

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ЧЕТВЕРТОМУ ИЗДАНИЮ

Первая часть учебника «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ), вышедшая пятым изданием в 1978 г., посвящена теории линейных электрических цепей.

Настоящая книга содержит вторую и третью части ТОЭ: теорию нелинейных цепей и теорию электромагнитного поля. В четвертое издание этих частей курса внесены некоторые изменения с учетом опыта преподавания по учебнику и программы ТОЭ для инженерно-технических специальностей.

В раздел нелинейных цепей внесены следующие изменения: теория управляемых нелинейных электрических цепей изложена на основе особенностей полевых и биполярных транзисторов и, как правило, исключены примеры применения ламповых триодов; в ряде примеров показаны расчеты установившихся и неустойчивых режимов нелинейных цепей с помощью ЭВМ «Наири-2», в частности, в § 7-8 показан расчет переходного процесса в нелинейной цепи 2-го порядка посредством интегрирования системы дифференциальных уравнений в форме Коши, т. е. методом переменных состояния; исключено описание физических процессов в  $p$ - $n$  переходе, излагаемое в настоящее время в курсах, предшествующих курсу ТОЭ; опущен вывод формулы потерь от вихревых токов.

В третьей части написана новая глава «Численные методы расчета электрических и магнитных полей». В обеих частях исправлены замеченные в предыдущем издании опечатки. В книге принята терминология в соответствии с ГОСТ 1988-74 и другими ныне действующими стандартами.

В связи с тем, что после подписания в печать первой части учебника опубликован ГОСТ 1494-77 «Электротехника. Буквенные обозначения основных величин» в тексте второй и третьей частей ряд буквенных обозначений отличается от принятых в первой части. В первую очередь это относится к обозначению комплексных величин.

Вторая часть написана Г. И. Атабековым, А. Б. Тимофеевым и С. С. Хухриковым, третья часть — С. Д. Купалюном, за исключением гл. 8, написанной В. А. Говорковым.

Авторы глубоко признательны преподавателям кафедры ТОЭ ЛПИ им. Калинина чл.-кор. АН СССР проф. К. С. Демирчяну и кандидатам техн. наук А. А. Модерову, В. С. Лопатину, А. Б. Новгородцеву и В. Л. Чечурину за ценные замечания и советы, способствовавшие улучшению книги.

*Авторы*

---

## ЧАСТЬ 2

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

#### ГЛАВА ПЕРВАЯ

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1-1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В первой части курса ТОЭ рассмотрены основные свойства и методы расчета линейных электрических цепей, существенная особенность которых заключается в применимости к ним метода наложения.

Напомним, что в линейном пассивном элементе ток связан с напряжением линейным уравнением — алгебраическим или дифференциальным — первого порядка. Линейные резисторы (сопротивления), катушки индуктивности (реакторы) и конденсаторы (емкости) имеют соответственно линейные зависимости тока от напряжения, потокосцепления от тока и заряда от напряжения.

Вторая часть курса посвящена изучению основных свойств и методов расчета нелинейных цепей. *Электрическая цепь считается нелинейной, если электрическое сопротивление, индуктивность или емкость хотя бы одного из ее участков зависит от значений или от направлений токов и напряжений на этом участке цепи.*

Процессы в нелинейных электрических цепях описываются нелинейными алгебраическими или дифференциальными уравнениями. Следует твердо запомнить, что метод наложения к таким цепям в общем случае неприменим.

Как уже отмечалось ранее, деление электрических цепей на линейные и нелинейные является в известной мере условным, так как в реальных электротехнических устройствах

физические процессы, происходящие в них, строго говоря, не подчиняются линейным законам.

Нелинейные элементы могут быть классифицированы по разным признакам.

В зависимости от способности рассеивать электрическую энергию в виде тепла или накапливать магнитную и электрическую энергию различают **нелинейный резистор** и нелинейные накопители энергии — **нелинейную катушку индуктивности** и **нелинейный конденсатор**.

Характеристики этих нелинейных элементов, получаемые экспериментально, задаются графиками, или таблицами, или приближенными аналитическими выражениями. Они представляют собой соответственно нелинейные зависимости тока от напряжения (вольт-амперная характеристика нелинейного резистора), потокосцепления или магнитного потока от тока (вебер-амперная характеристика нелинейной катушки индуктивности), заряда от напряжения (кулон-вольтная характеристика нелинейного конденсатора).

В данной главе, посвященной нелинейным электрическим цепям постоянного тока, рассматриваются только цепи с нелинейными резисторами (цепи без накопителей энергии).

В зависимости от отсутствия или наличия управляющего тока или напряжения, дополнительно воздействующего на элемент, различают неуправляемые и управляемые нелинейные элементы.

Характеристика **неуправляемого** элемента изображается одной кривой. В следующем параграфе приведены некоторые типовые вольт-амперные характеристики.

Характеристика **основной цепи управляемого** элемента изменяется под воздействием управления. Поэтому управляемые элементы характеризуются семейством кривых, параметром которых является управляющее воздействие. Рассмотрению управляемых элементов и их типовых характеристик посвящены гл. 5 и 6.

## **1.2. НЕКОТОРЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ИХ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

В зависимости от вида вольт-амперной характеристики различают нелинейные элементы с **симметричной** (относительно начала координат) и **несимметричной** характеристиками.

Условия работы нелинейного элемента с симметричной характеристикой не меняются при перемене знака тока и напряжения одновременно. Режим же работы элемента с несимметричной характеристикой существенно зависит от изменения знака тока и напряжения на выводах.

На рис. 1-1 показаны симметричные характеристики:  $I(U) = -I(-U)$ . Характеристику типа рис. 1-1, а имеет, например, лампа накаливания с металлической нитью. Загиб кривой  $I(U)$  обусловлен тем, что по мере увеличения тока нить нагревается сильнее и ее сопротивление возрастает.

Характеристику, представленную на рис. 1-1, б, имеет бареттер, т. е. проводниковый электровакуумный прибор,

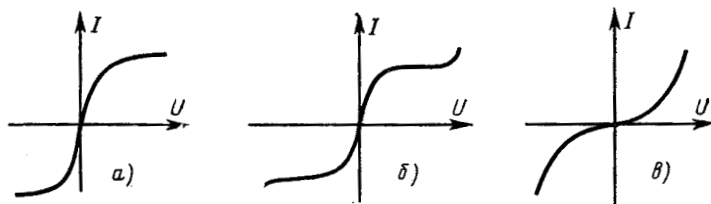


Рис. 1-1. Симметричные характеристики.

а — лампа накаливания с металлической нитью; б — бареттер; в — лампа накаливания с угольной нитью.

с помощью которого поддерживается неизменный ток при колебаниях напряжения в определенных пределах. Бареттер представляет собой стальную или вольфрамовую нить, помещенную в стеклянный баллон, наполненный водородом (при давлении в несколько тысяч паскалей — десятков миллиметров ртутного столба). Бареттер включается последовательно с нагрузкой и благодаря резкому увеличению его сопротивления при сравнительно небольшом возрастании тока напряжение на нагрузке колеблется в меньших пределах.

Вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 1-1, в, имеют лампа накаливания с угольной нитью, вилит и некоторые другие элементы, сопротивления которых уменьшаются с увеличением тока.

На рис. 1-2 показаны несимметричные характеристики. Обладающие такими характеристиками элементы способны пропускать ток практически только в одном направлении.

Вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 1-2, а, имеет электронный диод (двухэлектродная электронная лампа). Электрод, основным назначением которого

является испускание (эмиссия) электронов, называется катодом. Он выполняется в виде нити или цилиндра и нагревается непосредственно электрическим током (катод прямого накала) или специальным подогревателем (катод косвенного накала). Нагревание катода производится до такой температуры, при которой кинетическая энергия электронов становится больше так называемой работы выхода из металла и возникает термоэлектронная эмиссия.

Если второй электрод, называемый анодом, имеет нулевой потенциал относительно катода, то часть электронов, достигших анода, образует небольшой ток, а другая часть заполняет пространство между катодом и анодом (объемный

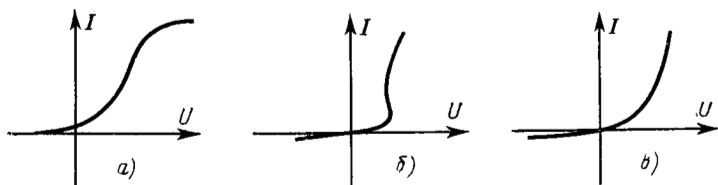


Рис. 1-2. Несимметричные характеристики.

*а* — электронный диод; *б* — газоразрядный диод; *в* — полупроводниковый диод.

заряд). При положительном потенциале анода относительно катода ток возрастает, плотность объемного заряда уменьшается и возникает новое состояние равновесия, соответствующее увеличенной скорости движения электронов к аноду. По мере роста потенциала анода ток стремится к предельному значению — току насыщения. Дальнейшее увеличение тока возможно лишь при повышении температуры катода.

Начальная часть вольт-амперной характеристики электронного диода подчиняется закону трех вторых:  $I = aU^{3/2}$ , где  $a$  — постоянный коэффициент, зависящий от конструкции лампы.

Вольт-амперную характеристику, представленную на рис. 1-2, б, имеет газоразрядный электровакуумный прибор — газотрон. Последний в отличие от электронного диода после откачки воздуха заполняется парами ртути или инертным газом (аргоном, неоном или гелием). Газотрон способен пропускать больший рабочий ток, чем электронный диод того же габарита.

К числу газоразрядных приборов с аналогичной вольт-амперной характеристикой относится диод с тлеющим разрядом, имеющий холодный катод при малой плотности тока. Диодом с тлеющим разрядом является, в частности, неоновая лампа с поверхностью катода, значительно большей поверхности анода. Как видно из рис. 1-2, б, в определенном диапазоне токов напряжение на газоразрядном приборе практически мало изменяется. Поэтому он может использоваться для стабилизации напряжения. Вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 1-2, в, имеет полупроводниковый диод — меднозакисный, селеновый, германиевый, кремниевый.

Способность электронных, газоразрядных и полупроводниковых диодов пропускать ток практически только в одном направлении широко используется для преобразования переменного тока в постоянный (см. § 3-4).

Преимущества полупроводниковых приборов — долгий срок службы, малые размеры и масса, малая чувствительность к сотрясениям, отсутствие расхода электроэнергии на подогрев — обусловили их широкое применение в различных областях техники, особенно в авиации.

### **1-3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И СМЕШАННОЕ СОЕДИНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Нелинейные электрические цепи простой конфигурации удобно рассчитывать графическим методом.

В данном параграфе рассматривается графический метод расчета нелинейных цепей с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов. Расчет нелинейной цепи сводится к нахождению токов и напряжений на участках цепи с помощью вольт-амперных характеристик.

#### **Последовательное соединение**

На рис. 1-3, а показано последовательное соединение двух элементов, характеристики которых представлены на рис. 1-3, б. Эти два нелинейных элемента можно заменить одним с характеристикой  $I(U)$ , изображенной на рис. 1-3, б жирной линией. Для этого, задаваясь произвольными значениями тока, суммируют соответствующие им абсциссы характеристик заданных элементов. Аналогично может быть построена результирующая характеристика

участка цепи с несколькими последовательно соединенными элементами.

Полученная характеристика  $I(U)$  позволяет непосредственно находить для любого напряжения  $U$ , приложенного к цепи, ток и напряжения на нелинейных элементах.

При фиксированном значении  $U$  ток и напряжение могут быть найдены без построения результирующей характеристики.

Для этого одну из заданных вольт-амперных характеристик следует сместить параллельно самой себе вдоль оси абсцисс вправо от начала координат на приложенное напряжение  $U$  и повернуть ее так, чтобы получить зеркальное изображение этой кривой относительно вертикали (рис. 1-4, а). Тогда точка пересечения кривой зеркального

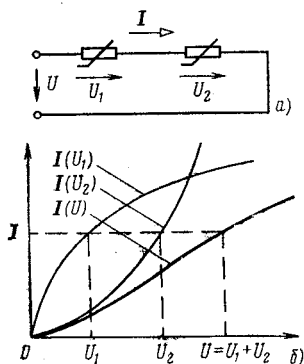


Рис. 1-3. Последовательное соединение элементов.

а — схема; б — характеристика.

изображения характеристики одного нелинейного элемента с характеристикой другой определит искомый ток в цепи и напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на нелинейных элементах.

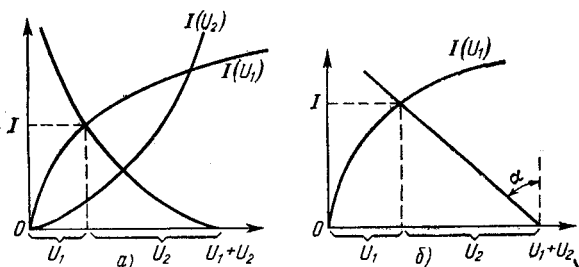


Рис. 1-4. Графическое определение тока и напряжений на двух последовательно соединенных элементах.

а — два нелинейных элемента; б — один нелинейный элемент.

Когда вторым элементом является линейное сопротивление  $r$  (нерегулируемый резистор), построение упрощается, как показано на рис. 1-4, б (здесь  $r = m_r \tan \alpha$ ;  $m_r = m_U / m_I$  — масштабный множитель сопротивления;  $m_U$  и  $m_I$  — масштабы напряжения, В/мм, и тока, А/мм, на рисунке).



Изменениям линейного сопротивления  $r$  при фиксированном приложенном напряжении  $U$  соответствует семейство прямых, имеющих различные углы наклона и сходящихся в общей точке  $U$  на оси абсцисс (рис. 1-5, а).

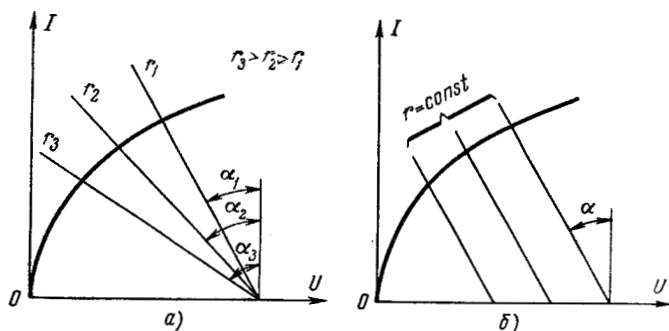


Рис. 1-5. Изменения линейного сопротивления (а) или приложенного напряжения (б).

В свою очередь изменениям приложенного напряжения  $U$  при фиксированном значении  $r$  соответствует семейство параллельных прямых, составляющих с вертикалью угол  $\alpha$  и отсекающих на оси абсцисс разные значения  $U$  (рис. 1-5, б).

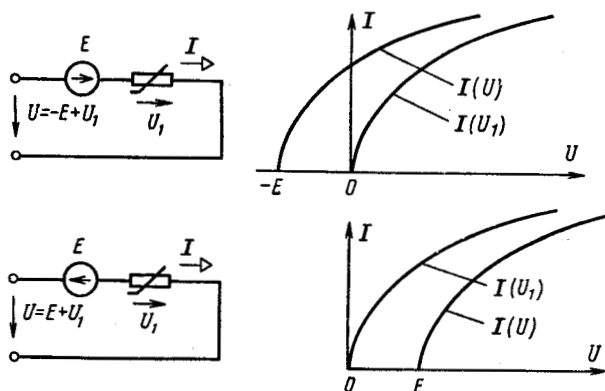


Рис. 1-6. Характеристика участка цепи, содержащего нелинейный элемент и источник постоянной э. д. с.

Если последовательно с нелинейным элементом включен идеальный источник постоянной э. д. с., то вольт-амперная характеристика участка цепи, содержащего этот элемент

и источник, получается смещением характеристики нелинейного элемента на значение э. д. с. источника  $E$  влево или вправо в зависимости от полярности источника (рис. 1-6).

Следует обратить внимание на то, что на рис. 1-3 — 1-6 положительное направление для напряжений выбрано совпадающим с положительным направлением тока.

Если изменить положительное направление напряжения, то получится характеристика  $I(-U)$ , отличающаяся от исходной  $I(U)$  только знаком координат напряжения: кривые  $I(U)$  и  $I(-U)$  симметричны относительно оси токов.

Если изменить положительное направление тока, то характеристики  $I(U)$  и  $-I(U)$  будут отличаться знаком координат тока: они симметричны относительно оси напряжений.

Наконец, если изменить положительные направления тока и напряжения одновременно, то изменятся знаки координат тока и напряжения: кривые  $I(U)$  и  $-I(-U)$  симметричны относительно начала координат.

### Параллельное соединение

На рис. 1-7. показано параллельное соединение двух нелинейных элементов, характеристики которых представлены на рис. 1-8. Эти два элемента могут быть заменены одним с характеристикой  $I(U)$ , изображенной жирной линией. Для этого, задаваясь произвольными значениями

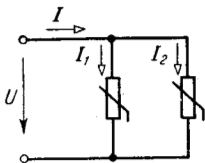


Рис. 1-7. Параллельное соединение двух элементов.

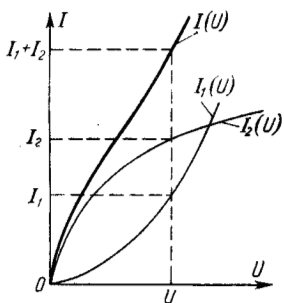


Рис. 1-8. Характеристика параллельного соединения элементов.

напряжения, суммируют соответствующие ординаты заданных характеристик.

Аналогично может быть построена результирующая характеристика цепи и при параллельном соединении нескольких нелинейных элементов.

Для нахождения токов при параллельном соединении построение результирующей характеристики не требуется, так как в данном случае токи находятся непосредственно по характеристикам элементов. Результирующая характеристика параллельно соединенных нелинейных элементов используется в том случае, когда по заданному току  $I$  требуется определить напряжение  $U$ , а также при смешанном соединении элементов.

Если параллельно с нелинейным элементом включен идеальный источник постоянного тока, то вольт-амперная характеристика участка цепи, содержащего этот элемент и источник, получается смещением характеристики элемента на значение тока источника в сторону положительных или отрицательных значений тока в зависимости от полярности источника (рис. 1-9).

В случае, когда нелинейный резистор присоединен к какой-нибудь линейной электрической цепи, можно, применив теорему об эквивалентном источнике тока, получить схему с тремя параллельно соединенными элементами: идеальным источником тока, линейным и нелинейным сопротивлениями. Предлагаем читателям распределить токи в такой схеме с помощью «секущей» по аналогии с рис. 1-5.

### Смешанное соединение

Случай смешанного соединения трех нелинейных элементов показан на рис. 1-10, а. После замены двух параллельно соединенных элементов одним эквивалентным схема со смешанным соединением приводится к рассмотренной ранее схеме последовательного соединения. Графическое построение для определения токов и напряжений приведено на рис. 1-10, б.

**Пример 1-1.** Для стабилизации тока в цепи с сопротивлением нагрузки  $r = 30$  Ом применен бареттер, вольт-амперная характеристика которого показана на рис. 1-11. Требуется определить возможные пре-

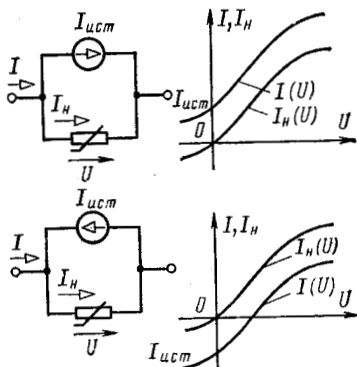


Рис. 1-9. Характеристика участка цепи, содержащего нелинейный элемент и источник постоянного тока.

делы изменения приложенного к цепи напряжения, при которых ток в цепи будет изменяться от 0,25 до 0,3 А.

На характеристике бареттера находим точки 1 и 2, соответствующие заданным пределам изменения токов. Через эти точки проводятся прямые под углом  $\alpha$  к вертикальной оси, причем  $\alpha = \arctg \frac{r}{m_r}$ .

Эти прямые пересекают ось абсцисс в двух точках, определяющих пределы изменения напряжения: 20 и 45 В.

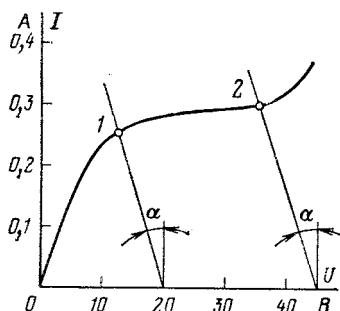
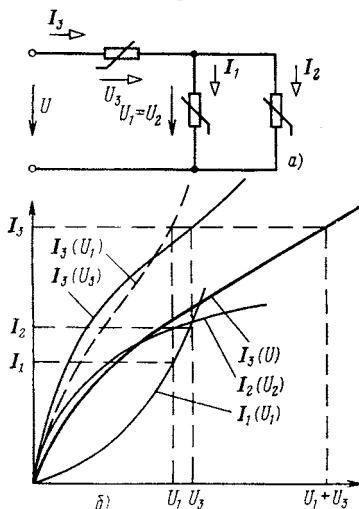


Рис. 1-10. Смешанное соединение. Рис. 1-11. Пример 1-1.

$\alpha$  — схема; б — характеристики.

**Пример 1-2.** Лампа накаливания и линейный резистор  $r$ , соединенные последовательно, подключены к источнику напряжения  $U =$

$= 220$  В. Номинальное напряжение лампы 127 В; ее характеристика задана таблицей:

$U_{\text{л}},$ В	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
$I,$ А	0	0,2	0,3	0,38	0,44	0,5	0,56	0,61	0,65	0,69	0,71	0,75

Какова мощность, потребляемая лампой, если напряжение сети снизится до 180 В?

По характеристике напряжению 127 В соответствует ток 0,57 А. При этом напряжение на резисторе  $r$

$$U_r = U - U_{\text{л}} = 220 - 127 = 93 \text{ В},$$

откуда сопротивление резистора

$$r = \frac{93}{0,57} = 165 \text{ Ом}.$$

Пользуясь построением, аналогичным рис. 1-4, находим ток в цепи 0,5 А при напряжении источника питания 180 В, а также напряжение на лампе 100 В. Искомая мощность равна  $100 \cdot 0,5 = 50$  Вт.

#### 1.4. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ С ДВУМЯ УЗЛАМИ

##### Графический метод

В предыдущем параграфе пояснялась возможность получения характеристики нелинейного элемента, эквивалентного двум параллельно соединенным. Аналогичное построение возможно и для нескольких параллельных ветвей, которые наряду с нелинейными элементами могут содержать и идеальные источники постоянной э. д. с., включенные последовательно с ними (рис. 1-12, а).

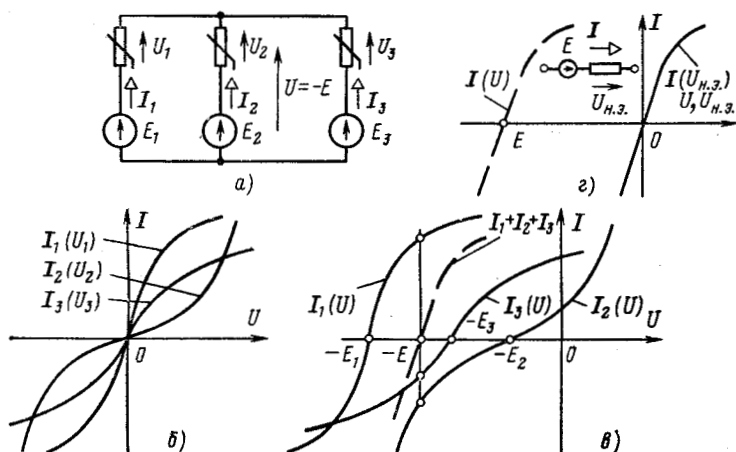


Рис. 1-12. Нелинейная цепь с двумя узлами.

а — схема; б — характеристики элементов; в — определение напряжения между узлами и токов в ветвях; г — эквивалентная цепь и ее характеристика.

Для этого предварительно строится вольт-амперная характеристика каждой ветви; в рассмотренном здесь случае она получается смещением соответствующей характеристики элемента (рис. 1-12, б) на заданную э. д. с. влево от начала координат (рис. 1-12, в). Затем строится результирующая характеристика  $I_1 + I_2 + I_3$  параллельных ветвей, показанная на рис. 1-12, в и г пунктиром. Она оказывается смещенной влево от начала координат на э. д. с.  $E$ , которую можно рассматривать как э. д. с. эквивалентной цепи.

На рис. 1-12, г изображены характеристики эквивалентной цепи, состоящей из идеального источника постоянной э. д. с.  $E$  и последовательно соединенного с ним нелиней-

ного сопротивления. Характеристика этого нелинейного сопротивления показана на рис. 1-12, *г* сплошной линией.

Так как сумма токов  $I = I_1 + I_2 + I_3$  в узле равна нулю, то в эквивалентной цепи ток отсутствует. Следовательно,  $E$  равно потенциалу верхнего узла относительно нижнего узла исходной схемы.

Отсюда находятся напряжения на каждом элементе:

$$U_1 = E_1 - E; \quad U_2 = E_2 - E;$$

$$U_3 = E_3 - E.$$

Ток в каждом нелинейном элементе определяется по соответствующей вольт-амперной характеристике.

Характеристики эквивалентной цепи, изображенные на рис. 1-12, *г*, могут быть использованы для расчета, если к заданной двухузловой схеме добавится какая-либо новая ветвь (с линейным или нелинейным элементом).

Описанный метод расчета применим и в том случае, когда источники э. д. с. содержатся не во всех параллельных ветвях.

Графический метод расчета требует большой точности выполнения чертежа. При недостаточной точности или малом масштабе результат может получиться неудовлетворительным.

### Численный метод

Численный метод дает возможность найти достаточно точное решение при минимуме графических построений. Расчет удобно вести в табличной форме:

$E$	$U_1 = E_1 - E$	$U_2 = E_2 - E$	$U_3 = E_3 - E$	$\Sigma I$

Задаются каким-нибудь ожидаемым значением напряжения  $E$  между верхним и нижним узлами; производят расчет в указанной последовательности и находят соответствующее значение  $\Sigma I$ . Задаваясь другими значениями напряжения между узлами, продолжают эту операцию до тех пор, пока  $\Sigma I$  не изменит знака. Затем по данным таблицы строят

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)