От автора

Предлагаемое вам пособие представляет собой переработанное и дополненное в соответствии с требованиями ФГОС издание подробных поурочных планов по геометрии для 9 класса, ориентированное прежде всего на работу с учебным комплектом:

- *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.* Геометрия. 7–9 классы. Учебник для общеобразовательных организаций. М.: Просвещение.
- *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.* Геометрия. 9 класс. Рабочая тетрадь. М.: Просвещение.

Перед автором была поставлена задача – максимально обеспечить подготовку учителя к уроку и организацию работы на уроке.

В данной книге учитель сможет найти подробные поурочные разработки, методические советы и рекомендации, тексты самостоятельных и контрольных работ, тестовые задания, дополнительные задачи по каждой теме, задачи повышенной сложности. Практически все задачи, проверочные работы сопровождаются указаниями для обучающихся, ответами и краткими или подробными решениями для экономии времени учителя при подготовке к уроку, для эффективной работы над ошибками, организации дифференцированной работы.

Уроки включают различные виды деятельности обучающихся: практическую работу, работу в парах и группах, самостоятельную работу с использованием различных форм проверки.

Планирование предусматривает достижение не только предметных результатов, но и личностных (формирование представлений о математике как о части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества; развитие логического и критического мышления, умения работать в группе, команде; уважение мнения товарищей) и метапредметных (умения анализировать и осмысливать текст задачи, извлекать из текста необходимую информацию, моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов, строить логическую цепочку, оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль, доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров, классифицировать, исследовать простейшие закономерности).

Пособие будет полезно в первую очередь начинающему учителю, который сможет позаимствовать полностью предлагаемые сценарии уроков, а также опытному педагогу для использования их частично, встраивая в собственный план урока.

Для удобства работы предлагается почасовое тематическое планирование учебного материала в соответствии с данным пособием, а также в начале каждой главы курса дается выписка из тематического планирования учебного материала программы для общеобразовательных школ.

Поурочные разработки в своей основе ориентированы на организацию работы класса по технологии дифференцированного обучения. Каждый урок начинается с организационного момента, сообщения темы и целей урока. Практически в каждом сценарии урока присутствуют задачи на готовых чертежах. Наличие уже готовых рисунков поможет учителю наиболее рационально использовать рабочее время на уроке. Эти задачи решаются, как правило, устно, но по мере необходимости можно порекомендовать учащимся записать краткое решение задачи. Тестовые задания позволяют своевременно выявить затруднения учащихся и предупредить устойчивые пробелы в их знаниях.

В пособии достаточно дополнительных задач для работы с одаренными учащимися, которые также можно использовать в качестве задач для организации внеурочной деятельности по предмету.

Контрольные и самостоятельные работы даны в трех уровнях сложности, что позволяет осуществить дифференцированный контроль. Первый уровень соответствует обязательным программным требованиям, второй – среднему уровню сложности, задания третьего уровня предназначены для учащихся, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах и школах повышенного уровня. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта. Практически все самостоятельные и контрольные работы сопровождаются решениями, указаниями для учащихся или ответами для эффективной организации работы над ошибками.

Тестовые задания позволяют своевременно выявить затруднения учащихся и предупредить устойчивые пробелы в их знаниях, экономя при этом время учителя. В целях экономии времени при проверке знаний обучающихся возможно использование тестовых работ из издания:

- Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 9 класс / Сост. А.Н. Рурукин. М.: ВАКО, 2017.

Все поурочные разработки, содержащиеся в данном пособии, являются примерными. В зависимости от степени подготовленности и уровня развития как целого класса, так и конкретных учащихся учитель может и должен вносить коррективы как в методику проведения урока, так и в саму структуру урока, включая подбор заданий для организации классной, самостоятельной и домашней работы.

К каждой главе даны обобщающие сведения (см. Приложение), являющиеся небольшим справочником по теоретическому материалу, позволяющие систематизировать базовый уровень теоретических знаний у учащихся. Такие таблицы могут быть использованы в качестве раздаточного материала на обобщающих уроках, на уроках подготовки к контрольной работе, при проведении работы над ошибками и т. д.

Для закрепления изученного материала рекомендуется использовать рабочие тетради (в главе IX идет ссылка на рабочую тетрадь для 8 класса). При этом наиболее подготовленным учащимся можно предлагать для решения только сложные задачи из рабочих тетрадей, а большую часть времени посвятить решению дополнительных задач повышенной сложности.

Примечание: знаком * в самостоятельных и контрольных работах обозначены задания повышенного уровня сложности.

Тематическое планирование учебного материала (2 ч в неделю, всего 70 ч)

№ урока	Тема урока
1, 2	Вводное повторение
Глава IX. Векторы (12 ч)	
3	Понятие вектора
4	Откладывание вектора от данной точки
5	Сумма двух векторов
6	Сумма нескольких векторов
7	Вычитание векторов
8	Решение задач по теме «Сложение и вычитание векторов»

№ урока	Тема урока
9, 10	Умножение вектора на число
11	Применение векторов к решению задач
12	Средняя линия трапеции
13	Подготовка к контрольной работе по теме «Векторы»
14	Контрольная работа № 1 по теме «Векторы»
Глава X. Метод координат (10 ч)	
15	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
16	Координаты вектора
17, 18	Простейшие задачи в координатах
19	Решение задач методом координат
20	Уравнение окружности
21	Уравнение прямой
22	Решение задач по теме «Уравнение окружности и прямой»
23	Подготовка к контрольной работе по теме «Метод координат»
24	Контрольная работа № 2 по теме «Метод координат»
Глава XI. Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов (14 ч)	
25–27	Синус, косинус и тангенс угла
28	Теорема о площади треугольника
29	Теоремы синусов и косинусов
30, 31	Решение треугольников
32	Измерительные работы
33	Обобщение по теме «Соотношения между сторонами и углами треугольника»
34	Скалярное произведение векторов
35	Скалярное произведение в координатах
36	Применение скалярного произведения векторов при решении задач
37	Подготовка к контрольной работе по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов»
38	Контрольная работа № 3 по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов»
Глава XII. Длина окружности и площадь круга (12 ч)	
39	Правильный многоугольник
40	Окружность, описанная около правильного многоугольника и вписанная в правильный многоугольник
41	Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности

№ урока	Тема урока
42	Решение задач по теме «Правильный многоугольник»
43	Длина окружности
44	Решение задач по теме «Длина окружности»
45	Площадь круга и кругового сектора
46	Решение задач по теме «Площадь круга и кругового сектора»
47	Обобщение по теме «Длина окружности. Площадь круга»
48	Решение задач по теме «Длина окружности и площадь круга»
49	Подготовка к контрольной работе по теме «Длина окружности и площадь круга»
50	Контрольная работа № 4 по теме «Длина окружности и площадь круга»
Глава XIII. Движения (9 ч)	
51	Понятие движения
52	Свойства движений
53	Решение задач по теме «Понятие движения. Осевая и центральная симметрии»
54	Параллельный перенос
55	Поворот
56	Решение задач по теме «Параллельный перенос. Поворот»
57	Решение задач по теме «Движения»
58	Подготовка к контрольной работе по теме «Движения»
59	Контрольная работа № 5 по теме «Движения»
Глава XIV. Начальные сведения из стереометрии (5 ч)	
60	Призма
61	Объем и площадь поверхности многогранника
62	Пирамида
63	Цилиндр и конус
64	Сфера и шар
Повторение (6 ч)	
65	Повторение по темам «Начальные геометрические сведения», «Параллельные прямые»
66	Повторение по теме «Треугольники»
67	Повторение по теме «Окружность»
68	Повторение по темам «Четырехугольники», «Многоугольники»
69	Повторение по темам «Векторы», «Метод координат», «Движения»
70	Контрольная работа № 6 (итоговая)

ВВОДНОЕ ПОВТОРЕНИЕ

Формируемые УУД: *предметные:* повторить наиболее важные теоретические сведения из курса геометрии 8 класса: теорему Пифагора, свойства медиан, биссектрис, высот треугольника, средней линии треугольника и трапеции, формулы для вычисления площадей треугольников и четырехугольников, свойства параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции, теорию подобия треугольников, свойства отрезков хорд, касательных и секущих окружности, центральных и вписанных углов, вписанных и описанных окружностей; совершенствовать навыки решения задач на применение теоретических и практических знаний, умений и навыков, приобретенных в процессе изучения геометрии в 7 и 8 классах; повторить умение решать задачи на использование основных тем курса геометрии 8 класса; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал; извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; доказывать и опровергать утверждения, используя известные из курса геометрии 8 класса геометрические факты; моделировать с помощью схематических рисунков; строить логические цепочки; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей; воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры; понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 1. Вводное повторение

Основные дидактические цели урока: повторить основной теоретический материал курса геометрии 8 класса; совершенствовать навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

– Назовите наиболее важные темы, с которыми вы познакомились в 8 классе.

II. Актуализация знаний учащихся. Теоретический тест

(Задания теста учащиеся выполняют самостоятельно с использованием пп. 5–7, 10 Приложения (см. с. 372–378) с последующей самопроверкой и обсуждением тех заданий, с которыми не справилось большинство учащихся. При необходимости учитель оказывает индивидуальную помощь учащимся, испытывающим затруднения.)

Часть I

Заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение.

1. Сумма углов выпуклого n-угольника равна... .
2. Если $ABCD$ – параллелограмм (рис. 1), то:
   а) $AO = ..., BO = ...$;
   б) $\angle OAD = \angle ...$;
   в) $AB = ..., BC = ...$;
   г) $S_{ABO} = ...\ S_{ABCD}$;
   д) $S_{ABCD} = ...\ \sin A$;
   е) $AD \cdot BE = ...$.
3. Если $ABCD$ – прямоугольник (рис. 2), то:
   а) $AO = ...\ BD$;
   б) $\angle A = \angle C = ...$;
   в) $AC = \sqrt{... + CD^2}$;
   г) $S_{AOD} = ...\ AB \cdot AD$.
4. Если $ABCD$ – ромб (рис. 3), то:
   а) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot ...$;
   б) AO – биссектриса ...;
   в) $AC\ ...\ BD$;
   г) $BK\ ...\ BE$.

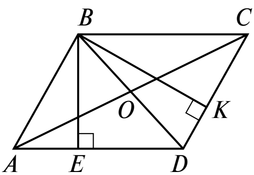

Рис. 1

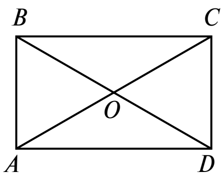

Рис. 2

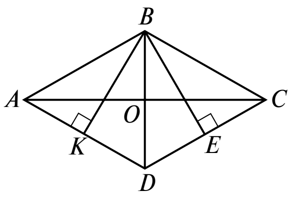

Рис. 3

5. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90°$) BD – высота (рис. 4), тогда:

а) $\ldots = \sqrt{x \cdot y}$;

б) $AB = \sqrt{x \cdot \ldots}$;

в) $BC = \sqrt{\ldots \cdot (x + y)}$;

г) $(x + y)^2 = \ldots$;

д) $\Delta ABD \sim \Delta\ldots$;

е) $\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BDC}}} = \ldots$.

6. В треугольнике ABC $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 5).

$\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BDC}}} = \dfrac{AD}{\ldots}$; $\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BCD}}} = \dfrac{AB}{\ldots}$.

7. Рис. 6.

а) $AB \ldots AC$;

б) $AC \cdot AD = \ldots$;

в) $AB^2 = \ldots$;

г) $AO^2 = \ldots$.

8. Рис. 7.

а) $\angle ADB = \ldots$;

б) $\angle AOC = \ldots \angle ADC$;

в) $\angle CDB = \dfrac{1}{2}\angle\ldots$;

г) $\angle DAB = \cup\ldots$.

9. Если $\Delta ABC \sim \Delta MNK$ и $\dfrac{AB}{MN} = k$, то $\dfrac{P_{\text{ABC}}}{P_{\text{MNK}}} = \ldots$; $\dfrac{S_{\text{ABC}}}{S_{\text{MNK}}} = \ldots$.

10. Если точка O – центр вписанной в треугольник окружности, то O – точка... .

Часть II

Выберите верный ответ.

11. Если $KP = 11$ см (рис. 8), то:

а) $KE = EP = 5{,}5$ см;

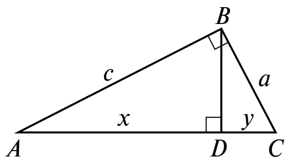

Рис. 4

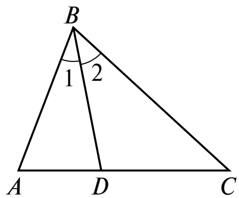

Рис. 5

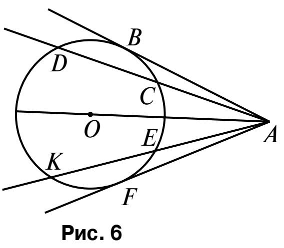

Рис. 6

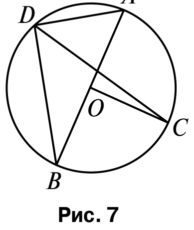

Рис. 7

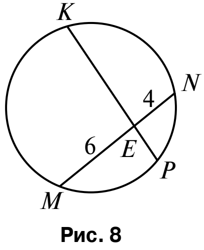

Рис. 8

б) $KE = 8$ см, $EP = 3$ см или
$KE = 3$ см, $EP = 8$ см.

в) $KE = 6$ см, $EP = 5$ см.

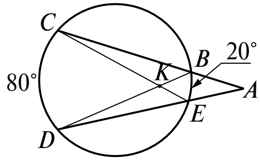

Рис. 9

12. $\angle A$ (рис. 9) равен:

а) 30°;

б) 50°;

в) 60°.

13. $\angle CKD$ (см. рис. 9):

а) 100°; б) 50°; в) 60°.

14. В ΔABC AA_1 и BB_1 – медианы (рис. 10).

а) $CO = 4$ см, $C_1O = 2$ см, если $BB_1 = 6$ см;

б) $\dfrac{CO}{CC_1} = \dfrac{1}{2}$;

в) $S_{AOC_1} = \dfrac{1}{6} S_{ABC}$.

15. Если O – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника ABC, то:

а) O – центр описанной окружности;

б) O – центр вписанной окружности;

в) O – точка пересечения медиан, биссектрис и высот треугольника ABC.

16. Если O – центр вписанной в четырехугольник $ABCD$ окружности, то:

а) $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$;

б) $AB + CD = BC + AD$;

в) $ABCD$ – квадрат.

17. Если $NP \parallel KE$ (рис. 11), то:

а) $\dfrac{MN}{MP} = \dfrac{NP}{KE}$; б) $\dfrac{NP}{KE} = \dfrac{NK}{PE}$; в) $\dfrac{MN}{MP} = \dfrac{NK}{PE}$.

18. Если ΔABC – прямоугольный ($\angle C = 90°$) (рис. 12), то:

а) $\sin A = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$;

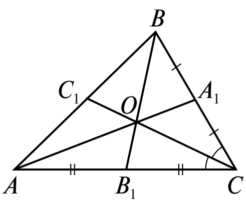

Рис. 10

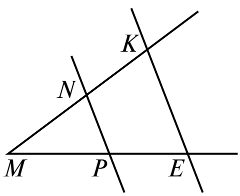

Рис. 11

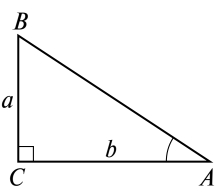

Рис. 12

б) $\cos A = \dfrac{b}{a}$;

в) $\operatorname{tg} A = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$;

19. Если $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$, то:

а) $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg}\alpha = 2\sqrt{2}$;

б) $\cos\alpha = \dfrac{8}{9}$; $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{3}{8}$;

в) $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

20. Квадрат – это:

а) прямоугольник, у которого все углы равны;

б) ромб, у которого диагонали равны;

в) параллелограмм, у которого все углы прямые.

III. Самопроверка ответов теста с последующей самооценкой

Ответы к тесту:

1. $180° \cdot (n - 2)$.

2. а) $AO = OC$, $BO = OD$; б) $\angle AOD = \angle OCB$; в) $AB = CD$; $BC = AD$; г) $S_{\text{ABO}} = \dfrac{1}{4}S_{\text{ABCD}}$; д) $S_{\text{ABCD}} = AB \cdot AD \sin A$; е) $AD \cdot BE = CD \cdot BK$.

3. а) $AO = \dfrac{1}{2} \cdot BD$; б) $\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90°$; в) $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2}$; г) $S_{\text{AOD}} = \dfrac{1}{4}AC \cdot BD$.

4. а) $S_{\text{ABCD}} = \dfrac{1}{2}AC \cdot BD$; б) AO – биссектриса $\angle BAD$; в) $AC \perp BD$; г) $BK = BE$.

5. а) $BD = \sqrt{x \cdot y}$; б) $AB = \sqrt{x \cdot (x + y)}$; в) $BC = \sqrt{y \cdot (x + y)}$; г) $(x + y)^2 = a^2 + c^2$; д) $\Delta ABD \sim \Delta BCD \sim \Delta ACB$; е) $\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BDC}}} = \dfrac{x}{y}$.

6. $\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BCD}}} = \dfrac{AD}{CD}$; $\dfrac{S_{\text{ABD}}}{S_{\text{BCD}}} = \dfrac{AB}{BC}$.

7. а) $AB = AC$; б) $AC \cdot AD = AE \cdot AK$; в) $AB^2 = AC \cdot AD$ (или $AE \cdot AK$); г) $AO^2 = OB^2 + AB^2$ (или $OC^2 + AC^2$).

8. а) $\angle ADB = 90°$; б) $\angle AOC = 2\angle ADC$; в) $\angle CDB = \frac{1}{2}\angle COB$; г) $\angle DAB = \frac{1}{2}\cup DB$.

9. $\frac{P_{ABC}}{P_{MNK}} = K$; $\frac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = K^2$.

10. O – точка пересечения биссектрис данного треугольника.

Ответы к тесту:

11 – б; 12 – а; 13 – б; 14 – в; 15 – а; 16 – б; 17 – в; 18 – а; 19 – в; 20 – б.

Критерии оценивания:

За каждое правильно выполненное задание ставится 1 балл.

- оценка «5» – 18–20 баллов;
- оценка «4» – 14–17 баллов;
- оценка «3» – 10–13 баллов;
- оценка «2» – менее 10 баллов.

IV. Решение задач по готовым чертежам

(Учащиеся решают задачи в группах по 3–4 ученика. В тетрадях по необходимости выполняют рисунок и вносят туда результаты промежуточных вычислений. К простым задачам записывают только ответы. Учитель контролирует работу менее подготовленных групп и по мере необходимости оказывает помощь.)

I уровень сложности: задачи 1–9 (с последующей проверкой по готовым ответам и обсуждением решения).

II уровень сложности: задачи 7–15 (с последующей самопроверкой по готовым ответам).

1. *Дано:* $ABCD$ – квадрат (рис. 13).

Найти: P_{AMCK}, S_{AMCK}.

2. *Дано:* $ABCD$ – прямоугольник (рис. 14).

Найти: P_{ABO}, S_{ABO}.

3. *Дано:* $ABCD$ – прямоугольник, $AB = 8$, $BC = 4$. $AK : AB = 3 : 8$; $CP : CD = 3 : 8$ (рис. 15).

Найти: P_{DKBP}, S_{DKBP}.

4. *Дано:* $ABCD$ – равнобедренная трапеция (рис. 16).

Найти: S_{ABCD}.

5. *Дано:* $ABCD$ – трапеция (рис. 17).

Найти: $\frac{S_{BOC}}{S_{AOD}}$.

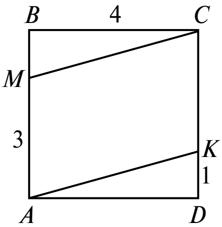

Рис. 13

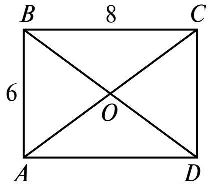

Рис. 14

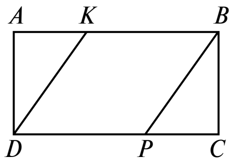

Рис. 15

6. *Дано: ABCD* – трапеция. *KE* || *BC* (рис. 18).
Найти: $|ME - KM|$.
7. *Дано: ABCD* – трапеция. *MK* || *AD*, *AC* = 12 (рис. 19).
Найти: NP, NO.
8. *Дано: ABCD* – трапеция (рис. 20).
Найти: P_{ABCD}, S_{ABCD}.
9. Рис. 21.
Найти: $\angle AOC$, P_{ABC}.
10. *Дано: ABCD* – трапеция (рис. 22).
Найти: S_{ABCD}.
11. Рис. 23.
Найти: $\angle BEC$.
12. Рис. 24. *AC* = 13.
Найти: AM, MC.
13. *Дано: AC* : *CD* = 4 : 5 (рис. 25).
Найти: CD.
14. Рис. 26.

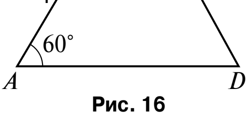

Рис. 16

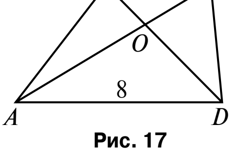

Рис. 17

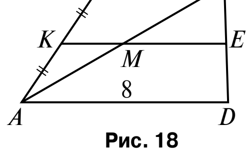

Рис. 18

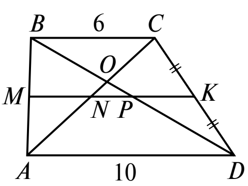

Рис. 19

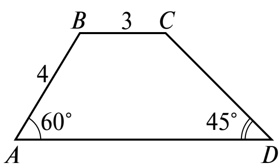

Рис. 20

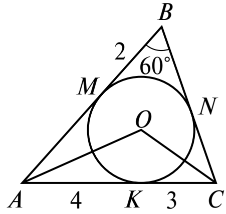

Рис. 21

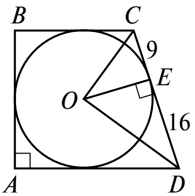

Рис. 22

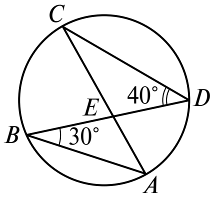

Рис. 23

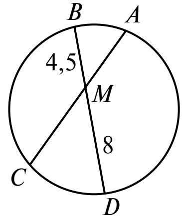

Рис. 24

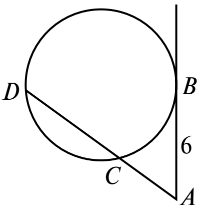

Рис. 25

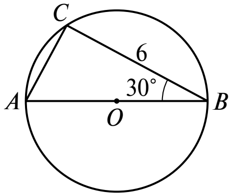

Рис. 26

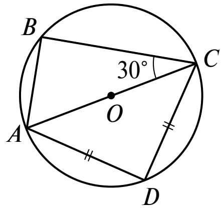

Рис. 27

Найти: S_{ACO}, S_{BCO}.

15. Рис. 27.

Найти: $\angle BAD$, $\angle BCD$.

Ответы к задачам по готовым чертежам:

1. $P = 16$; $S = 12$. 2. $P = 16$; $S = 12$. 3. $P = 20$; $S = 20$. 4. $S = 14\sqrt{3}$. 5. $S_{\text{BOC}} : S_{\text{AOD}} = \frac{1}{4}$. 6. $|ME - KM| = 1$. 7. $NP = 2$; $NO = 1{,}5$. 8. $P = 12 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$; $S = 8\sqrt{3} + 6$. 9. $\angle AOC = 120°$; $P_{\text{ABC}} = 18$. 10. $S = 588$. 11. $\angle BEC = 70°$. 12. 9 и 4. 13. $CD = 5$. 14. $S_{\text{ACO}} = S_{\text{BCO}} = 3\sqrt{3}$. 15. $\angle BAD = 105°$; $\angle BCD = 75°$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

За каждое правильно выполненное задание ставится 2 балла.

- оценка «5» – 14–18 баллов;
- оценка «4» – 10–12 баллов;
- оценка «3» – 6–8 баллов;
- оценка «2» – менее 6 баллов.

(Общая оценка за урок ставится как среднее арифметическое оценок за выполнение теоретического теста и за решение задач по готовым чертежам.)

V. Рефлексия учебной деятельности

(Учитель разбирает задачи, с которыми не справилось большинство учащихся.)

Домашнее задание

Решить задачи. I уровень сложности: задачи № 10–15 по готовым чертежам; II уровень сложности: дополнительные задачи № 1–4.

Дополнительные задачи

Задача 1. В ΔMNK со сторонами $MN = 5$ см, $NK = 8$ см, $MK = 9$ см вписана окружность, касающаяся стороны MK в точке E. Найдите расстояние от точки E до точки A биссектрисы NA ($A \in MK$). Найдите отношение радиуса описанной около треугольника окружности к радиусу вписанной окружности.

Ответ: $EA = \frac{6}{13}$ см; $R : r = 5 : 3$.

Задача 2. Хорды AB и CD пересекаются в точке E. $\angle AEC = 154°$, а дуга CB составляет 30% дуги AD. Найдите $\angle CB$ и $\angle AD$.

Ответ: $\angle CB = 12°$; $\angle AD = 40°$.

Задача 3. Диагонали ромба равны 10 см и 24 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны ромба.

Ответ: $4\frac{8}{13}$ см.

Задача 4. Трапеция $ABCD$ (BC и AD – основания) вписана в окружность, $\angle A = 62°$. Найдите дуги, на которые вершины трапеции делят окружность, если дуга AB равна 44°.

Ответ: 44°; 80°; 44°; 192°.

Урок 2. Вводное повторение

Основная дидактическая цель урока: совершенствовать навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

(Ученики в парах проверяют домашнее задание по готовым ответам, при наличии ошибок проводят работу над ошибками.)

Фронтальная работа с классом.

Решить задачи № 1, 2.

Задача 1. В прямоугольной трапеции один из углов равен 60°, а большая боковая сторона равна 8 см. Найдите основания трапеции и радиус вписанной в нее окружности.

Решение:

а) Проведем высоту CH (рис. 28), тогда ΔCDH – прямоугольный треугольник с углом C, равным $30°$, поэтому катет HD равен половине гипотенузы CD, т. е. $HD = 4$ см.

Значит, по теореме Пифагора

$CH = \sqrt{CD^2 - HD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ см.

б) Так как окружность вписана в трапецию, то $AB + CD = BC + AD$. $AB = CH = 4\sqrt{3}$ см, так как $ABCH$ – прямоугольник.

$AB + CD = 4\sqrt{3} + 8$ см $\Rightarrow BC + AD = 4\sqrt{3+8}$ см.

$AD = AH + HD = AH + 4$ см.

$BC = AH \Rightarrow BC + AD = 2BC + 4 = 4\sqrt{3} + 8$ см $\Rightarrow BC = 2\sqrt{3+2}$ см, $AD = 2\sqrt{3+6}$ см.

в) Проведем высоту трапеции через центр O окружности. Так как $MK \perp BC$ и $MK \perp AD$, то OM и OK – радиусы окружности, проведенные в точки касания M и K, тогда $MO = \dfrac{1}{2}CH = 2\sqrt{3}$ см, т. е. радиус вписанной окружности равен $2\sqrt{3}$ см.

Ответ: Основания трапеции равны $2\sqrt{3} + 2$ см и $2\sqrt{3} + 6$ см; радиус вписанной окружности равен $2\sqrt{3}$ см.

Задача 2. MN и MK – касательные к окружности с центром O (N и K – точки касания). Найдите градусную меру дуги NK, если $OM = 8$ см, а хорда NK делит отрезок OM точкой E в отношении $3 : 1$, считая от точки O.

Решение:

а) Так как MN и MK – отрезки касательных, проведенных из точки M (рис. 29), то $MN = MK$, $\angle 1 = \angle 2$, тогда $\Delta NME = \Delta KME$ по двум сторонам и углу между ними, следовательно, $\angle MEN = \angle MEK$. Но $\angle MEN + \angle MEK = 180°$, поэтому $OM \perp NK$.

б) $\Delta ONM \sim \Delta OEN$ по двум углам ($\angle ONM = \angle OEN = 90°$, $\angle O$ – общий), следовательно, $\dfrac{ON}{OF} = \dfrac{OM}{ON} \Rightarrow ON = \sqrt{OE \cdot OM}$.

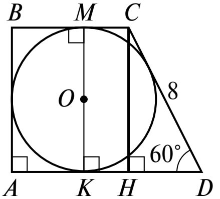

Рис. 28

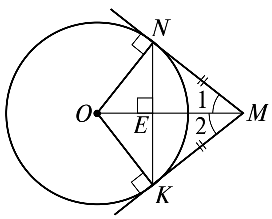

Рис. 29

$OM = 8$ см, $OE : EM = 3 : 1 \Rightarrow OE = \dfrac{3}{4}OM = 6$ см,

$ON = \sqrt{6 \cdot 8} = 4\sqrt{3}$ см.

в) В треугольнике ONE $\cos\angle NOE = \dfrac{OE}{ON} = \dfrac{6}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ $\angle NOE = 30° \Rightarrow \angle NOK = 60°$.

$\cup NK = \angle NOK = 60°$ или $\cup NK = 360° - \angle NOK = 300°$.

Ответ: 60° или 300°.

III. Самостоятельное решение задач с последующей проверкой

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

I уровень сложности: задачи № 1–4.

II уровень сложности: задачи № 3–6.

Задача 1. Отрезок BD – диаметр окружности с центром O. Хорда AC делит пополам радиус OB и перпендикулярна к нему. Найдите углы четырехугольника $ABCD$ и градусные меры дуг AB, BC, CD, AD.

Решение:

а) $\Delta OKC = \Delta OKA$ (рис. 30) по гипотенузе и катету ($\angle OKC = \angle OKA = 90°$, $OC = OA$ как радиусы, OK – общая), так как $OK = \dfrac{1}{2}CO = \dfrac{1}{2}AO$, то $\angle KCO = \angle KAO = 30°$, тогда $\angle COK = \angle AOK = 60°$.

б) ΔCOB и ΔAOB – равнобедренные ($CO = OB = OA$ как радиусы). $\angle COB = \angle AOB = 60°$, следовательно, $\angle OCB = \angle CBO = \angle OBA = \angle OAB = 60°$, тогда $\angle CBA = 120°$.

в) $\angle BCD = \angle BAD = 90°$ как углы, опирающиеся на диаметр BD.

г) Четырехугольник $ABCD$ – вписанный, тогда $\angle CBA + \angle CDA = 180°$, следовательно, $\angle CDA = 180°$, отсюда $\angle CDA = 180° - 120° = 60°$.

д) $\cup AB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = \dfrac{1}{2} \cdot 60° = 30°$.

$\cup BC = \dfrac{1}{2}\angle COB = \dfrac{1}{2} \cdot 60° = 30°$.

$\cup CD = \angle CBD = 60°$.

$\cup AD = \angle ADB = 60°$.

Ответ: $\angle ABC = 120°$, $\angle ADC = 60°$; $\angle BCD = \angle BAD = 90°$; $\cup AB = \cup BC = 30°$; $\cup CD = \cup AD = 60°$.

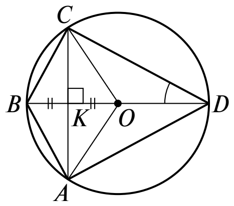

Рис. 30

Задача 2. Основание равнобедренного треугольника равно 16 см, боковая сторона равна 17 см. Найдите радиусы вписанной в него и описанной около него окружности.

Решение: $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{289 - 64} = 15$ см (рис. 31).

$S_{\text{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 15 = 120$ см^2.

$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 120}{17+17+16} = \frac{24}{15} = 4\frac{4}{5}$ см;

$R = \frac{abc}{4S} = \frac{17 \cdot 17 \cdot 16}{4 \cdot 120} = \frac{289}{30} = 9\frac{19}{30}$ см,

где a, b, c – стороны треугольника.

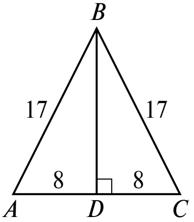

Рис. 31

Ответ: 4,8 см; $9\frac{19}{30}$ см.

Задача 3. Диагональ прямоугольника, вписанного в окружность, равна 10 см, а его площадь равна 48 см^2. Найдите радиус описанной окружности и стороны прямоугольника.

Решение:

а) Так как AC – диагональ прямоугольника (рис. 32), $\angle ABC$ – прямой, то AC – диаметр окружности, тогда радиус данной окружности равен половине AC, т. е. $AO = 5$ см.

б) $S_{\text{ABCD}} = 48$ см^2 $\Rightarrow S_{\text{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot S_{\text{ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot 48 = 24$ см^2.

$S_{\text{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BK \Rightarrow BK = S_{\text{ABC}} : \left(\frac{1}{2}AC\right) = 4{,}8$ см.

в) В ΔABC $\angle B = 90°$, $BK \perp AC \Rightarrow BK = \sqrt{AK \cdot KC}$.

Так как $AC = AK + KC = 10$ см $\Rightarrow$

$AK = 10 - KC \Rightarrow BK = \sqrt{(10 - KC) \cdot KC} \Rightarrow$

$(10 - KC) \cdot KC = (4{,}8)^2 \Rightarrow KC^2 - 10 \cdot KC +$
$+ 23{,}04 = 0$.

$D = 102 - 4 \cdot 1 \cdot 23{,}04 = 7{,}84 \Rightarrow$
$KC = 3{,}6$ см или $KC = 6{,}4$ см, тогда

$BC = \sqrt{BK^2 - KC^2} = 6$ см, $AB = \frac{S_{\text{ABCD}}}{\text{BC}} = 8$ см

или $BC = 8$ см, $AB = 6$ см.

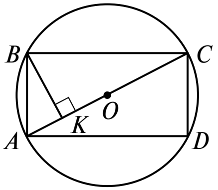

Рис. 32

Ответ: Стороны прямоугольника равны 6 см и 8 см, радиус описанной окружности равен 5 см.

Задача 4. Площадь четырехугольника $MNKP$, описанного около окружности радиуса 7 см, равна 182 см^2. Найдите стороны четырехугольника, если известно, что PK на 6 см больше MN, $NK : MP = 7 : 6$.

Решение: $S_{\text{MNKP}} = \frac{1}{2}P_{\text{MNKP}} \cdot r$, отсюда $P_{\text{MNKP}} = \frac{2 \cdot 182}{7} = 52$ см (рис. 33).

Четырехугольник $MNKP$ описанный, значит, $MN + PK = NK + MP = 26$ см.

По условию PK на 6 см больше MN, т. е. $MN + MN + 6 = 26$, отсюда $MN = 10$ см, $PK = 16$ см.

$NK : MP = 7 : 6 \Rightarrow NK = \frac{7}{6}MP \Rightarrow \frac{7}{6}MP + MP = 26 \Rightarrow MP = 12$ см, $NK = 14$ см.

Ответ: $MN = 10$ см; $PK = 16$ см; $MP = 12$ см; $NK = 14$ см.

Задача 5. В трапеции $ABCD$ диагонали равны, основания BC и AD равны 7 см и 9 см соответственно, а расстояние между ними – 8 см. Точки M, N, K, P – середины сторон трапеции. Найдите площадь четырехугольника $MNKP$.

Решение: Если в трапеции диагонали AC и BD равны (рис. 34), то $MN = NK = KP = MP$, так как $MN = \frac{1}{2}AC$, $PK = \frac{1}{2}AC$, $NK = \frac{1}{2}BD$, $MP = \frac{1}{2}BD$ как средние линии треугольников ABC, ACD, BCD и ABD соответственно, а также $MN \parallel PK \parallel AC$, $MP \parallel NK \parallel BD$, следовательно, $MNKP$ – ромб.

$S_{\text{MNKP}} = \frac{1}{2}MK \cdot NP$, MK – средняя линия трапеции $\Rightarrow$ $MK = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(7 + 9) = 8$ см, $MK \parallel BC \parallel AD$.

Диагонали ромба перпендикулярны, т. е. $MK \perp NP$, так как $MK \parallel BC \parallel AD$, то $NP \perp BC$, $NP \perp AD$, т. е. NP – расстояние между прямыми BC и $AD \Rightarrow NP = 8$ см.

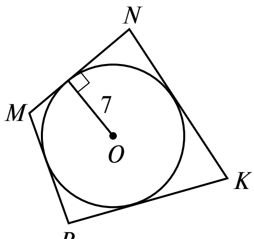

Рис. 33

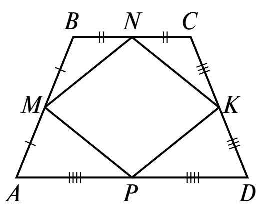

Рис. 34

$S_{MNKP} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$ см^2.

Ответ: 32 см^2.

Задача 6. В треугольнике MNK $MK = NK$, $\cos N = \frac{1}{3}$. Найдите отношение высот MH и KE треугольника MNK.

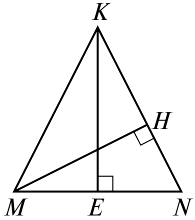

Рис. 35

Решение: $MK = NK$ (рис. 35), следовательно, ΔMNK – равнобедренный.

$\cos N = \frac{1}{3}$, тогда в прямоугольном треугольнике KEN $\cos N = \frac{NE}{KN} = \frac{1}{3} \Rightarrow KN = 3 \cdot NE$.

Так как высота KE является медианой треугольника MNK, то $MN = 2 \cdot NE$.

$\Delta NKE \sim \Delta NMH$ по двум углам ($\angle N$ – общий, $\angle KEN = \angle MHN = 90°$) $\Rightarrow \frac{NK}{NM} = \frac{KE}{MH} \Rightarrow \frac{KE}{MH} = \frac{3NE}{2NE} = \frac{3}{2}$, т. е. $MH : KE = 2 : 3$.

Ответ: $MH : KE = 2 : 3$.

(После окончания самостоятельного решения задач выполняется самопроверка по готовым ответам.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно решены три или четыре задачи;
- оценка «4» – правильно решены две задачи или правильно решена одна из задач, а при решении второй задачи допущены незначительные ошибки;
- оценка «3» – правильно решена одна задача или при решении двух задач допущены незначительные ошибки;
- оценка «2» – не ставится.

IV. Рефлексия учебной деятельности

(Учитель разбирает задачи, с которыми не справилось большинство учащихся.)

Домашнее задание

Решить задачи.

Задача 1. Радиусы двух окружностей, имеющих общий центр, относятся как 2 : 3. Хорда большей окружности касается меньшей окружности и равна 20 см. Найдите радиусы окружностей.

Ответ: $6\sqrt{5}$ см; $4\sqrt{5}$ см.

Задача 2. Стороны треугольника равны 15 см, 18 см и b см. Какие значения может принимать b? При каком значении b треугольник является прямоугольным?

Ответ: $3 < b < 33$; $b = 3\sqrt{11}$ см.

Задача 3. В прямоугольной трапеции боковые стороны равны 17 см и 15 см, а меньшее основание в два раза меньше большего основания. Найдите площадь трапеции.

Ответ: 180 см^2.

Задача 4. Круг радиуса 5 см касается трех сторон прямоугольника, одна из сторон которого равна 17 см. Найдите сумму расстояний от центра круга до вершин этого прямоугольника.

Ответ: $26 + 10\sqrt{2}$ см.

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru