


# СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	5
Точка, прямая, отрезок.....	5
Луч, угол .....	11
Сравнение и измерение отрезков и углов .....	15
Смежные и вертикальные углы. Перпендикулярные прямые.....	21
ТРЕУГОЛЬНИКИ .....	27
Треугольник.....	27
Первый признак равенства треугольников.....	33
Медианы, биссектрисы и высоты треугольника .....	37
Свойства равнобедренного треугольника .....	40
Второй признак равенства треугольников.....	43
Третий признак равенства треугольников.....	47
ОКРУЖНОСТЬ.....	51
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ .....	54
Признаки параллельности двух прямых .....	54
Углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей.....	60
СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА .....	64
Сумма углов треугольника .....	64
Соотношения между сторонами и углами треугольника .....	69
Прямоугольный треугольник и его свойства .....	73
Признаки равенства прямоугольных треугольников.....	77
ОТВЕТЫ.....	81

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Геометрия – это интереснейший предмет школьной программы, но, к сожалению, один из самых нелюбимых учащимися 7–11-х классов. Геометрия требует от учеников абстрактного мышления и воображения для представления фигур в пространстве, что может быть сложным. Также бывает нелегко последовательно излагать шаги в решении задачи или доказывать какой-либо факт. Однако, чаще всего причина такого отношения к предмету заключается в том, что в начале изучения геометрии семиклассники не поняли или не выучили новые понятия, определения, символы, и уже через месяц отстали от программы и самостоятельно подтянуть прошедший материал не смогли. Как следствие, геометрия превращается в тяжёлую ношу, которую ученики 7–11-х классов несут годами. В 7 классе закладывается основа для дальнейшего изучения геометрии, ученики овладевают умениями, без которых нельзя ни понять определения и свойства фигур, ни решать задачи. В этом возрасте школьники не задумываются о том, что изучение геометрии не только способствует развитию аналитического мышления, но и открывает двери к множеству различных профессиональных областей, таких как инженерные специальности, архитектура и дизайн, IT и компьютерные науки, медицина и т.д.

Основная цель этого пособия – сформировать у школьников базовые геометрические навыки, помочь выучить новые определения и свойства геометрических фигур и научить применять теорию при решении практических задач. Одним из способов преодоления трудностей при изучении геометрии является решение однотипных заданий, поиск ответов на многочисленные вопросы по заданной теме. Именно по такому принципу подобраны задания в этом уникальном сборнике, что и делает его настоящим помощником.

В тетради-тренажёре собраны примеры из личной практики автора, систематизированные в таблицы. Перед каждой из них сформулировано задание, которое предлагается выполнить учащемуся, а примеры расположены по принципу от простого к сложному. Чтобы достичь наилучшего результата, важно выполнять их последовательно. Буквы А, Б, В или Г в некоторых номерах означают разноуровневые задания, объединённые общим вопросом, но каждое из них целесообразно проработать отдельно. Решение можно выполнять непосредственно в пособии. К заданиям приведены необходимые теоретические сведения «Важно знать» или «Указания» к решению. В тексте они отмечены знаком .

Образцы решения некоторых задач выделены затемнённым фоном. Каждый пункт заканчивается заданием «Проверьте себя», с помощью которого можно проверить степень усвоения необходимого теоретического материала и уровень подготовки к решению базовых задач по теме. В конце пособия к наиболее сложным заданиям даны ответы.

## Тетрадь-тренажёр поможет:

**УЧАЩИМСЯ 7-х классов** успешно усвоить новые темы, закрепить навыки, а также своевременно устранить пробелы в знаниях.

**УЧАЩИМСЯ 8–11-х классов** повторить нужные темы по алгебре для успешной учёбы и подготовки к экзаменам, уверенно сдать ОГЭ и ЕГЭ.

**РОДИТЕЛЯМ** оказать поддержку детям в закреплении школьного материала.

**УЧИТЕЛЯМ** проверить степень усвоения материала, выявить пробелы в знаниях и организовать индивидуальную работу с учащимися.

**РЕПЕТИТОРАМ** сформировать у школьников прочные навыки в выполнении различных видов заданий, основательно отработать с ними сложные моменты в отдельных темах, а также устранить пробелы в знаниях с максимальной эффективностью.

# НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

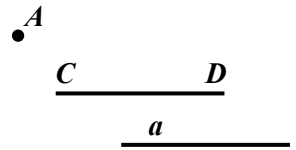
## ТОЧКА, ПРЯМАЯ, ОТРЕЗОК



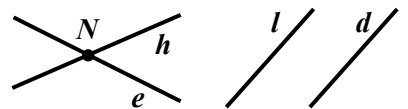
Важно знать:

- Раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости, называется **планиметрией**.
- **Точка и прямая** – это простейшие фигуры на плоскости.

Точки обозначают прописными буквами латинского алфавита ( $A, B, C \dots$ ). Для обозначения прямых используют две прописные буквы латинского алфавита ( $CD, PM \dots$ ) или одну строчную букву латинского алфавита ( $a, b, c \dots$ ).

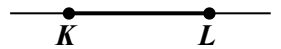


- Через любые две точки плоскости можно провести прямую и притом только одну.
- Две прямые либо имеют одну общую точку, либо не имеют общих точек.



- **Отрезок** – это часть прямой, ограниченная двумя точками, которые называются **концами отрезка**.

Для обозначения отрезка используют название его концов. Например,  $KL$  или  $LK$  – отрезок с концами в точках  $K$  и  $L$ .



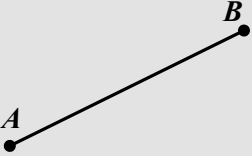
**Задание 1.** Обозначьте фигуры, изображённые на рисунке, в соответствии с данным условием.

1) Точки $A$ и $B$ . 	6) Отрезок $BC$ . 	11) Прямая $AB$ . 
2) Точки $C$ и $K$ . 	7) Отрезок $HD$ . 	12) Прямая $KP$ . 
3) Точки $A, M$ и $O$ . 	8) Отрезки $MN$ и $AB$ . 	13) Прямая $b$ . 
4) Точки $E, D$ и $H$ . 	9) Отрезки $ST$ и $FE$ . 	14) Прямая $TA$ и отрезок $EC$ . 
5) Точки $P$ и $Q$ . 	10) Отрезки $KL, DE$ и $AO$ . 	15) Прямая $a$ и отрезок $OP$ . 

**Задание 2.** Постройте чертёж, соответствующий данному условию.



*Важно знать: на одном чертеже разные точки не могут иметь одно и то же обозначение. Если у нескольких фигур в обозначении встречается одна и та же буква, то эта буква обозначает их общую точку.*

<p>1) <math>AB</math> – отрезок.</p> 	<p>7) Точка <math>A</math> принадлежит отрезку <math>BC</math>.</p>	<p>13) <math>KM</math> – прямая, <math>CM</math> – отрезок.</p>
<p>2) <math>KM</math> – отрезок.</p>	<p>8) Точка <math>K</math> не принадлежит отрезку <math>CD</math>.</p>	<p>14) Отрезки <math>AB</math> и <math>EF</math> не пересекаются.</p>
<p>3) <math>AB</math> – прямая.</p>	<p>9) Точка <math>P</math> принадлежит отрезку <math>MN</math>, точка <math>E</math> не принадлежит отрезку <math>MN</math>.</p>	<p>15) Отрезки <math>MN</math> и <math>KP</math> пересекаются в точке <math>A</math>.</p>
<p>4) <math>PN</math> – прямая.</p>	<p>10) Прямая <math>a</math> проходит через точку <math>M</math>.</p>	<p>16) Прямая <math>b</math> и отрезок <math>OL</math> пересекаются в точке <math>O</math>.</p>
<p>5) <math>a</math> – прямая.</p>	<p>11) Точка <math>T</math> принадлежит прямой <math>a</math>, точка <math>M</math> не принадлежит прямой <math>a</math>.</p>	<p>17) Отрезок <math>TM</math> и прямая <math>BC</math> не пересекаются.</p>
<p>6) <math>k</math> – прямая.</p>	<p>12) <math>AB</math> и <math>AC</math> – отрезки.</p>	<p>18) Прямые <math>a</math> и <math>c</math> пересекаются в точке <math>O</math>.</p>



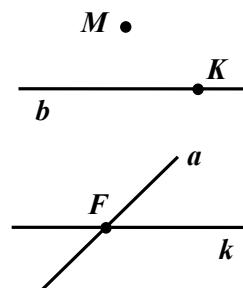


**Важно знать:** для краткой записи какого-либо утверждения в математике используют специальные символы:  $\in$  – «принадлежит»,  $\notin$  – «не принадлежит»,  $\cap$  – «пересекает».

Например,  $K \in b$  – «точка  $K$  принадлежит прямой  $b$ »;

$M \notin b$  – «точка  $M$  не принадлежит прямой  $b$ »;

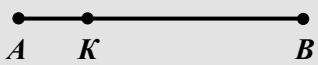
$a \cap k = F$  – «прямая  $a$  пересекает прямую  $k$  в точке  $F$ ».



**Задание 4.** Запишите данное предложение с помощью символов  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\cap$ .

1) Точка $A$ принадлежит прямой $a$ .  $A \in a$	8) Точки $C$ и $D$ не принадлежат прямой $EF$ .	15) Прямые $b$ и $n$ пересекаются в точке $O$ .
2) Точка $P$ принадлежит прямой $s$ .	9) Точки $K$ и $L$ не принадлежат прямой $AB$ .	16) Прямая $a$ пересекает отрезок $MN$ в точке $F$ .
3) Точка $M$ не принадлежит прямой $n$ .	10) Точка $D$ принадлежит прямой $a$ , точка $C$ не принадлежит прямой $a$ .	17) Прямая $t$ пересекает отрезок $AB$ в точке $A$ .
4) Точка $S$ принадлежит прямой $k$ .	11) Прямая $s$ проходит через точку $E$ .	18) Прямая $b$ пересекает отрезок $KP$ в точке $P$ .
5) Точки $B$ и $C$ принадлежат прямой $a$ .	12) Прямая $b$ проходит через точки $K$ и $P$ .	19) Прямая $k$ пересекает отрезки $AB$ и $CE$ в точках $F$ и $O$ соответственно.
6) Точки $E$ и $F$ принадлежат прямой $AB$ .	13) Прямая $t$ проходит через точки $O$ и $E$ .	20) Прямая $FE$ пересекает отрезки $PM$ и $CD$ в точках $P$ и $L$ соответственно.
7) Точки $M$ и $N$ принадлежат прямой $PQ$ .	14) Прямые $a$ и $s$ пересекаются в точке $K$ .	21) Прямая $h$ пересекает отрезки $CM$ и $TK$ в точках $E$ и $P$ соответственно.

**Задание 5.** Постройте чертёж, соответствующий данному условию.

<p>1) <math>AB</math> – отрезок, <math>K \in AB</math>.</p> 	<p>7) <math>FE</math> – отрезок, <math>C \in FE</math>, <math>P \notin FE</math>.</p>	<p>13) <math>p</math> – прямая, <math>DE</math> – отрезок, <math>DE \cap p = A</math>.</p>
<p>2) <math>PE</math> – отрезок, <math>B \in PE</math>.</p>	<p>8) <math>PM</math> – отрезок, <math>V \in PM, A \notin PM</math>.</p>	<p>14) <math>AB</math> и <math>EF</math> – прямые, <math>AB \cap EF = S</math>.</p>
<p>3) <math>AK</math> – прямая, <math>C \in AK</math>.</p>	<p>9) <math>AL</math> – прямая, <math>B \in AL, X \notin AL</math>.</p>	<p>15) Отрезки <math>AN</math> и <math>AB</math>, <math>K \in AN, K \notin AB</math>.</p>
<p>4) <math>DE</math> – прямая, <math>Q \notin DE</math>.</p>	<p>10) <math>AB</math> – отрезок, <math>CE</math> – отрезок, <math>AB \cap CE = K</math>.</p>	<p>16) <math>b</math> – прямая, <math>PH</math> – отрезок, <math>PH \cap b = H</math>.</p>
<p>5) <math>a</math> – прямая, <math>N \in a</math>.</p>	<p>11) <math>MN</math> и <math>HD</math> – отрезки, <math>MN \cap HD = U</math>.</p>	<p>17) <math>TM, TC</math> и <math>AB</math> – прямые, <math>TM \cap AB = A, TC \cap AB = B</math>.</p>
<p>6) <math>h</math> – прямая, <math>W \notin h</math>.</p>	<p>12) <math>ST</math> и <math>OL</math> – отрезки, <math>ST \cap OL = C</math>.</p>	<p>18) <math>OD, OC</math> и <math>KL</math> – прямые, <math>OD \cap KL = L, OC \cap KL = F</math>.</p>

**Задание 6. ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ.**

- Вставьте пропущенное слово.

1) Через любые _____ точки плоскости можно провести прямую, и притом только одну.
2) Две прямые либо имеют только одну общую точку, либо _____ общих точек.
3) Часть прямой, ограниченная двумя точками, называется _____.
4) Точки, ограничивающие отрезок, называются _____.
5) Раздел геометрии, изучающий фигуры на плоскости, называется _____.

- Определите, верно ли утверждение.

	Да/нет
6) Точка и прямая – простейшие фигуры на плоскости.	
7) Через любую точку плоскости можно провести три прямые.	
8) Через любые две точки плоскости проходит только одна прямая.	
9) Через любые три точки плоскости можно провести прямую.	
10) Две пересекающиеся прямые могут иметь две общие точки.	
11) Прямая и отрезок могут иметь более одной общей точки.	

- Постройте чертёж, соответствующий данному условию.

12) $AB$ – отрезок, $M \in AB, N \notin AB$ .	14) Прямая $h$ проходит через точки $P, Q$ и не проходит через точку $R$ .	16) Отрезки $AM$ и $BM$ пересекают прямую $a$ в точке $M$ .
13) $CE$ – отрезок, $f$ – прямая. $CE \cap f = E$ .	15) $a$ и $b$ – прямые, $a \cap b = O$ .	17) Отрезки $AM$ и $BM$ пересекают прямую $a$ в точках $A$ и $B$ соответственно.



## ЛУЧ, УГОЛ



**Важно знать:**

- **Луч** – это часть прямой, ограниченная одной точкой, которая называется **начало луча**.

Луч обозначают либо одной строчной буквой латинского алфавита ( $a, b, h...$ ), либо двумя прописными буквами латинского алфавита (обозначение начала луча на первом месте  $AB, OK...$ ).

- **Угол** – это геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух различных лучей, исходящих из этой точки. Точка – это **вершина угла**, лучи – **стороны угла**.

Обозначить угол можно тремя способами:

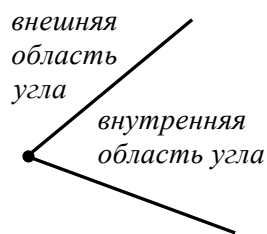
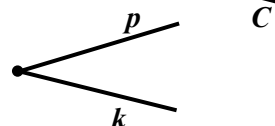
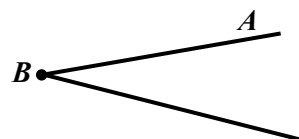
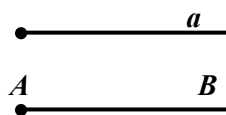
– одной прописной латинской буквой (по названию вершины угла  $\angle B, \angle O...$ );

– тремя прописными латинскими буквами (обозначение вершины угла в середине  $\angle ABC, \angle MON...$ );


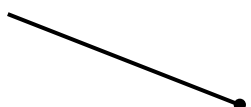
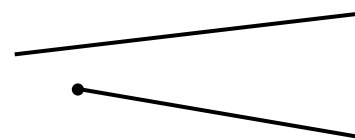
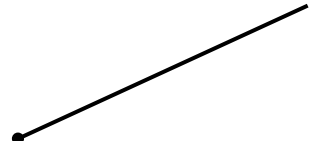
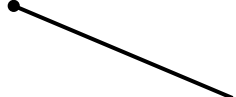
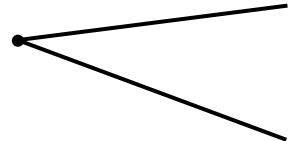


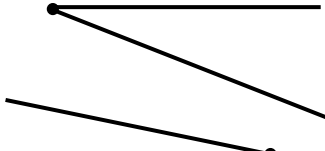
– двумя строчными латинскими буквами (по названию сторон угла  $\angle rk, \angle tl...$ ).

Угол называется **развёрнутым**, если его стороны лежат на одной прямой.

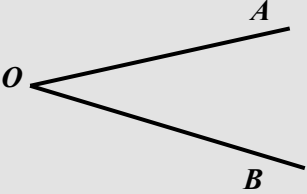
Любой неразвёрнутый угол разделяет плоскость на **внутреннюю** и **внешнюю** области.



**Задание 7.** Обозначьте фигуры, изображённые на рисунке, в соответствии с данным условием.

<p>1) Луч <math>AB</math>.</p> 	<p>4) Луч <math>h</math>.</p> 	<p>7) Прямая <math>AB</math> и луч <math>DC</math>.</p> 
<p>2) Луч <math>BA</math>.</p> 	<p>5) Луч <math>b</math>.</p> 	<p>8) Лучи <math>OK</math> и <math>OB</math>.</p> 
<p>3) Луч <math>CM</math>.</p> 	<p>6) Лучи <math>h</math> и <math>t</math>.</p> 	<p>9) Лучи <math>AC, AF</math> и <math>MN</math>.</p> 

**Задание 8.** Постройте чертёж, соответствующий данному условию.

<p>1) Угол <math>AOB</math>.</p> 	<p>6) Угол <math>KBF</math> – развёрнутый.</p>	<p>11) Точка <math>M</math> лежит во внутренней, а точка <math>N</math> – во внешней области угла <math>BAC</math>.</p>
<p>2) Угол <math>DOC</math>.</p>	<p>7) Углы <math>AOB</math> и <math>COD</math> – развёрнутые.</p>	<p>12) Точка <math>K</math> лежит во внутренней, а точка <math>P</math> – во внешней области угла <math>COB</math>.</p>
<p>3) Угол <math>MKL</math>.</p>	<p>8) Развёрнутый угол <math>DOM</math> и луч <math>OS</math>.</p>	<p>13) Точки <math>E</math> и <math>F</math> лежат на разных сторонах угла <math>MQN</math>.</p>
<p>4) Угол <math>ab</math>.</p>	<p>9) Неразвёрнутый угол <math>CAB</math> и прямая <math>AP</math>.</p>	<p>14) Луч <math>OE</math> делит неразвёрнутый угол <math>KOM</math> на два угла.</p>
<p>5) Угол <math>mn</math>.</p>	<p>10) Неразвёрнутый угол <math>PFQ</math> и прямая <math>FE</math>.</p>	<p>15) Луч <math>AT</math> проходит между сторонами неразвёрнутого угла <math>SAR</math>.</p>

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)