x_4 = 140$. Решая его, находим количество товаров $x_4 = y_4 = \frac{140}{5} = 28$ шт.

Количество полных комплектов, потребляемых в стране 4 после ее выхода из внешнеторговых отношений, равно $Q_4 = 28$ шт., а их объем потребления в стране 4 снизился на $\Delta Q_4 = 40 - 28 = 12$ шт.

с) Остальные страны продолжают торговать, и их совместная граница производственных возможностей получается из рассуждений аналогичных приведенным выше.

Вариант А. Пусть все страны производят только товар Y, тогда

$$y = 190 + 80 + 90 = 360, \quad x = 0.$$

Вариант В. Пусть страны 2 и 3 производят только товар Y, а страна 1 — товар X, т. к. $OC_x^{\text{стр.1}} < OC_x^{\text{стр.2}} < OC_x^{\text{стр.3}}$, тогда

$$y = 80 + 90 = 170, \quad x = 190.$$

Вариант С. Пусть страна 3 производит только товар Y, а страны 1 и 2 — товар X, тогда

$$y = 90, \quad x = 190 + 40 = 230.$$

Вариант D. Пусть все страны производят только товар X, тогда

$$y = 0, \quad x = 190 + 40 + 30 = 260.$$

Результаты приведенных выше рассуждений занесем в таблицу и построим график (рис. 1.4).

Таблица 1.3

**Шкала производственных возможностей трех стран
после выхода из торговых отношений страны 4**

	A	B	C	D
y	360	170	90	0
x	0	190	230	260

Вариант соответствующий оптимальным объемам потребления ($x = y$) находится на участке АВ границы производственных возможностей трех стран, т. к. в точке А соотношение объемов производства товаров больше единицы ($\frac{y}{x} > 1$), а в точке В оно меньше единицы ($\frac{y}{x} < 1$). Далее приводится формальное решение (задачу можно было решать, используя подробные рассуждения, аналогичные приведенным выше).

Найдем уравнение границы производственных возможностей на участке АВ, используя тот факт, что на каждом участке оно линейно, т. е. имеет вид

$$y = k \cdot x + b. \quad (*)$$

Подставляя из таблицы координаты точек А и В, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 170 = k \cdot 190 + b; \\ 360 = k \cdot 0 + b. \end{cases}$$

Решая ее, получаем значения коэффициентов в уравнении (*)

$$k = -1, b = 360.$$

Уравнение КПВ на этом участке имеет вид

$$y = -x + 360, 0 \leq x \leq 190.$$

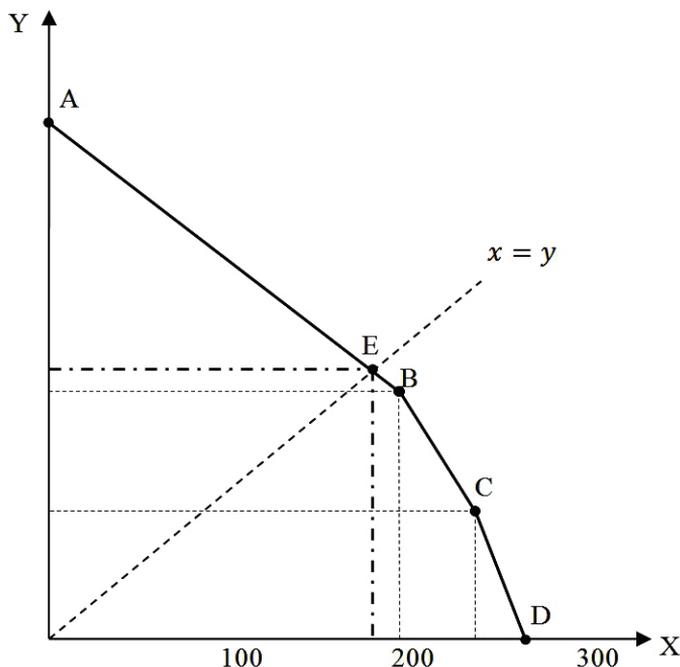


Рис. 1.4. Граница производственных возможностей трех стран, после выхода из торговых отношений страны 4

Пропорции потребления, как и прежде, определяют равенство $y = x$, используя которое получаем уравнение $2 \cdot x = 360$. Решая его, найдем количество комплектов, потребляемых в трех странах $Q = x = y = \frac{360}{2} = 180$ шт.

Это решение принадлежит интервалу $0 \leq x \leq 190$, т. е. участку AB, что подтверждает правильность полученного решения, поэтому остальные участки КПВ рассматривать необязательно.

Окончательно находим изменение объемов потребления комплектов в странах 1, 2 и 3.

$$\Delta Q_{1;2;3} = 180 - 190 = -10 \text{ (шт.)}.$$

Ответ:

а) $N = 4$ страна, $K = 1$, $\delta = 2,5$,

$$Q_1 = \frac{950}{7} \text{ шт.}, Q_2 = \frac{200}{7} \text{ шт.}, Q_3 = \frac{180}{7} \text{ шт.}, Q_4 = 40 \text{ шт.};$$

б) $\Delta Q_4 = -12$ шт.;

с) $\Delta Q_{1;2;3} = -10$ шт.

Задача 1.2

Фермер владеет двумя полями, на которых можно выращивать две культуры — Икс (X) и Игрек (Y).

Информация об урожайности (тонн с гектара) и площади полей приведена в таблице.

Поле	Площадь, га	Урожайность X	Урожайность Y
Первое	10	1	2
Второе	20	2	1

Под урожайностью понимается количество соответствующего продукта (в тоннах), которое можно будет получить с одного гектара посевов в конце сезона, длящегося $T = 100$ дней.

Фермер может разделить каждое поле между двумя культурами в любой пропорции.

а) Постройте кривую производственных возможностей фермера в координатных осях ($X; Y$) и найдите ее уравнение.

б) Фермер задумывается о покупке нового комбайна, использование которого позволит увеличить урожайность культуры Y . Если комбайн работает на некотором поле t дней, урожайность культуры Y на этом поле увеличится на величину $\delta_Y = 0,02 \cdot t$ тонн с гектара. Комбайн не может работать на двух полях одновременно. Если фермер купит его, то он сможет распределять время работы комбайна между полями в любой пропорции (время работы на одном из полей t не обязательно целое число). Какова будет КПВ фермера, если он приобретет комбайн? Найти ее уравнение.

Решение:

а) Умножая урожайность на площадь соответствующего поля, найдем максимальные количества соответствующих культур, определяющие производственные возможности каждого поля. Для этого перемножим площадь соответствующего поля на урожайности культур. Также найдем альтернативную стоимость производства единицы культуры X для каждого поля по формуле $OC_X = \frac{Y^{max}}{X^{max}}$.

Результаты стандартных вычислений приведены в *табл. 1.4*.

Таблица 1.4

Максимальные объемы производства культур X и Y, а также значения альтернативной стоимости единицы культуры X на первом и втором поле

Поле	X^{max}	Y^{max}	OC_X
Первое	10	20	2
Второе	40	20	0,5

Для построения границы производственных возможностей фермерского хозяйства рассмотрим возможные варианты использования полей.

Вариант А. Пусть фермер засекает только культуру Y , тогда получаем

$$y = 20 + 20 = 40, \quad x = 0.$$

Вариант В. Первое поле засекается культурой Y , второе — X . Этот вариант Парето-эффективен, т. к. $OC_X^1 > OC_X^2$. Получаем

$$y = 20, \quad x = 40.$$

Вариант С. Пусть фермер засекает только культуру X , тогда получаем

$$y = 0, \quad x = 40 + 10 = 50.$$

Результаты рассуждений занесем в таблицу и построим график (рис. 1.5).

Таблица 1.5

**Шкала производственных возможностей
фермера до покупки комбайна**

Вариант	A	B	C
Y	40	20	0
X	0	40	50

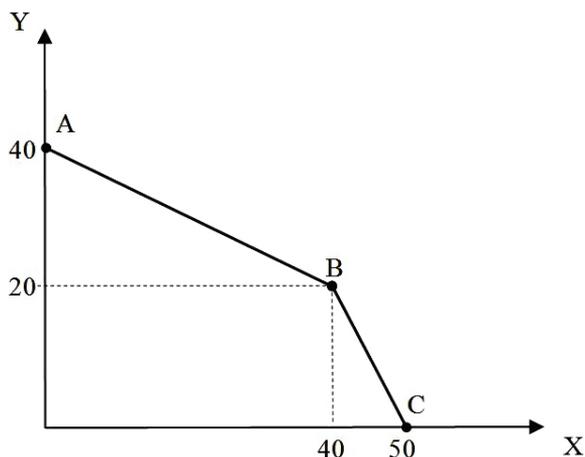


Рис. 1.5. Граница производственных возможностей фермера до покупки комбайна

Найдем уравнение границы производственных возможностей, рассматривая отдельные участки, которые описываются уравнением вида

$$y = k \cdot x + b.$$

Рассмотрим первый из участков найденной границы производственных возможностей.

$$\text{Участок } A \rightarrow B: \begin{cases} 40 = k \cdot 0 + b; \\ 20 = k \cdot 40 + b. \end{cases}$$

Решая систему, находим ее корни

$$k = -0,5; b = 40.$$

Таким образом, получаем уравнение

$$y = -0,5 \cdot x + 40.$$

Аналогично, получаем уравнение на следующем участке ГПВ.

$$\text{Участок } B \rightarrow C: \begin{cases} 20 = k \cdot 40 + b; \\ 0 = k \cdot 50 + b. \end{cases}$$

$$k = -2; b = 100.$$

$$y = -2 \cdot x + 100.$$

Окончательно записываем искомое уравнение ГПВ фермера до приобретения им комбайна

$$y = \begin{cases} -0,5 \cdot x + 40, & 0 \leq x \leq 40; \\ -2 \cdot x + 100, & 40 \leq x \leq 50. \end{cases}$$

б) После покупки комбайна он часть времени t_1 может работать на первом поле, а остальное время $t_2 = 100 - t_1$ — на втором поле.

Тогда зависимость урожайности культуры Y на первом поле от времени работы на нем комбайна описывается выражением

$$y_1 = 2 + 0,02 \cdot t_1,$$

а на втором поле

$$y_2 = 1 + 0,02 \cdot (100 - t_1),$$

при неизменной урожайности культуры X .

Максимальные объемы производства культуры Y , после учета площади полей, также будут определяться уравнениями:

на первом поле

$$Y_1^{max} = 20 + 0,2 \cdot t_1,$$

на втором поле

$$Y_2^{max} = 20 + 0,4 \cdot (100 - t_1).$$

Занесем результаты рассуждений в таблицу, раскрыв скобку во втором уравнении, и запишем выражения для альтернативной стоимости единицы культуры X .

Таблица 1.6

Максимальные объемы производства культур X и Y , а также значения альтернативной стоимости единицы культуры X на первом и втором поле как функции от времени работы комбайна на первом поле

Поле	X^{max}	Y^{max}	OC_X
Первое	10	$20 + 0,2 \cdot t_1$	$2 + 0,02 \cdot t_1$
Второе	40	$60 - 0,4 \cdot t_1$	$1,5 - 0,01 \cdot t_1$

Как видно из выражений для альтернативной стоимости, приведенных в таблице, культура X , выращенная на втором поле, всегда обладает сравнительным преимуществом перед культурой X , выращенной на первом поле (при любом значении t_1 справедливо неравенство $OC_X^I > OC_X^{II}$).

Рассмотрим в общем виде различные варианты производственной программы фермера.

Вариант А. Пусть фермер засеивает только культуру Y , тогда получаем

$$y^{max}(t_1) = 20 + 0,2 \cdot t_1 + 60 - 0,4 \cdot t_1 = 80 - 0,2 \cdot t_1, \quad x = 0.$$

Очевидно, что при $t_1 = 0$ выпуск культуры Y будет больше, чем при $t_1 = 100$ ($y^{max}(0) > y^{max}(100)$). Комбайн должен работать на втором поле.

Вариант В. Первое поле засеивается культурой Y , второе — культурой X . Этот вариант Парето-эффективен, т. к. $OC_X^I > OC_X^2$ при любом значении t_1 . Получаем

$$y = 20 + 0,2 \cdot t_1, \quad x = 40.$$

Очевидно, что теперь при $t_1 = 100$ выпуск культуры Y будет больше, чем при $t_1 = 0$ ($y(100) > y(0)$). Комбайн должен работать на первом поле.

Вариант С. Пусть фермер засеивает только культуру X , тогда получаем

$$y = 0, \quad x^{max} = 40 + 10 = 50.$$

Результаты рассуждений занесем в таблицу.

Таблица 1.7

**Шкала производственных возможностей,
как функция времени работы комбайна на первом поле**

Вариант	a_i	b_i	c
X	0	40	50
Y	$80 - 0,2 \cdot t_1$	$20 + 0,2 \cdot t_1$	0

Несмотря на сделанные в ходе рассуждений выводы, подробно рассмотрим два крайних случая и построим для них границы производственных возможностей, используя данные *табл. 1.7*:

- 1) комбайн все время работает на первом поле $t_1 = 100$ дней;
- 2) комбайн все время работает на втором поле $t_1 = 0$ дней.

Таблица 1.8

Шкалы производственных возможностей фермера

1. При $t_1 = 100$ дн. — комбайн работает только на первом поле			
Вариант	a_1	b_1	c_1
X	0	40	50
Y	60	40	0
2. При $t_1 = 0$ дн. — комбайн работает только на втором поле			
Вариант	a_2	b_2	c_2
X	0	40	50
Y	80	20	0

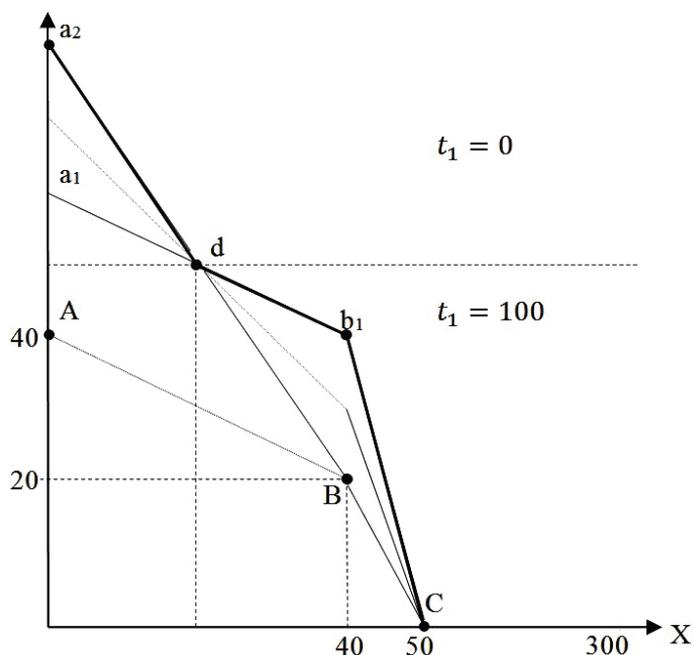


Рис. 1.6. Граница производственных возможностей фермера после покупки комбайна

Построим оба графика границ производственных возможностей фермера на одном рисунке (рис. 1.6). Ломанная a_1b_1C соответствует ситуации, когда комбайн работает только на первом поле, линия a_2BC — только на втором поле. (Точки на полученных графиках частично совпадают с точками исходной границы производственных возможностей.)

Не трудно убедиться, что любое распределение времени работы комбайна между полями приведет к вращению участка ab границы производственных возможностей относительно точки d . Причем, при снижении продолжительности работы комбайна на первом поле со 100 дней до 0 дней, этот участок повернется по часовой стрелке (точка a_1 переместится в точку a_2 , а точка b_1 в точку B).

Из рис. 1.6 видно, что искомая граница производственных возможностей представляет собой ломаную линию a_2db_1C .

На участке a_2d комбайн все время работает на втором поле, но при этом на нем выращивается все большее количество культуры X .

На участках db_1 и b_1C комбайн работает только на первом поле, на котором выращиваются обе культуры.

Далее проведем подробные аналитические расчеты. Прежде всего, найдем уравнения границ производственных возможностей для первого и второго предельных способов использования комбайна.

В первом случае $t_1 = 100$ дней, получаем

$$\text{Участок } a_1 \rightarrow b_1: \begin{cases} 60 = k \cdot 0 + b; \\ 40 = k \cdot 40 + b. \end{cases}$$

$$k = -0,5; b = 60.$$

$$y = -0,5 \cdot x + 60.$$

$$\text{Участок } b_1 \rightarrow C: \begin{cases} 40 = k \cdot 40 + b; \\ 0 = k \cdot 50 + b. \end{cases}$$

$$k = -4; b = 200.$$

$$y = -4 \cdot x + 200.$$

Окончательно записываем искомое уравнение КПВ фермера при использовании им комбайна только на первом поле

$$y = \begin{cases} -0,5 \cdot x + 60, & 0 \leq x \leq 40; \\ -4 \cdot x + 200, & 40 \leq x \leq 50. \end{cases}$$

Во втором случае $t_1 = 0$ дней, получаем

$$\text{Участок } a_2 \rightarrow B: \begin{cases} 80 = k \cdot 0 + b; \\ 20 = k \cdot 40 + b. \end{cases}$$

$$k = -1,5; b = 80.$$

$$y = -1,5 \cdot x + 80.$$

$$\text{Участок } B \rightarrow C: \begin{cases} 20 = k \cdot 40 + b; \\ 0 = k \cdot 50 + b. \end{cases}$$

$$k = -2; b = 100.$$

$$y = -2 \cdot x + 100.$$

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru