

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

АСУ — автоматизированная система управления
АСУДД — автоматизированная система управления дорожным движением
БДД — безопасность дорожного движения
ГИС — географическая информационная система
ГПТ — городской пассажирский транспорт
ДД — дорожное движение
ДТС — дорожно-транспортная ситуация
ДТП — дорожно-транспортное происшествие
ДС — дорожная сеть
ИМ — имитационная модель
ИТС — интеллектуальная транспортная система
КА — клеточные автоматы
МТС — маршрутное транспортное средство
ОП — остановочный пункт
САПР — система автоматизированного проектирования
СВ — случайная величина
ТМ — транспортное моделирование
ТС — транспортное средство
ТП — транспортный поток

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия во многих крупных городах исчерпаны или близки к исчерпанию возможности экстенсивного развития транспортных сетей. Поэтому особую актуальность приобретает правильное планирование структуры ДС и ее параметров, улучшение организации ДД, рационализация системы маршрутов ГПТ и другие оптимизационные процессы.

Современный опыт организации жизненного пространства крупных городов предлагает достаточно большой набор действий для решения транспортных проблем:

- совершенствование технико-эксплуатационных показателей отдельных элементов ДС, систем управления ДД и ГПТ;

- строительство многоярусных паркингов при одновременной ликвидации неорганизованной стоянки ТС на проезжей части;

- сокращение зон тяготения ТП за счет ограничения и/или запрещения строительства объектов производственной, финансово-деловой, торгово-обслуживающей и культурной направленности на территориях со сложившейся застройкой и ограниченными возможностями транспортной инфраструктуры;

- вывод на городскую периферию и/или за пределы города крупных предприятий и организаций;

- создание препятствий для использования ДС в перегруженных транзитными ТП районах города путем введения особых режимов движения (запрет остановки и стоянки, создание пешеходных зон и т. п.);

- введение различного рода ограничений на въезд в центральную часть города (запрет на проезд индивидуальных ТС, ограничение въезда ТС отдельных типов, организация платного въезда и т. п.).

Для эффективной реализации перечисленных действий необходима их предварительная разносторонняя расчетная оценка, для эффективного выполнения которой современным инструментом является транспортное моделирование. Полноценное использование средств ТМ позволяет выбрать варианты, обеспечивающие повышение пропускной способности участка ДС (транспортного узла, магистрали, района и т. п.) и/или БДД.

В пособии приведен перечень мероприятий по совершенствованию дорожных условий (приложение А) и рассмотрено применение программы моделирования дорожного движения Transyt-7FR, позволяющей максимизировать пропускную способность участка ДС (приложение Б).

1. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

1.1. Основные сведения

Интеллектуальные транспортные системы (ИТС) являются местом соприкосновения автомобильной промышленности и индустрии информационных технологий и базируются на двух аспектах: моделировании транспортных систем и регулировании движения транспортных потоков.

Определение интеллектуальных транспортных систем дает представление о главных целях: информативность, безопасность, качественно новый уровень информационного взаимодействия участников ДД.

Объектом управления для ИТС являются транспортные потоки. Теория транспортных потоков как наука получила свое развитие на стыке различных областей знаний: физики, математики, экономики, исследований операционных систем и т. п. К настоящему времени накоплен обширный практический опыт описания транспортных систем и поведения участников движения. Однако общий уровень исследований и их практическое использование всё еще остаются ограниченными по нескольким причинам:

- нестабильность и многообразие форм ТП;
- трудности получения всеобъемлющей и объективной информации о ТП;
- противоречивость критериев качества управления ДД, когда, с одной стороны, необходимо обеспечивать бесперебойность и высокую скорость сообщений, а с другой — сокращать ущерб, наносимый транспортной системой, в том числе путем ограничения скоростей и направлений движения;
- неточность исполнения решений по управлению ДД, что обусловлено большим количеством участников движения с индивидуальными характеристиками и стилем поведения, а также непредсказуемостью дорожных условий из-за внешних (например, погодных) и внутренних факторов.

Следствием трудности математического описания ТП является определенный дисбаланс между результатами научных исследований и математическими расчетами, с одной стороны, и практически наблюдаемыми результатами — с другой. При этом применяются различные подходы к математическому моделированию и большое количество программных продуктов моделирования ТП.

Любая АСУ собирает информацию об объекте управления, анализирует ее и оказывает на этот объект прямое или косвенное управляющее воздействие. Для анализа информации об объекте управления необходимо заложить в систему некое представление об этом объекте.

Традиционно выделяют две группы математических моделей транспортного потока: прогнозные и имитационные.

Если известна топология дорожной сети, ее геометрические характеристики и потокообразующие объекты, то можно с высокой точностью опреде-

лить, какими будут транспортные потоки и загрузка данной сети. В частности, можно определить ряд усредненных характеристик движения: объемы межрайонных перемещений, интенсивность ТП, количество автомобилей и пассажиров на различных участках сети и т. п. Для решения таких задач применяются *прогнозные модели*.

Целью *имитационных моделей* является более детальное рассмотрение транспортного потока, включая его изменение во времени. При этом входными данными являются усредненные характеристики (средняя скорость, средний объем передвижений, распределение по путям и др.).

В п. 1.2 приведена классификация прогнозных и имитационных моделей, рассмотрен основной математический аппарат в их описании и недостатки, основанные на анализе данных литературных источников [1–57].

1.2. Прогнозные модели

Область применения: поддержка решений в области планирования развития города, анализ последствий изменений в организации ДД, выборе альтернативных проектов развития дорожной сети и т. п.

1.2.1. Модели, основанные на расчете матриц межрайонных корреспонденций

Одной из основных математических моделей для оценки межрайонных корреспонденций является *гравитационная модель*. Применительно к транспортной системе в качестве тел выступают пункты, которые создают или поглощают ТП. Основная идея заключается в том, что корреспонденция из одной зоны в другую пропорциональна общему объему отправок-прибытий и некоторой функции, зависящей от дальности поездки между центрами этих зон.

Задача *энтропийной модели* заключается в вероятностном описании поведения пользователей транспортной сети, которые случайным образом распределяются по некоторому набору возможных состояний. Такое распределение приводит к определенному макроскопическому состоянию системы. Состояние, которое реализуется в реальности, есть состояние с наибольшим статистическим весом (его также часто называют наиболее вероятным состоянием).

1.2.2. Статические и динамические модели

Одним из наиболее простых способов распределения корреспонденции по сети является наложение каждой из корреспонденций на единственный оптимальный маршрут, соединяющий два района. Однако этот способ не учитывает двух важных факторов, влияющих на выбор оптимального маршрута:

- 1) выбор, сделанный одними участниками ДД, косвенно влияет на выбор других участников;
- 2) выбор пассажиром ГПТ конкретного маршрута, на который влияет время и стоимость доставки.

Модель относят к классу *статических*, если для ее реализации необходимые параметры берутся за определенный промежуток времени и усредняются. Если динамика изменения корреспонденции достаточно высока, а сами маршруты достаточно длинные, то следует учитывать, что все участники загружают избранные маршруты в разное время.

1.2.3. Модели равновесного распределения потоков

Модели равновесного распределения потоков являются наиболее эффективными моделями, учитывающими взаимное влияние пользователей сети друг на друга. Эти прогнозные модели, в свою очередь, подразделяются еще на несколько подвидов: статические, многопользовательского равновесия, переменного спроса на ТП, стохастические и динамические.

Статические модели равновесного распределения потоков предполагают, что все пользователи выбирают маршрут с наименьшими обобщенными затратами в пути. В результате такого выбора складывается интенсивность движения на всех элементах сети. В свою очередь, интенсивность влияет на индивидуальный выбор оптимального пути каждым из участников.

Модели многопользовательского равновесия можно отнести к «расширению» модели равновесного распределения, которое позволяет рассчитать распределение потоков для системы с несколькими классами пользователей. Пользователей относят к разным классам, если обобщенная цена одних и тех же элементов сети для них различна. Предполагается, что для каждого класса уже вычислена своя матрица корреспонденций. При этом распределение пользователей одного класса зависит от распределения другого класса.

Под обобщенной ценой понимается критерий, на основании которого оценивается влияние факторов различной природы на выбор путей передвижения. В общем случае она состоит из следующих составляющих: времени передвижения, которое может включать дополнительные задержки на различных элементах дорожной сети (время парковки, время ожидания и др.); денежных затрат (платные магистрали, плата за въезд в определенные зоны города и др.); условных штрафных добавок времени.

Модели переменного спроса на ТП. Модели равновесного распределения с переменным спросом на поток позволяют в рамках единого алгоритма вычислить как само распределение, так и корреспонденции.

На практике эта модель не является эффективной. Она работает только с одним вариантом загрузки сети, и поэтому объемы корреспонденции представляются однородными величинами. В реальности же загрузка не является постоянной, а меняется в зависимости от ряда параметров (например, времени суток или сезона года), что в свою очередь влияет на формирование корреспонденций, которые также весьма неоднородны по составу.

Стохастические модели равновесного распределения потоков. Рассмотренные ранее модели имеют в своей основе предположение, что пользователи имеют точное представление обо всей сети и принимают точные ре-

шения о выборе своих маршрутов. Однако на самом деле в поведении пользователей всегда присутствует элемент случайности. Для учета таких случайностей была предложена *модель стохастического равновесного распределения*. Основная ее идея состоит в том, что для каждого пользователя различают фактическую и предполагаемую цену пути. Условие стохастического равновесия формулируется следующим образом: ни один из участников движения не предполагает, что может уменьшить свою индивидуальную обобщенную цену поездки при изменении маршрута.

Динамические модели равновесного распределения потоков работают в режиме «реального времени», относятся к классу *динамических* [85]. Дополнительным параметром для таких моделей выступает время, что существенно усложняет решение задачи. Чтобы отслеживать время передвижения, необходимо детальное уточнение характеристик движения, то есть необходимо применение имитационного моделирования транспортных и пешеходных потоков.

1.2.4. Модель оптимальных стратегий

Моделью оптимальных стратегий называют модель, которая рассчитывает загрузку ДС и основывается на стратегиях поведения пользователей ГПТ. Если пользователь ДС может достаточно точно рассчитать оптимальный для себя путь, то пользователь ГПТ во многом зависит от случайных обстоятельств. Он может лишь предполагать стратегию своего поведения и приблизительный маршрут, который может быть скорректирован в ходе передвижения. Стандартная модель оптимальных стратегий исходит из двух условий:

- 1) на этапе выбора стратегии фиксируется некоторый набор возможных продолжений пути для каждого узла, в котором может оказаться пассажир в процессе движения;
- 2) оказываясь в очередном узле, пользователь выберет то продолжение, которое первое предоставит ему возможность обслуживания.

Естественно, все пути реализуются с разными вероятностями, так как прибытие и отправление МТС в общем случае рассматривается как случайное. Таким образом, модель оптимальных стратегий является *стохастической*.

1.3. Имитационные модели

1.3.1. Общие сведения об имитационном транспортном моделировании

Имитационное моделирование — метод научного исследования систем, для которого характерно воспроизведение (с помощью компьютерной программы) процессов функционирования элементов системы с сохранением их алгоритмов, причинно-следственных связей, последовательности протекания и вероятностного характера [58].

Так, в процессе имитации динамики функционирования системы ГПТ [59] с помощью генератора случайных чисел разыгрываются, например, моменты наступления сигналов светофоров, появления ТС, пассажиров, МТС на линии (рис. 1.1). В процессе имитации отслеживаются и фиксируются определенные события и состояния системы (время ожидания пассажирами прибытия МТС, время передвижения, наполнение подвижного состава и др.), по которым оцениваются показатели качества функционирования системы.

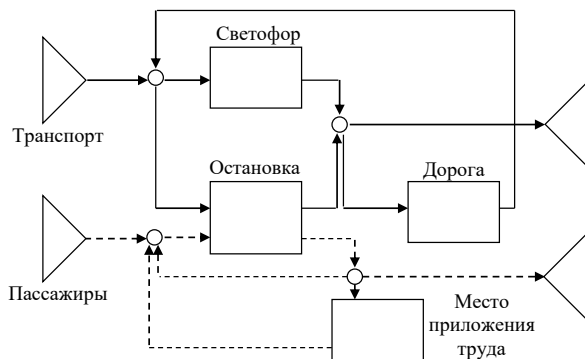


Рис. 1.1

Схема процессов в системе ГПТ

К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, случайные переменные;
- необходимо выполнить имитацию поведения системы во времени.

В основе имитационного моделирования лежит метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), который сводится к розыгрышу случайных событий. Элементарным примером такого розыгрыша может служить выбор одного из двух исходов с помощью «подбрасывания монетки» [58]. Метод Монте-Карло включает в себя три этапа: получение случайного числа R , отождествление его с определенной вероятностью и розыгрыш единичного жребия.

Случайное число R — значение случайной величины, равномерно распределенной на интервале $[0, 1]$. Такое случайное число можно получить с помощью рулетки, размеченной, например, простыми десятичными дробями (отсюда и название метода Монте-Карло). Существуют специальные программы — «датчики случайных чисел», которые позволяют при каждом обращении к программе получить «псевдослучайное число» (случайную величину, распределенную почти равномерно на интервале $[0, 1]$ и принимающую конечное множество значений).

Случайное число ставят в соответствие вероятности рассматриваемого события, которая принимает значения в интервале $[0, 1]$.

В теории вероятностей условились называть жребием любой опыт со случайным исходом, который отвечает на один из следующих вопросов:

- «произошло» или «не произошло» определенное событие A ;
- какое событие из полной группы несовместных событий $\{A, B, \dots, C\}$ «произошло»;
- какое значение «приобрела» случайная величина.

Для ответа на *первый вопрос* единичного жребия необходимо знать вероятность события A : p . Тогда, если разыгранное случайное число $R < p$, то считают, что событие A «произошло», если $R > p$, то событие «не произошло» (рис. 1.2).

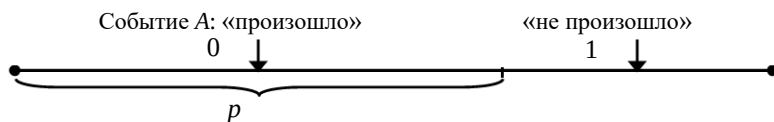


Рис. 1.2

Геометрическая интерпретация розыгрыша события A

Полная группа событий — это такая группа событий, кроме которых никаких других событий произойти не может. *Несовместные события* не происходят одновременно. Таким образом, полная группа несовместных событий $\{A, B, \dots, C\}$ имеет сумму вероятностей, равную единице. Иначе говоря, на интервале $[0, 1]$ можно выделить последовательность непересекающихся подинтервалов длиной, равной вероятностям этих событий $p(A), p(B), \dots, p(C)$. Тогда ответ на *второй вопрос* единичного жребия (какое из событий «произошло») дают по тому факту, на какой из подинтервалов попало случайное число R (рис. 1.3).

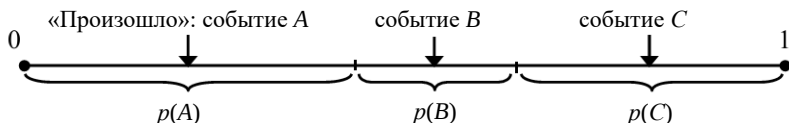


Рис. 1.3

Геометрическая интерпретация розыгрыша событий A, B, C

В третьем случае, если случайная величина дискретна, то процедура сводится к предыдущей.

Непрерывная случайная величина, как известно, задается законом распределения в виде интегральной функции распределения $F(x) = P(\xi < x)$, т. е. вероятности того, что случайная величина ξ примет значение, не превосходящее x . Эта функция по своему смыслу является монотонно возрастающей от 0 до 1 при изменении ξ от нижней до верхней границы области возможных значений. В силу монотонности эту функцию можно обратить однозначно: по заданному значению $F(x)$ определить единственное значение x , ему соответствующее. Тогда случайное число R рассматривают как значение вероятности $F(x)$ и по нему находят значение x (рис. 1.4).

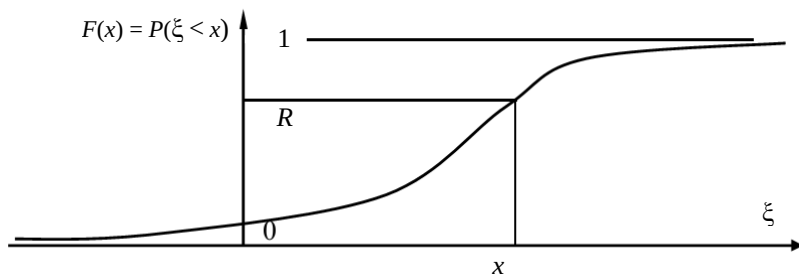


Рис. 1.4

Применение интегральной функции распределения

Многokrатно воспроизводя процесс функционирования имитационной модели с помощью «аппарата» розыгрыша единичного жребия, нетрудно построить цепочку жребиев для реализации случайного явления любой сложности и собрать статистический материал, достаточный для оценки интересующих показателей надежности системы с заданной точностью. Такой подход исследования называется статистическим моделированием.

Особенностью имитационных моделей с законами распределения случайных величин, получаемых из наблюдения за оригиналом, является то, что вопрос о проверке адекватности отпадает.

Ограничения имитационного моделирования на компьютере:

- не предоставляется непосредственное решение задачи (как при использовании аналитических методов);

- результаты имитационного моделирования зачастую носят вероятностный характер и требуют применения многочисленных методов статистического анализа данных;

- имитационная модель, как любая компьютерная программа, требует *верификации* — проверки соответствия фактического алгоритма функционирования имитационной модели замыслу исследования;

- задача *проверки адекватности* стоит наиболее остро, что связано с вероятностным характером результатов моделирования.

Имитационные модели ставят своей задачей математическое описание поведения пользователей транспортной сети и оценку тех или иных характеристик и параметров движения [86].

Область применения: улучшение организации ДД, оптимизация светофорных циклов, создание систем координированного светофорного регулирования («зеленая волна») и т. п.

В группе транспортных имитационных моделей можно условно выделить три класса:

- 1) макроскопические;
- 2) кинетические (мезомодели);
- 3) микроскопические.

1.3.2. Макроскопические имитационные модели

Модели, относящиеся к макроскопическим, описывают ТП как «единое целое» в терминах усредненных характеристик (плотность потока, средняя скорость и др.). ТП в таких моделях рассматривается аналогичным потоку жидкости, поэтому макроскопические модели также называют *гидродинамическими*. Макроскопические модели имеют качественные недостатки, так как они **не учитывают** в расчетах размеры отдельных автомобилей. Например, при некоторых значениях параметров эти модели могут давать плотности, превышающие максимально допустимые (движение «бампер к бамперу»).

Макроскопические модели позволяют моделировать процессы передвижения населения и грузов по городу с выбором путей следования и видов транспорта. Они предназначены для оценок ТП при изменении ДС, а также потокообразующих и потокопоглощающих объектов на территории города. В связи с этим основная область их применения — поддержка управленческих решений в области планирования развития городских территорий, анализ последствий изменений в организации движения, выбор альтернативных проектов развития дорожной сети и т. п.

Рассмотрим разновидности макроскопических имитационных моделей.

LWR-модель. Первой моделью, использующей гидродинамическую аналогию, была модель Лайтхилла — Уизема — Ричардса (LWR-модель). В ней предполагается, что:

— существует взаимно-однозначная связь между скоростью и плотностью ТП: допускается, что средняя скорость является убывающей функцией плотности;

— количество ТС на дороге принимается неизменным и постоянным.

Хотя первоначальная LWR-модель представляется достаточно упрощенной, именно простота реализации дает возможность использовать эту модель в качестве вспомогательного инструмента при моделировании загрузки больших транспортных сетей. Тем не менее у этой модели есть существенный недостаток: первое условие предполагает, что средняя скорость движения в любой момент времени соответствует равновесному значению при данной плотности потока. В связи с этим модель некорректно отображает ситуацию в неравновесных состояниях.

Обозначим через $\rho(x, t)$ — плотность ТП, а $v(x, t)$ — среднюю скорость ТС в точке дороги с координатой x в момент времени t . Эти величины связаны уравнением непрерывности, выражающим закон сохранения количества ТС на дороге:

$$\partial_t \rho + \partial_x (Pv) = 0. \quad (1.1)$$

Предполагается, что средняя скорость является детерминированной (убывающей) функцией плотности:

$$v(x, t) = v_e(\rho(x, t)). \quad (1.2)$$

Наиболее существенным недостатком модели является соотношение (1.2), которое предполагает, что средняя скорость ТП $v(x, t)$ в каждый момент вре-

мени соответствует равновесному значению v_e при данной плотности ТС. Поэтому данная модель не адекватна реальности при описании неравновесных ситуаций, возникающих вблизи неоднородностей дорожной сети (перекрестки, съезды и выезды, сужения), а также в условиях так называемого stop-and-go [1, 2] движения, возникающего при заторах.

Для описания неравновесных ситуаций вместо детерминированного соотношения (1.2) было предложено использовать дифференциальное уравнение для моделирования динамики средней скорости. Уравнение скорости имело вид:

$$\partial_t v + v \partial_x v = -\frac{C(\rho)}{\rho} \partial_x \rho + \frac{1}{\tau} (v_e(\rho) - v), \quad (1.3)$$

где $C(\rho) = -\frac{1}{2\tau} \frac{dv_e}{d\rho}$.

Слагаемое $v \partial_x v$ описывает изменение скорости в данном месте дороги за счет кинематического переноса автомобилей из предшествующего сегмента дороги в данную точку со средней скоростью потока.

Первое слагаемое в правой части $\left(-\frac{C(\rho)}{\rho} \partial_x \rho\right)$ описывает реакцию водителей (торможение или ускорение) на изменение ситуации впереди.

Слагаемое в правой части уравнения $(v_e(\rho) - v) / \tau$ описывает тенденцию приближения средней скорости v к равновесному при данной плотности значению $v_e(\rho)$; τ — характерное время релаксации (период, за который амплитудное значение возмущения в выведенной из равновесия системе уменьшается в e раз).

Было предложено много различных модификаций уравнения скорости, а также численного метода для его решения [3–8].

Модель Пэйна. Пусть ТС в однополосном потоке пронумерованы слева направо. Обозначим через $s_n(t)$ координату центра n -го ТС в момент времени $t \geq 0$. Положим,

$$h_n(t) = s_{n+1}(t) - s_n(t), \quad v_n(t) = s'_n(t).$$

Для каждого водителя существует «безопасная» скорость движения, зависящая от дистанции до лидера:

$$s'_n(t + t_p) \left(v_n(t + t_p) \right) = v \left(\frac{1}{h_n(t)} \right), \quad v'(\rho) < 0.$$

Для каждого водителя существует «безопасная» скорость движения, зависящая от дистанции до лидера:

$$s'_n(t + t_p) \left(v_n(t + t_p) \right) = v \left(\frac{1}{h_n(t)} \right), \quad v'(\rho) < 0,$$

где t_p — время, характеризующее реакцию водителей.

Введем функции двух переменных:

$$h(t, x), \quad \rho(t, x) = \frac{1}{h_n(t)}, \quad v(t, x),$$

задаваясь их значениями в полуплоскости $t \geq 0$ на счетном наборе кривых, по формуле

$$h\left(t, \frac{s_n(t) + s_{n+1}(t)}{2}\right) = h_n(t), \quad v(t, s_n(t)) = v_n(t).$$

Считая $h_n(t)$ и τ малыми величинами и учитывая, что

$$v\left(t + t_p, s_n(t + t_p)\right) = v\left(t, s_n(t) + \frac{1}{2h_n(t)}\right),$$

$$\frac{d}{dt} h\left(t, s_n(t) + \frac{1}{2h_n(t)}\right) = v(t, s_{n+1}(t)) - v(t, s_n(t)),$$

получим

$$v(t, s_n(t)) + v_t(t, s_n(t)) + v(t, s_n(t))v_x(t, s_n(t))t_p =$$

$$= v\left(t, s_n(t) + \frac{1}{2h_n(t)}\right) + v_t\left(t, s_n(t) + \frac{1}{2h_n(t)}\right)t_p + 0,5\rho_x(t, s_n(t))h(t, s_n(t)),$$

$$h_t(t, s_n(t)) + v(t, s_n(t))h_x(t, s_n(t)) = v_x(t, s_n(t))h(t, s_n(t)).$$

Умножая второе уравнение на ρ^2 и опуская у функций аргументы (продолжая «по непрерывности» $\rho(t, x)$ и $v(t, x)$ с счетного набора близких кривых на полуплоскость $t \geq 0$), приходим к системе

$$v + (v_t + vv_x)t_p = v(\rho) + v'(\rho) / 2\rho \cdot \rho_x.$$

Таким образом, мы получили модель Пэйна [87]. Ее можно понимать как своеобразный закон сохранения, в котором уже не предполагается, что скорость зависит от плотности, и для нее записывается уравнение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0.$$

Одним из наиболее существенных недостатков уравнения Пэйна является то, что решение $\rho(x, t) \equiv \rho_0, v(t, x) \equiv v(\rho_0)$ устойчиво в линейном приближении к малым возмущениям при всех значениях плотности. Однако анализ эмпирических данных показывает, что при высоких значениях плотности движение ТП становится неустойчивым. Малые возмущения приводят к возникновению заторов, или волн *stop-and-go* (при большом скоплении ТС движение потока приобретает прерывистый характер). На этой стадии (волны *stop-and-go*) ТП можно уподобить потоку замерзающей воды, а автомобили становятся на какой-то промежуток времени «приклеенными» к данному участку ДС. Эта проблема может быть преодолена следующим изменением уравнения:

$$C(\rho) = \frac{d}{d\rho} P_e(\rho), \quad P_e(\rho) = \rho \Theta_e(\rho), \quad (1.4)$$

где P — «давление» ТП, выраженное через изменение скоростей в ТП Θ . Уравнение скорости при такой замене, согласно [9, 10] приобретает вид:

$$\partial_t V + V \partial_x V = -\frac{1}{\rho} \partial_x P_e + \frac{1}{\tau} (V_e(\rho) - V). \quad (1.5)$$

Согласно уравнению (1.5) автомобили замедляют свое движение, если давление потока впереди возрастает, и ускоряют в противном случае. Предполагается, что вариация скоростей Θ зависит от плотности ТП.

Уравнение (1.5) предсказывает возникновение ударных волн. Для сглаживания и предотвращения разрывов решений в правую часть уравнения добавляется слагаемое вида $v\partial_{xx}^2 v$, аналогичное слагаемому, описывающему вязкость в уравнениях классической гидродинамики. Окончательно уравнение скоростей приобретает вид:

$$\partial_t v + v\partial_x v = -\frac{\Theta_0}{\rho}\partial_x \rho + v\partial_{xx}^2 v + \frac{1}{\tau}(v_e(\rho) - v). \quad (1.6)$$

Анализ устойчивости решения данного уравнения показывает, что при значениях плотности, превышающих некоторое критическое значение $\rho_{кр}$, решение становится неустойчивым к малым возмущениям (область неустойчивости). Это свойство позволяет моделировать возникновение *фантомных заторов* — режимов *stop-and-go* в однородном потоке, возникающих в результате малых случайных возмущений.

Наиболее известной в рассматриваемом классе является модель КК (Кернера — Конхойзера) [13], которая предполагает уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\tau}(V(\rho) - v) - c_0^2 \frac{\partial L(\rho)}{\partial x} + \frac{\mu \partial^2 v}{\rho \partial x^2}. \quad (1.7)$$

Правая часть (1.7) содержит три коэффициента, касающихся скорости ТП. Первое слагаемое отражает тенденцию потока на заданной плотности ρ к понижению средней скорости до некоторой естественной величины. При малых плотностях эта скорость определяется дорожными условиями и ограничениями по скорости движения и слабо зависит от ρ . При высоких плотностях $V(\rho)$ приближается к нулю. При средних плотностях она быстро падает и это обусловлено тем фактом, что при высокой плотности потока водителям сложно совершить обгон. Предполагается, что $V(\rho)$ будет убывающей функцией с малой производной при больших и малых ρ .

Второе слагаемое — *фактор упреждения*, который означает, что водители снижают скорость, если впереди ТП имеет более высокую плотность. Безразмерная функция $L(\rho)$ должна в таком случае быть монотонно возрастающей. Ее обычно полагают равной $\ln \rho$, а величина $c_0^2 \rho$ играет роль давления.

Последний член — «вязкость», или «диффузия», отражает тенденцию согласования скорости движения со скоростью окружающих автомобилей в потоке.

На основе компьютерных расчетов этой модели был изучен процесс образования и развития *кластеров* — областей с высокой плотностью и низкой скоростью ТП.

Все рассмотренные модели не свободны от некоторых недостатков. Например, при некоторых значениях параметров эти модели могут предсказывать плотности ТП, превышающие максимально допустимые («бампер к

бамперу»). Кроме того, могут возникать отрицательные значения скоростей (затор «рассасывается назад» как результат действия вязкости) [18, 19, 20].

Модель Танака. Один из способов определения зависимости в фундаментальной диаграмме — модель Танака (1963) [88]. В этой модели рассматривается поток ТС, движущийся только по одной полосе в каждом из направлений движения. Положим, что скорость ТС не превышает $v_{\max}$. Плотность можно описать уравнением

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)},$$

где $d(v) = L + t_p v + c_T v$ — среднее расстояние между ТС для определённой скорости потока, L — средняя длина ТС; t_p — время реакции водителей; c_T — коэффициент, зависящий от тормозного пути.

В целом коэффициент c_T зависит от состояния дорожного покрытия и погодных условий. Из зависимости $d(v)$ можно получить зависимость $v(\rho)$, удовлетворяющую условиям модели LWR.

Модель Уизема. Дж. Уизем предложил в работе [89] учесть так называемую дальность зрения водителей:

$$v(t, x) = v(\rho(t, x)) - \frac{D(\rho(t, x)) \partial \rho(t, x)}{\rho(t, x) \partial x}, \quad D(\rho) > 0.$$

Это можно интерпретировать следующим образом: при увеличении плотности потока впереди водители уменьшают скорость, а при уменьшении плотности — увеличивают.

1.3.3. Кинетические имитационные модели (мезомодели)

Исследователи И. Пригожин и Р. Херман предложили описывать ТП кинетическим уравнением (типа уравнения Больцмана для распределения частиц газа, только для ТС [90]). Из кинетических моделей ТП (в том числе и многополосных) можно получать макроскопические (гидродинамические) модели подобно тому, как в кинетической теории получаются уравнения газовой динамики (гидродинамики) — с помощью умножения на различные функции от скорости и последующего интегрирования по скоростям кинетического уравнения для плотности в расширенном (на скорости) фазовом пространстве $(t; x; v)$.

Уравнение Пригожина — Больцмана для ТП имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) f(x, v, t) = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{rel}.$$

Левая часть уравнения — это хорошо известный оператор потока, примененный к функции распределения функции от одного ТС. Правая часть — формула Пригожина, включающая в себя два процесса: непрерывное изменение скорости из-за ускорений к желаемой скорости (показательный процесс расслабления); дискретное изменение скорости из-за взаимо-

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru