

*Посвящается памяти
профессора И. И. БОРГМАНА,
основателя научной школы
и первой в России кафедры
теоретической электротехники*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга обобщает опыт многолетнего преподавания и написания авторами учебно-методических пособий (учебников, задачников, справочников) по курсу теоретической электротехники. Материал в книге изложен по принципу от простого к сложному, что важно при подготовке бакалавров. Предлагаемая книга отвечает этой цели, представляя материал в краткой, легкодоступной форме.

Переход на подготовку бакалавров требует изменения объема курса теоретической электротехники с выделением его фундаментальных разделов. Построение и содержание материала в книге ориентировано на математическое моделирование электротехнических объектов.

Книга содержит цепевые схемы замещения, иллюстрирующие математические модели объектов. Курс начинается с изучения функциональных свойств цепей как преобразователей сигналов, вначале в более физичной и понятной временной области. Далее анализ цепей рассмотрен в частотной области и в областях изображений по Лапласу и Фурье.

Учебное пособие ориентировано на активное владение студентами второго и третьего курсов навыками самостоятельной работы, когда их опыт рационального и эффективного изучения учебной литературы еще мал. Книга предназначена для студентов технических вузов, изучающих теоретическую электротехнику.

Учебное пособие опирается на книгу авторов «Основы теоретической электротехники».

1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

1.1. ТОК, НАПРЯЖЕНИЕ, ЭНЕРГИЯ И МОЩНОСТЬ В ЦЕПИ

1.1.1. ТОК В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Током $i(t)$ называется направленное движение электрических зарядов, как положительных $q_+(t)$, так и отрицательных $q_-(t)$.

Символ i — не только качественная, но и количественная характеристика: ток численно равен скорости изменения электрических зарядов в поперечном сечении проводника, так что

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}, \quad q(t) = q_+(t) + q_-(t), \quad (1.1)$$

причем ток i измеряется в амперах (А), заряд $q(t)$ — в кулонах (Кл), время t — в секундах (с).

К моменту времени t заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, таков:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t)dt = q(t_0) + \int_{t_0}^t i(t)dt, \quad (1.2)$$

т. е. предполагается, что при $t \rightarrow -\infty$ ток в цепи отсутствовал.

Условимся малыми (строчными) буквами обозначать значения переменных как функций времени, т. е. мгновенные значения переменных, $i(t) \equiv i$, $q(t) \equiv q$. Тогда формулы (1.1), (1.2) в сокращенной записи имеют следующий вид:

$$i = q', \quad q = \int_{-\infty}^t idt.$$

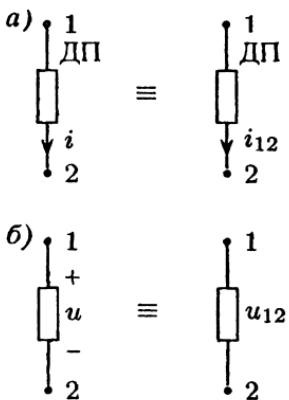


Рис. 1.1

О направлении (знаке) тока можно говорить, только когда указано его условно-положительное направление. Два эквивалентных способа обозначения условно-положительного направления тока между двумя узлами (полюсами) двухполюсника (ДП) изображены на рисунке 1.1а, причем $i \equiv i_{12}$. Таким образом, условно-положительное направление тока можно указать либо «стрелкой», либо двумя индексами, соответствующими номерами узлов цепи.

Значение тока принято увязывать с направлением движения положительных зарядов q_+ , поэтому если при решении задачи получено $i_{12}(t) = -2$ А, то движение отрицательных зарядов q_- в этот момент времени t происходит от узла 1 к узлу 2, а положительных q_+ — от узла 2 к узлу 1.

Следствие: $i_{12}(t) = -i_{21}(t)$.

1.1.2. НАПРЯЖЕНИЕ

Движение зарядов связано с потреблением энергии. Для характеристики этого явления вводят понятие — напряжение $u(t)$. Однако $u(t)$ — не только качественная, но и количественная характеристика: напряжение $u_{12}(t)$ между узлами 1 и 2 цепи численно равно энергии W_{12} (работе A_{12}), затраченной на перенос единичного положительного заряда $q = +1$ Кл от узла 1 к узлу 2 цепи:

$$u_{12}(t) = u_1(t) - u_2(t) = \\ = W_{12}(t) \Big|_{q=+1} = A_{12}(t) \Big|_{q=+1} = -u_{21}(t).$$

Следствия.

1. Напряжение $u_1(t)$ узла 1 цепи численно равно работе по переносу заряда $q = +1$ Кл из узла 1 в тот узел цепи, напряжение которого условно принято нулевым; такой базисный узел с нулевым напряжением выбирается произвольно.

2. Если осуществляется перенос бесконечного малого заряда dq , то затраченная энергия

$$dW(t) = u(t) dq(t), \quad (1.3)$$

причем энергия измеряется в джоулях (Дж), а напряжение — в вольтах (В).

О знаке напряжения можно говорить, если указана (задана) его условно-положительная полярность. Два эквивалентных способа обозначения условно-положительной полярности приведены на рисунке 1.1б, причем $u \equiv u_{12}$.

Таким образом, можно условно-положительную полярность указать либо разметкой «плюс–минус» узлов ДП, либо двумя индексами, соответствующими номерам этих узлов. Если при решении задачи получено $u_{12} = -10$ В, то энергетический уровень узла 2 выше, чем узла 1.

1.1.3. СОГЛАСОВАННАЯ ПОЛЯРНОСТЬ

Условимся полярность напряжения R -, L -, C -элементов, т. е. так называемых пассивных элементов цепи, всегда согласовывать с выбранным направлением тока этих элементов, как показано на рисунке 1.2а. Полярность $u(t)$ элемента (или ДП) цепи называют согласованной с направлением тока $i(t)$ этого же элемента (или ДП), если ток на схеме направлен к элементу от узла, которому присвоена положительная полярность (рис. 1.2а). Очень часто разметку полярности напряжения (\pm) указывают непосредственно у выводов обозначения элемента на схеме (рис. 1.2б–г). В этом случае полярность элемента называют согласованной (строго — полярность напряжения элемента называют согласованной с направлением тока), если

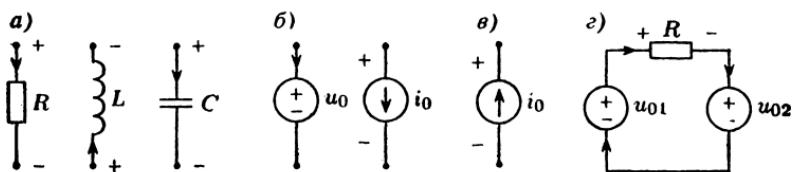


Рис. 1.2

ток на схеме направлен к выводу элемента, помеченному знаком «плюс», от ближайшего узла, к которому элемент присоединен.

У источников напряжения u_0 или тока i_0 полярность в общем случае можно выбирать как согласованной (рис. 1.2б), так и несогласованной (рис. 1.2в).

Несогласованная полярность характерна (следует из физических представлений) для цепей с единственным источником. В качестве примера на рисунке 1.2г изображена схема последовательной цепи с двумя источниками напряжения (соответствующая практической схеме зарядки аккумулятора); ток элементов цепи одинаков; при выбранном его направлении у источника u_{02} согласованная полярность, а у источника u_{01} — несогласованная.

Примечание. Двухполюсником (ДП) называют любую часть цепи, имеющую два внешних вывода (узла, зажима, полюса), относительно которых и рассматриваются ее характеристики; условное обозначение ДП приведено на рисунке 1.1.

1.1.4. ЭНЕРГИЯ И МОЩНОСТЬ

Пусть через ДП током $i(t)$ переносится заряд $dq(t)$, а полярность напряжения ДП $u(t)$ согласована с направлением тока. Тогда, согласно (1.3), затраченная при этом элементарная энергия будет

$$dW(t) = u(t) dq(t).$$

Мощностью ДП $p(t)$ называют скорость поступления энергии в ДП:

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t) \frac{dq(t)}{dt} = u(t)i(t). \quad (1.4)$$

Измеряется мощность в ваттах (Вт). На основании (1.4) энергия, поступившая в ДП к моменту времени t , будет

$$W(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt. \quad (1.5)$$

Примечания.

1. ДП или элемент цепи называют пассивным, если в любой момент времени его энергия неотрицательна, т. е.

$$W_{\text{пас}}(t) \geq 0. \quad (1.6)$$

2. Если мощность элемента $p(t) > 0$, то элемент в этот момент потребляет или запасает энергию, если же $p(t) < 0$, то элемент генерирует энергию (или возвращает запасенную).

3. По закону сохранения энергии сумма мощностей всех элементов цепи равна нулю, т. е. в цепи имеет место баланс мощностей

$$\sum_k p_k(t) = 0, \quad (1.7)$$

где k — номер элемента.

4. Если полярность напряжения ДП несогласована с направлением тока (см., например, рис. 1.2в, г), то в отличие от (1.4) формула мощности ДП имеет следующий вид:

$$p(t) = -u(t)i(t). \quad (1.8)$$

1.2. РЕЗИСТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

1.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗИСТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

В курсе теории электрических цепей единый электромагнитный процесс генерирования, передачи, преобразования и потребления электромагнитной энергии идеализируют и условно разбивают на отдельные составляющие, которые учитывают обычно в виде следующих элементов (см. рис. 1.2а, б): R -элемент учитывает необратимое потребление электромагнитной энергии; L -элемент — запасание энергии магнитного поля; C -элемент — запасание энергии электрического поля; для учета процесса генерирования электромагнитной энергии за счет других видов энергии вводят идеальные источники напряжения $u_0(t)$ и тока $i_0(t)$. Рассмотрим подробно характеристики каждого из указанных элементов.

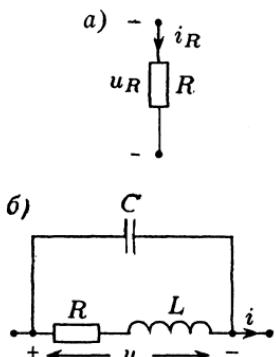


Рис. 1.3

Резистивным элементом, или R -элементом, цепи называют идеализированный, пассивный, двухполюсный элемент, который отражает только одну сторону единого электромагнитного процесса — необратимое преобразование электромагнитной энергии в другие виды энергии (тепловую, световую, механическую, химическую и др.).

Условное обозначение R -элемента с указанием согласованной полярности приведено на рисунке 1.3а.

По своим характеристикам к R -элементу приближаются реальные резисторы и нагревательные приборы на низких частотах (НЧ). Однако уже на средних частотах схема замещения реального резистора усложняется и обычно имеет вид, близкий к приведенному на рисунке 1.3б, где R -элемент отражает необратимые потери электромагнитной энергии; L -элемент учитывает наличие магнитного поля, обусловленного протеканием тока i в реальном резисторе; C -элемент учитывает наличие электрического поля, обусловленного напряжением u на выводах реального резистора. Вопросы составления схем замещения реальных электротехнических устройств достаточно сложны и рассматриваются в спецдисциплинах.

1.2.2. ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЕЗИСТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

Связь между током и напряжением линейного R -элемента определяется законом Ома

$$u_R(t) = R i_R(t),$$

следовательно, символ R — не только качественная, но и количественная характеристика: величина R называется сопротивлением резистивного элемента и является коэффициентом пропорциональности между его напряжением u_R и током i_R , т. е.

$$R = \frac{u_R(t)}{i_R(t)}; \quad (1.9)$$

обратная величина

$$G = \frac{1}{R} = \frac{i_R}{u_R} \quad (1.10)$$

называется проводимостью резистивного элемента, причем в (1.9), (1.10) сопротивление измеряют в омах (Ом), а проводимость — в сименсах (См).

Показанный на рисунке 1.4а график вольт-амперной характеристики (ВАХ) линейного резистивного элемента — прямая линия, проходящая через начало координат, причем тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс пропорционален сопротивлению элемента: $R \sim \operatorname{tg} \gamma$ (в формуле поставлен символ пропорциональности, так как необходимо учитывать масштабы для i_R , u_R на графике).

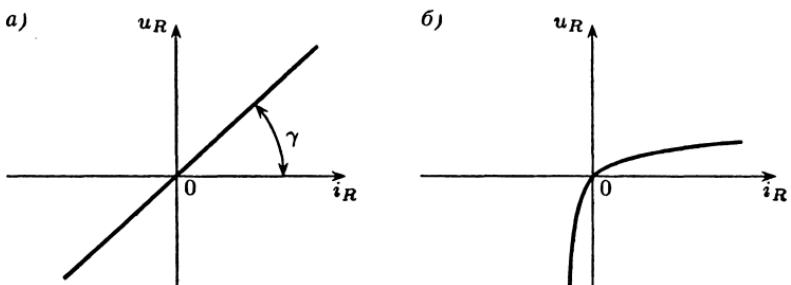


Рис. 1.4

Следует отметить, что характеристики большинства реальных резистивных элементов нелинейны: линейность — это обычно идеализация реальных ВАХ в ограниченном диапазоне токов-напряжений элемента. Так, на рисунке 1.4б качественно показана ВАХ диода, являющаяся существенно-нелинейной.

Вывод. ВАХ линейного R -элемента описывается линейными алгебраическими уравнениями (1.9), (1.10).

1.2.3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ *R*-ЭЛЕМЕНТА

Согласно (1.4), мгновенная мощность, т. е. скорость поступления энергии в *R*-элемент, будет следующей

$$p_R(t) = u_R(t)i_R^2(t) = Ri_R^2(t) = Gu_R^2(t) > 0. \quad (1.11)$$

Вывод. Согласно формуле (1.11), *R*-элемент, действительно, необратимо потребляет энергию в любой момент времени.

Энергия, поступившая в *R*-элемент к моменту времени *t*, будет

$$W_R(t) = \int_{-\infty}^t p_R(t)dt \geq 0, \quad (1.12)$$

как интеграл от положительной функции.

Вывод. Из сравнения формул (1.6) и (1.12) следует, что *R*-элемент, действительно, является пассивным элементом.

1.3. ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

1.3.1. ИСТОЧНИК НАПРЯЖЕНИЯ

Источником напряжения (ИН) называют идеализированный двухполюсный элемент, напряжение которого $u_0(t)$ является заданной функцией времени и не зависит от протекающего через ИН тока.

Условное обозначение ИН приведено на рисунке 1.5а. Направление тока ИН может быть произвольным, как согласованным, так и несогласованным с полярностью напряжения.

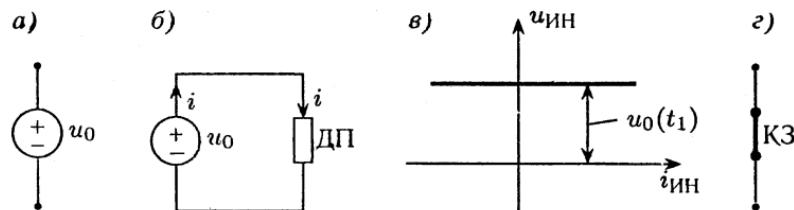


Рис. 1.5

Примечание. Для цепей с единственным ИН характерна (логична) несогласованная полярность, как показано на рисунке 1.5б, где ДП — пассивный двухполюсник: действительно, при резистивном ДП его мощность согласно формуле (1.11) $p_{ДП} > 0$, а мощность ИН при несогласованной полярности будет на основании формулы (1.8) $p_{ИН} = -u_0 i < 0$, что соответствует физическим процессам генерирования энергии в цепи. При этом в соответствии с формулой (1.7) имеет место баланс мощностей, т. е. $p_{ИН} + p_{ДП} = 0$.

Независимость напряжения ИН от тока отражается на ВАХ источника, как показано на рисунке 1.5в для некоторого момента времени $t = t_1$; следовательно, дифференциальное сопротивление ИН

$$R_{\text{диф}} = \frac{du}{di} = 0.$$

Частный случай источника напряжения с нулевым напряжением $u_0 = 0$ эквивалентен короткозамкнутому участку цепи (КЗ), который определяется как идеализированный двухполюсный элемент, условно изображенный на рисунке 1.5г, причем сопротивление и напряжение идеального КЗ-элемента являются нулевыми, т. е.

$$\begin{cases} R_{\text{КЗ}} = 0; \\ u_{\text{КЗ}} = 0; \\ G_{\text{КЗ}} = 1/R_{\text{КЗ}} \rightarrow \infty \end{cases} \quad (1.13)$$

(ток КЗ-элемента зависит от вида остальной цепи).

Идеальный ИН является источником бесконечной мощности. Действительно, при коротком замыкании ИН, как показано на рисунке 1.6а, ток ИН $i_{ИН} = u_0/R_{\text{КЗ}} \rightarrow \infty$, а мощность с учетом (1.8) из-за несогласованной полярности ИН $p_{ИН} = -u_0 i_{ИН} \rightarrow -\infty$. Однако этот предельный случай в теории цепей не рассматривается (действительно, относительно узлов 1, 2 имеем параллельное соединение ИН и КЗ, т. е. $u_0 = u_{\text{КЗ}}$), поскольку в схеме рисунка 1.6а:

- нарушаются согласно формуле (1.13) определения ИН и КЗ;
- нарушается закон напряжений Кирхгофа, так как сумма напряжений в контуре не равна нулю.

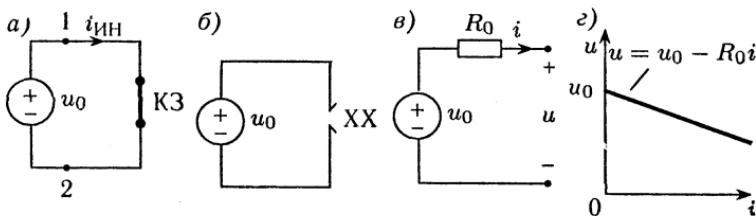


Рис. 1.6

Нормальными режимами работы идеального ИН являются:

- нагрузка, например, пассивным ДП, как было показано на рисунке 1.5б;
- холостой ход, т. е. обрыв нагрузки, как изображено на рисунке 1.6б.

По своим характеристикам к ИН приближаются, например, мощные аккумуляторные батареи в режиме малых отдаваемых токов. Обычно схема замещения реального ИН на НЧ имеет вид, изображенный на рисунке 1.6в; ВАХ реального ИН представлена схематично на рисунке 1.6г (в предположении $u_0 > 0$, $i > 0$ для некоторого момента времени $t = t_1$); сопротивление R_0 в этом случае часто называют внутренним или выходным сопротивлением реального источника.

1.3.2. ИСТОЧНИК ТОКА

Источником тока (ИТ) называют идеализированный двухполюсный элемент, ток которого $i_0(t)$ описывается заданной функцией времени и не зависит от напряжения ИТ. Условное обозначение ИТ приведено на рисунке 1.7а.

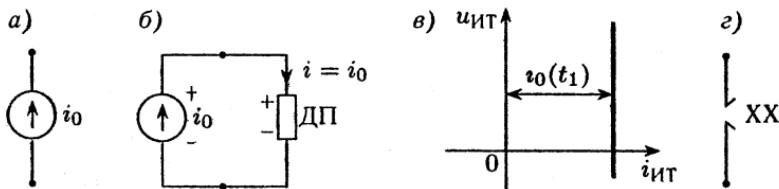


Рис. 1.7

Полярность напряжения ИТ может быть выбрана произвольно, как согласованной, так и несогласованной с направлением тока ИТ.

Примечание. Для цепей с единственным ИТ характерна (логична) несогласованная полярность, как показано на рисунке 1.7б, где ДП — пассивный двухполюсник; действительно, при резистивном ДП его мощность, согласно формуле (1.11), $P_{ДП} > 0$, а мощность источника с учетом $u_{ИТ} = u_{ДП}$ и несогласованной полярности ИТ $p_{ИТ} = -u_{ИТ}i_0 < 0$, причем $p_{ИТ} + p_{ДП} = 0$.

Независимость тока ИТ от напряжения отражается на ВАХ источника, как показано на рисунке 1.7в для некоторого момента времени $t = t_1$, следовательно, дифференциальное сопротивление ИТ $R_{диф} = \frac{du}{di} \rightarrow \infty$.

Частный случай источника тока с нулевым током $i_0 = 0$ эквивалентен разомкнутому (разорванному) участку цепи, который иначе называют холостым ходом (ХХ), т. е. обрывом в цепи.

Холостой ход — это идеализированный двухполюсный элемент цепи, условное изображение которого приведено на рисунке 1.7г, причем у такого идеального элемента ток и проводимость являются нулевыми:

$$i_{ХХ} = 0, \quad G_{ХХ} = 0, \quad R_{ХХ} = 1/G_{ХХ} \rightarrow \infty, \quad (1.14)$$

а напряжение зависит от вида остальной цепи.

Примечание. Формулы (1.13), (1.14) намеренно имеют одинаковую форму, чтобы подчеркнуть фундаментальное в теории цепей свойство аналогии (двойственности) характеристик элементов, называемое дуальностью элементов.

Идеальный ИТ является источником бесконечной мощности. Действительно, при обрыве его выводов, как показано на рисунке 1.8а, напряжение ИТ $u_{ИТ} = -i_0R_{ХХ} \rightarrow \infty$, мощность с учетом несогласованной полярности $p_{ИТ} = -u_{ИТ}i_0 \rightarrow -\infty$. Однако этот предельный случай в теории цепей не рассматривается (действительно, схему на рисунке 1.8а можно трактовать как последовательное соединение ИТ и ХХ, т. е. $i_0 = i_{ХХ}$), поскольку здесь:

- нарушаются, согласно формуле (1.14), определения ИТ и ХХ ($i_0 \neq 0, i_{XX} = 0$);
- нарушается закон токов Кирхгофа (ток, втекающий, например, в узел 1, не равен вытекающему).

Нормальными режимами работы идеального ИТ являются:

- нагрузка его, например, пассивными ДП (см. рис. 1.7б);
- короткое замыкание его выводов (см. рис. 1.8б).

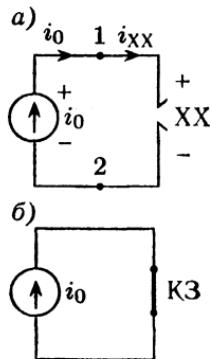


Рис. 1.8

1.4. ИНДУКТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ЦЕПИ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

1.4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА ЦЕПИ

Индуктивным элементом, или L -элементом, называют идеализированный двухполюсный пассивный элемент цепи, единственным электромагнитным процессом в котором является запасание энергии магнитного поля.

Условное обозначение L -элемента приведено на рисунке 1.9а, причем полярность напряжения принято согласовывать с направлением тока элемента. Символ L — не только качественная, но и количественная характеристика: величина L , называемая индуктивностью, является коэффициентом пропорциональности между потокосцеплением самоиндукции Ψ и током i_L , обусловившим это потокосцепление:

$$L = \frac{\Psi(t)}{i_L(t)}, \quad (1.15)$$

где потокосцепление $\Psi = \sum_{(N)} \Phi_k = N\Phi_{cp}$, т. е. в катушке индуктивности, являющейся на НЧ близким реальным

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru