СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Уравнения и формулы. Большинству из нас они знакомы по школьным урокам математики, физики и химии. Но, вероятнее всего, даже те из них, что были некогда вызубрены для экзаменов, теперь пылятся где-то на задворках нашего взрослого разума — позабытые и, казалось бы, совершенно ненужные. В конце концов, нам действительно чаще всего требуются простейшие арифметические действия, а в самом крайнем случае (скажем, за неделю до зарплаты) — умение пользоваться калькулятором на смартфоне. Так зачем возвращаться к этим никчемным, бесполезным, никому не нужным штукам, если для задачи, которая внезапно потребовала решения, уже наверняка придумали приложение, электронную таблицу или программу?

Насколько мы можем судить, наша Вселенная подчиняется неким законам. Мы называем эти законы наукой и записываем математическим языком — при помощи уравнений. Абсолютно все — от образования галактик до расположения веснушек на носу ребенка — есть результат решения уравнений. Нравится вам это или нет, предпочитаете ли вы «метод научного тыка» или упорядоченные действия — уравнения сопровождают каждый аспект вашей жизни. Совершенно неважно, насколько решение уравнений доступно вашему пониманию — они управляют всем, что происходит вокруг. Так может быть, пора поближе познакомиться с миром математики?

Безусловно, уравнения помогут вычислить, какой дистанции следует придерживаться, чтобы избежать столкновения машин в час пик. Но они могут оказаться полезными и в чрезвычайных обстоятельствах — когда на кону стоит больше, чем выплата по страховке. Что, если вместо того, чтобы поутру тащиться на скучную работу в офис мистера Претенциозность, вы перехватываете сообщение от обитателей другой галактики? Или, останавливая чудовищный разлив нефти в Тихом океане, предупреждаете международный конфликт? В старом добром уравнении нуждаются даже важные для всех и шаткие с точки зрения международной дипломатии ситуации. Математика — то, что движет миром, а совершенствование математических знаний — то, что поможет развитию технологий и, возможно, спасет планету от экологической катастрофы!

Однако прежде, чем приняться за спасение жизней, давайте вспомним основы математики. Они понадобятся, если вы хотите читать эту книгу хоть сколько-нибудь осознанно.

Любому из нас, бывает, требуется помощь с математикой. Даже такие гении, как Исаак Ньютон и Альберт Эйнштейн, время от времени затруднялись записывать свои теории математическим языком и обращались за помощью к экспертам. Я не смогу быть рядом и помогать, пока вы читаете. Но я написал несколько пояснений: они облегчат понимание тех вещей, которые вы, возможно, успели подзабыть со школьных времен. Уверены в собственных знаниях — пропускайте этот раздел. К нему можно будет вернуться, если вдруг поймете, что переоценили свои способности.

Порядок действий

Всякий раз, когда вы видите выражение, требующее вычислений — или операций, как это называют математики, — вам нужно определить последовательность шагов. В отличие от письма или чтения, где мы движемся слева направо, в математике необходимо следовать определенному порядку.

Вычисления следует производить согласно аббревиатуре BIDMAS*:

Скобки
Возведение в степень
Деление
Умножение
Сложение
Вычитание

Например, выражение $5 - 3 + (2 \times 8) \div 4^2$ содержит все шесть действий. Итак, начнем со скобок. Мы видим, что $2 \times 8 = 16$, и наш пример становится таким:

$$5 - 3 + 16 \div 4^2.$$

Далее по плану возведение в степень («в степени n» означает «в n раз больше»). Такую степень мы видим над числом 4. 4^2 — это число 4, умноженное само на себя. Поскольку $4 \times 4 = 16$, мы получаем:

$$5 - 3 + 16 \div 16.$$

* Аббревиатура BIDMAS происходит от принятой в математике последовательности операций: brackets (скобки), indices (степени), division (деление), multiplication (умножение), addition (сложение), subtraction (вычитание). — *Прим. пер.*

Затем идет деление: $16 \div 16 = 1$. Теперь наше выражение принимает вид:

$$5 - 3 + 1.$$

Сложение –3 и 1 дает нам –2:

$$5 - 2.$$

У нас на руках остается простое вычитание:

$$5 - 2 = 3.$$

Сокращение дробей

Эквивалентность дробей — важное понятие: это означает, что дроби, пусть и записанные по-разному, могут соответствовать одному и тому же числу. Например, как мы знаем, одна вторая — то же самое, что и две четверти:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}.$$

Дроби принято оставлять в несократимом виде, то есть использовать наименьший возможный знаменатель (число под чертой) при целом числителе (число над чертой). Будь нам неизвестно, что две четверти эквивалентны половине, мы могли бы сократить дробь, найдя число, которому кратны и числитель, и знаменатель. Для двух четвертей оно будет равно двум, так как на него делятся и 2, и 4. Поделив оба числа на 2, мы сократим дробь, но ее значение останется таким же.

Если бы у нас было восемь двенадцатых, мы могли бы разделить числитель и знаменатель на 2 или на 4. Чтобы полностью сократить дробь, используем наибольший общий делитель:

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}.$$

Нет такого числа, которому были бы кратны 2 и 3, значит, наша работа завершена.

Степени и корни

Пример возведения в степень мы видели в подразделе «Порядок действий». Степень показывает, сколько раз число следует умножить само на себя. Так, вместо 3^5 мы могли бы написать $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$. Истинное значение 3^5 составляет 243 — а это, согласитесь, совсем не то же самое, что $3 \times 5 = 15$ (при возведении в степень такую ошибку допускают очень часто).

Извлечение корня — операция, обратная возведению в степень. Лучше всего мы знакомы с квадратными корнями, обозначающими действие, противоположное — или обратное, как выражаются математики, — возведению в квадрат (однократное умножение числа на себя). Например:

$$8^2 = 8 \times 8 = 64;$$

$$\sqrt{64} = 8.$$

Возведя 8 в квадрат, мы извлекаем из полученного числа квадратный корень и возвращаемся к тому, с чего начали. А дальше мы можем возводить число в любую степень, которая будет отлична от второй, и точно так же извлекать любой корень, отличный от квадратного: например, вычислить значение третьей степени числа 8 и извлечь из полученного кубический корень:

$$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512;$$

$$\sqrt[3]{512} = 8.$$

Решение уравнений

Строго говоря, уравнение — это задача с неизвестным. Сумеете ли вы найти неизвестное, если я скажу, что, умножив его на 4 и прибавив 3, мы получим 13? Алгебра позволяет записать задачу в кратком виде. Заменим загаданное число буквой y — переменной, и мой вопрос станет выглядеть так:

$$4 \times y + 3 = 13.$$

Чтобы еще больше упростить запись и заодно избежать путаницы между знаком умножения и буквой x, сократим $4 \times y$ до 4y:

$$4y + 3 = 13.$$

Чтобы определить неизвестное число, то есть найти решение, или корень уравнения, начинаем с правой части выражения (суммы) и производим действия в обратном порядке. Из числа 13 вычитаем 3, а полученную разность делим на 4:

$$y = (13 - 3) \div 4.$$

Обратите внимание: наша первая операция — вычитание — заключена в скобки. Не будь их, нам пришлось бы, согласно установленному порядку действий, начинать с деления. Итак:

$$y = (13 - 3) \div 4;$$
$$y = 10 \div 4;$$
$$y = 2{,}5.$$

Уравнение решено! Имейте в виду, что есть и альтернатива: разбивать обратные операции на несколько этапов. Такой подход пригодится, если неизвестное встречается несколько раз:

$$3a + 6 = 7a - 2.$$

Например, если мы увеличим обе части уравнения на 2, то в правой избавимся от –2. Задача примет следующий вид:

$$3a + 8 = 7a,$$

затем из обеих частей вычтем 3a:

$$8 = 4a,$$

и, наконец, разделив и левую, и правую части на 4, получим ответ:

$$a = 2.$$

Этот метод прекрасно работает в приведенных выше линейных уравнениях — задачах с неизвестным без степени. Квадратные уравнения, то есть те, где подлежащее определению число возведено в квадрат, сложнее, поскольку у них может быть два, один или даже ни одного корня. И, хотя есть различные методы решения подобных задач, я, опустив подробности, просто предложу использовать для вычисления формулу $ax^2 + bx + c = 0$. Итак, никакого волшебства:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Оставлю ее как вызов самому добросовестному из читателей. Пусть проверит!

Формулы

Формула — это способ показать математическую связь между величинами. Например, фут равен 30,48 см. Мы можем представить это следующей формулой:

$$c = 30{,}48f.$$

Буква f обозначает количество футов, c — количество сантиметров. Будь мы в США, где фут все еще остается стандартной единицей измерения длины, отношение помогло бы нам вычислить, сколько сантиметров в 6 футах. Нужно только заменить f на 6:

$$c = 30{,}48 \times 6;$$
$$c = 182{,}88.$$

Итак, 6 футов — это 182,88 см.

В приведенном примере c — преобразуемое выражение. Если известна длина в сантиметрах, но ее следует перевести в дюймы, f нужно перенести в левую часть формулы, то есть должно получиться «f =». Действия будут напоминать решение уравнения. Чтобы вычислить c, мы умножали f на 30,48. Значит, разделив c на 30,48, получим:

$$f = c \div 30{,}48.$$

Другими словами, если бы мы захотели узнать, сколько футов в 182,88 см, то разделили бы это число на 30,48, получив 6 футов.

Неравенства

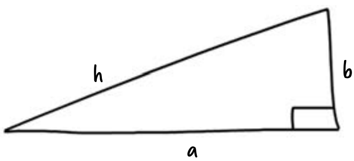
Часто цель математических действий — удостовериться и показать, что x равно определенному числу. Но иногда подобная конкретика нежелательна или невозможна, поскольку есть необходимость рассмотреть диапазон значений. Именно для этого мы и прибегаем к неравенствам. Допустим, по опыту мне известно, что каждое воскресенье за обедом моя семья съедает больше 7, но до 12 картофелин. Если представить количество картофеля в виде p, то «больше 7» будет выглядеть как $p > 7$. Предлагаю рассматривать символ неравенства как пасть прожорливого крокодила, который всегда норовит выбрать из двух объектов тот, который больше (в нашем случае это p), и съесть его. Поскольку «7 меньше p» означает то же, что и «p больше 7», выражение можно записать и наоборот: $7 < p$. «До 12» означает, что p может быть как меньше, так и равно 12. Неравенство будет выглядеть следующим образом: $p \leq 12$. У символа появилась дополнительная палочка, которая означает, что p способно быть не только меньше, но и равняться 12. Записав рядом оба выражения, мы охватим весь диапазон возможных значений p:

$$7 < p \text{ и } p \leq 12, \text{ или}$$
$$7 < p \leq 12.$$

Это все, что нам следует знать, чтобы вычислить, сколько картофелин понадобится для воскресного обеда.

Теорема Пифагора

Эта легендарная теорема (а о других вы слышали хотя бы раз ?) устанавливает соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.



Квадрат самой длинной стороны треугольника, или гипотенузы, равен сумме квадратов других более коротких сторон (они же катеты). Если известна длина обоих катетов, гипотенуза вычисляется по этой формуле:

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Захотим узнать длину одной из коротких сторон — воспользуемся этой:

$$a = \sqrt{h^2 - b^2}.$$

Раскрытие скобок

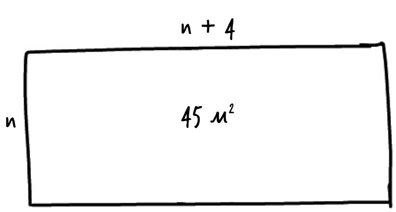
Бывает, что в уравнениях присутствуют скобки. Предположим, у нас есть некое число. Если прибавить к нему 4, а потом умножить полученную сумму на исходное число, получится 45. Все это можно представить в виде вот такого уравнения:

$$n \times (n + 4) = 45.$$

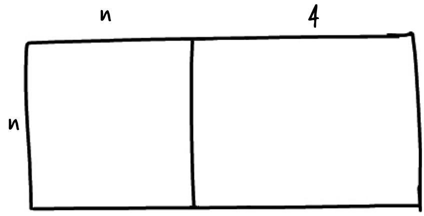
Знак умножения при записи обычно опускается:

$$n(n + 4) = 45.$$

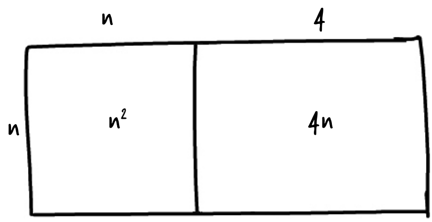
Прежде чем решить уравнение, нужно избавиться от скобок. Чтобы облегчить задачу, предлагаю представить ее в виде прямоугольника, одна сторона которого равна n метров (м), другая — n + 4 метров. Он будет выглядеть так:



Поделив длинную сторону на два отрезка, один из которых имеет длину n метров, а другой — 4 метра, получим прямоугольник и квадрат:



Теперь можем определить площадь каждой фигуры:



Таким образом, общая площадь прямоугольника получается равной $n^2 + 4n$, что составляет 45:

$$n^2 + 4n = 45.$$

Видите? Скобок больше нет! Процесс называется умножением на скобку, или ее раскрытием. Полученное квадратное уравнение решается с помощью формулы, приведенной в подразделе «Решение уравнений».

Вынесение за скобки общего множителя

Алгебраический метод, противоположный раскрытию скобок, может быть полезен при решении уравнений или преобразовании формул. Рассмотрим на примере:

$$4 \times 3 + 5 \times 3 = (4 + 5) \times 3.$$

Проведя операции, получим:

$$12 + 15 = 9 \times 3$$
$$27 = 27.$$

Равенство истинно. Истинно и то, что мы могли бы заменить тройку любым другим числом и получить: четыре раза по столько-то плюс пять раз по столько-то — это девять раз по столько-то. Если вместо «столько-то» мы возьмем букву, выражение станет алгебраическим, а задача примет такой вид:

$$4a + 5a = (4 + 5)\,a.$$

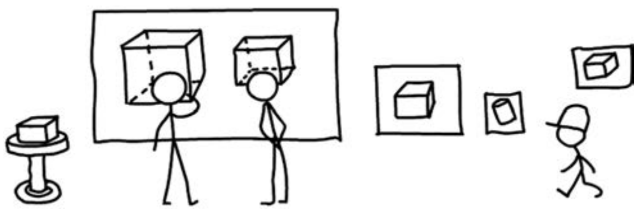
Обе части уравнения здесь, конечно, равны 9a. Такой процесс называется вынесением за скобки общего множителя. Можем пойти еще дальше и заменить 4 и 5 на другие неизвестные:

$$Xa + Ya = (X + Y)a.$$

Это умение — выносить общий множитель за скобки — пригодится при решении уравнений, где одно и то же неизвестное встречается несколько раз.

Надеюсь, что вышеизложенные основы помогли вам освежить воспоминания, и теперь вы готовы рассмотреть первую ситуацию. Все еще не уверены в собственных силах? Не волнуйтесь. В каждой главе мы внимательно, шаг за шагом и с подробными объяснениями разберем любую возможную проблему. Да, и никаких экзаменов. Возможно, вам это и не приходило в голову после школы, но, прочитав эту книгу, вы поймете, что на самом деле для каждого случая есть свое уравнение.

ГЛАВА 1
ПРЯМИКОМ ИЗ ЛУВРА



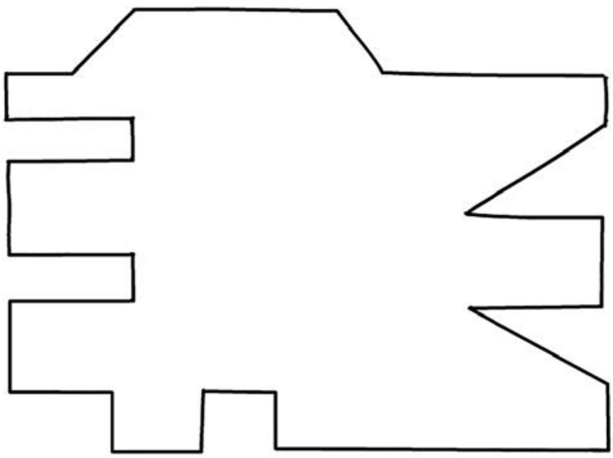
Как частный консультант по безопасности вы не имеете себе равных: ряд недавних громких дел даже привлек внимание международных СМИ. Но как только на пороге вашего офиса появляется разодетая по последней парижской моде дама, вы тут же отменяете все свои встречи и, предложив ей чай/кофе, соглашаетесь выяснить, кто из сотрудников Лувра подменяет шедевры практически идеальными копиями. Бюджет, который музей выделяет на безопасность, сильно ограничен. Вместе с заказчицей вам предстоит придумать, как при минимальном количестве охранников уберечь картины, скульптуры и прочие художественные ценности, представленные на выставке, которая недавно открылась… ну, скажем, в зале математического искусства. При этом заказчица требует, чтобы каждая часть экспозиции находилась под постоянным наблюдением хотя бы одного охранника. Как эффективно решить поставленную задачу?*

---

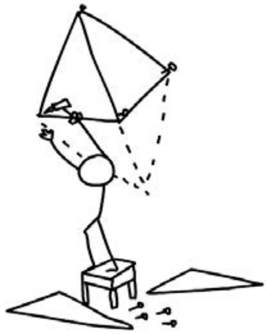
* Выдумка автора. — *Прим. пер.*

Мы должны обратиться к математической логике и попытаться мыслить геометрически. Давайте начнем рассуждать о помещении и его безопасности на языке математики. Итак: обозначьте необходимое количество охранников буквой g, а затем посмотрите, получится ли уменьшить это значение. Прежде всего вам нужно разобраться в многоугольниках (полигонах).

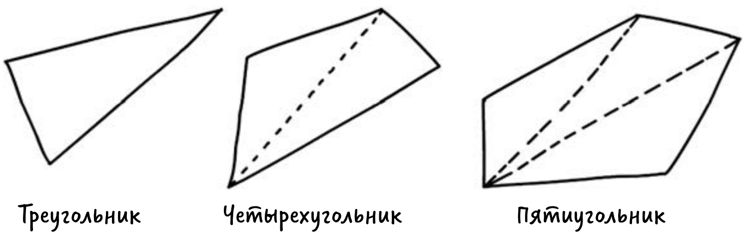
Многоугольники — плоские фигуры с прямыми сторонами. В большинстве случаев план помещения представляет собой совокупность многоугольников, которые в основном (но не всегда, что можно увидеть на представленной ниже планировке) имеют прямые углы.



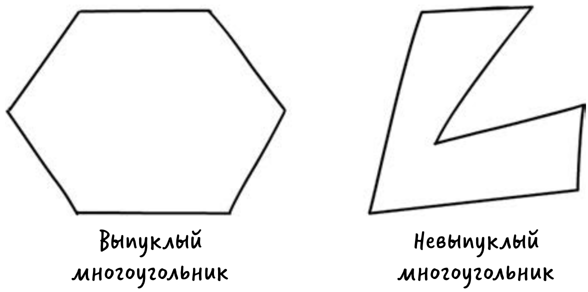
Многоугольники принято называть по количеству сторон. Треугольник представляет собой многоугольник с тремя сторонами (для полигона это число сторон является минимально возможным). Если склеить два треугольника, сторона к стороне, получится четырехсторонняя фигура, известная как четырехугольник.



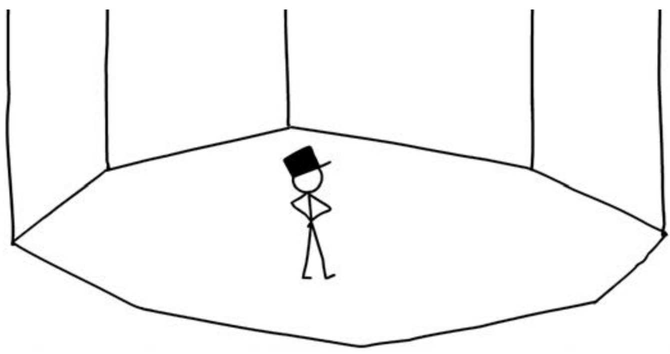
Четырехугольники — прямоугольник, квадрат, трапеция, дельтоид, параллелограмм и ромб. Добавьте к двум склеенным треугольникам еще один, и образуется пятиугольник — многоугольник с пятью сторонами. Приклеивая новые и новые треугольники, вы увеличиваете количество сторон полигона.



Многоугольники бывают выпуклыми и невыпуклыми. У первых все внутренние углы меньше 180°: это означает, что, если вы смотрите на фигуру со стороны, вам кажется, будто ее стороны, как и углы, выдаются вперед, то есть являются выпуклыми. У многоугольников второй разновидности, невыпуклых, как минимум пара-тройка внутренних углов больше 180°, и появляется ощущение, что углы направлены внутрь фигуры.



Вообразите, что находитесь в комнате, план которой выглядит как выпуклый многоугольник. Где бы вы ни стояли, для обзора доступен любой угол. Если выражаться математическим языком, у вас есть возможность провести прямую от своего местоположения к каждой точке в помещении. В таком контексте линия будет означать направление обзора, а значит, для охраны любой выпуклой комнаты хватит одного человека.



К сожалению, проектировщик зала математического искусства хотел блеснуть оригинальностью или, возможно, просто увеличить площадь экспозиции, поэтому помещение приобрело вид невыпуклого многоугольника с 28 сторонами — икосиоктагона, если использовать точный термин. Точки внутри помещения, из которой можно провести прямую линию в любую часть многоугольника, не пересекая его сторон, не существует, и потому у нас есть все основания заявить: для наблюдения понадобится больше одного охранника. Итак, нам известно, что $g > 1$. Наверное, это и так было очевидно, однако теперь у нас появилась отправная точка.

Как уже было сказано, многоугольник можно собрать из треугольников. И, как вы, вероятно, помните со школьных времен, внутренние углы последних составляют в сумме 180°. У треугольника три угла, каждый из которых должен быть меньше 180°, а значит, эта фигура точно не является невыпуклой. Получается, что для полноценной охраны любой треугольной комнаты достаточно одного человека. (Подобное заключение, конечно, не относится к четырехугольникам или многоугольникам с количеством сторон больше трех, так как любая из этих фигур может оказаться невыпуклой.) Итак, теперь вам известно, что на каждый из треугольников, составляющих икосиоктагон, клиентке потребуется самое большее по одному охраннику. В этой связи, наверное, есть смысл упомянуть, что треугольников в многоугольнике всегда на два меньше, чем сторон: треугольник — это один треугольник (что само собой разумеется) и три стороны, четырехугольник — два треугольника и четыре стороны, пятиугольник — это три треугольника и пять сторон…

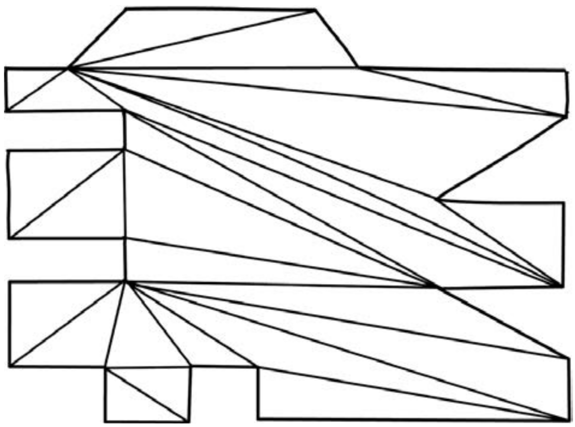
Итак, число g для комнаты с количеством стен n должно равняться по меньшей мере $n - 2$, что дает нам $g \leq n - 2$. Если объединить это неравенство с предыдущим ограничением, получим вот что:

$$1 < g \leq n - 2.$$

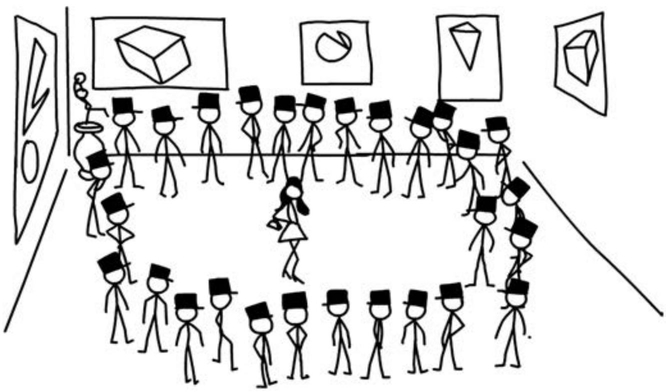
В случае с нашим залом, где по условию $n = 28$, диапазон возможных значений g будет представлен так:

$$1 < g \leq 26.$$

Разбить полигональное помещение на треугольники можно следующим образом:



Разумеется, существуют и другие варианты, однако в том, что 28-сторонний полигон будет составлен из 26 треугольников, можно быть абсолютно уверенным.



Ход ваших рассуждений, кажется, устраивает клиентку, но у нее имеются вполне понятные опасения, что

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru