

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДОВ.....	7
1.1. Геометрия рельсовой колени .....	8
1.2. Геометрические и кинематические характеристики контакта «колесо–рельс».....	23
1.3. Силовое взаимодействие в контакте «колесо–рельс» .....	32
1.4. Моделирование возмущений со стороны пути .....	61
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК К ГЛАВЕ 1 .....	71
Глава 2. ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОЕЗДАМИ С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГОЙ .....	75
2.1. Аналитическое исследование процессов движения поездов с электрической тягой .....	76
2.2. Исследование режимов движения поездов с электрической тягой .....	96
2.3. Железнодорожные перевозки с естественной рекуперацией.....	113
2.4. Эффективное управление тягой электровоза .....	126
2.5. Системы управления движением электропоездов .....	141
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК К ГЛАВЕ 2 .....	181
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	184
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	185
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	186
Глава 3. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ .....	187
3.1. Применение рекуперативного торможения при движении электропоездов.....	188
3.2. Обеспечение качества рекуперированной электроэнергии .....	207
3.3. Методы снижения потерь в сетях тягового электрооборудования .....	211
3.4. Комплексная оптимизация системы управления поездом с электрической тягой. Применение комплексного подхода к оптимизации тягово-энергетических показателей локомотивов .....	240
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК К ГЛАВЕ 3 .....	251

Глава 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОЕЗДОВ С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГОЙ .....	255
4.1. Роль имитационного моделирования в процессе конструирования систем управления поездов с электрической тягой .....	256
4.2. Реализация программного комплекса моделирования движения поезда средствами визуально-ориентированного программирования .....	259
4.3. Программный комплекс моделирования систем управления поездов с электрической тягой.....	278
4.4. Построение трехмерной анимации движения поезда с использованием пакета трехмерного моделирования .....	302
4.5. Моделирование динамики поезда в программном комплексе «Универсальный механизм» .....	303
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК К ГЛАВЕ 4 .....	312
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	316

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из ключевых направлений развития электроподвижного состава является снижение энергетических затрат при его движении. Для решения задачи повышения энергетической эффективности имеются два направления, одно из которых связано с совершенствованием отдельных элементов и узлов, а второе – с совершенствованием систем управления и процесса взаимодействия подсистем электроподвижного состава и энергосети в процессе движения.

Второе направление требует решать задачи анализа, синтеза и исследования управления сложными процессами, протекающими в единой системе, включающей в себя электрические сети, систему автоматизированного управления транспортными потоками, систему управления движением поездов с электрической тягой, систему управления тяговыми приводами. При этом возникает необходимость оперировать с комплексными моделями, включающими в себя все перечисленные системы, учитывающие их взаимодействие.

В этой связи в данной монографии ставятся и решаются задачи, связанные с исследованием, моделированием и управлением электрической, электромеханической и механической частей поездов с электрической тягой.

В главе 1 монографии изложены вопросы, связанные с построением математической модели качения колесной пары по рельсовой колее. Глава содержит аналитическое описание геометрии рельсовой колеи, в том числе в прямых, переходных и круговых кривых. Также рассмотрены вопросы определения геометрических и кинематических характеристик контакта «колесо–рельс», получены уравнения связей. Рассмотрено силовое взаимодействие в контакте «колесо–рельс», определены форма и размеры контактной площадки, найдено распределение нормальных и касательных напряжений согласно теории непрерывного упругого контакта при качении. Построена модель качения одиночной колесной пары по рельсовой колее. Затронуты вопросы моделирования возмущающего воздействия со стороны пути, в том числе с использованием теории стационарных случайных процессов. Глава содержит примеры расчетов и предусматривает широкое использование компьютерных вычислений при моделировании.

В главе 2 рассмотрены вопросы управления движением поездов с электрической тягой. На основе исследования природы силы тяги предлагается метод энергосберегающего управления, основанный на эффективном использовании кинетической энергии поезда. В результате формируется программа изменения скорости поезда, которая реализуется исполнительным уровнем системы управления. Предлагаются два подхода к реализации исполнительного уровня – позиционно-траекторное управление и экстремальное управление.

В главе 3 монографии рассмотрены вопросы оптимизации работы тягового электропривода и его элементов. Предлагаются способы повышения энергетической эффективности существующих электроприводов путем их модернизации.

В главе 4 описаны программные средства, позволяющие произвести практическую проверку полученных результатов методами компьютерного моделирования без проведения натурных экспериментов. Также рассмотрены возможности визуализации процесса и результатов моделирования. Реализация средств моделирования основывается на результатах, изложенных в предыдущих главах.

## **Глава 1**

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДОВ**

**А. А. Зарифьян, П. Г. Колпахчян**

В главе последовательно изложены основные вопросы, связанные с построением математической модели качения колесной пары по рельсовой колее. Глава содержит аналитическое описание геометрии рельсовой колеи, в том числе в прямых, переходных и круговых кривых. Также рассмотрены вопросы определения геометрических и кинематических характеристик контакта «колесо–рельс», получены уравнения связей. Рассматривается силовое взаимодействие в контакте «колесо–рельс», определены форма и размеры контактной площадки, найдено распределение нормальных и касательных напряжений согласно теории непрерывного упругого контакта при качении. Построена модель качения одиночной колесной пары по рельсовой колее. Затронуты вопросы моделирования возмущающего воздействия со стороны пути, в том числе с использованием теории стационарных случайных процессов. Глава содержит примеры расчетов и предусматривает широкое использование компьютерных вычислений при моделировании.

## **1.1. Геометрия рельсовой колеи**

При синтезе алгоритмов управления и исследовании динамики железнодорожного экипажа необходимо располагать математической моделью процесса качения колесной пары по рельсовой колее, в том числе в переходных и круговых кривых [1].

При описании геометрических очертаний колес и рельсов будем использовать следующие понятия. Кругом катания колеса и центральной линией на рельсе назовем линии, по которым происходит касание рабочих поверхностей колеса и рельса во время движения колесной пары по прямолинейному участку пути при центральной установке (рис. 1.1).

### ***1.1.1. Выбор координатных систем***

Ось пути – это линия, проходящая посередине между центральными линиями рельсов [2]. В общем случае ось рельсового пути представляет собой некоторую кривую в трехмерном пространстве.

Для ее описания введем в рассмотрение неподвижную систему координат  $[S_0]$ :  $Oxyz$ , ее оси  $Ox$  и  $Oy$  расположены в горизонтальной плоскости, ось  $Oz$  направлена вертикально вверх (рис. 1.2).

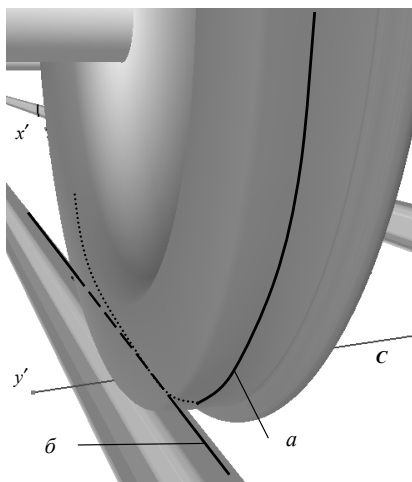


Рис. 1.1. Рабочие поверхности колеса и рельса:  $a$  – круг катания колеса;  $б$  – центральная линия рельса.

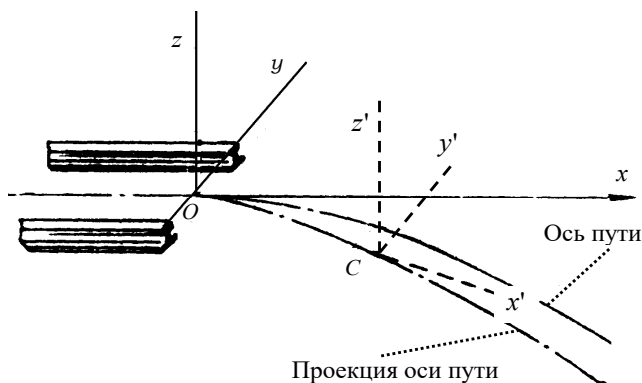


Рис. 1.2. Ось пути и ее проекция на горизонтальную плоскость

Векторно-координатный способ задания кривой в пространстве заключается в определении зависимости ее радиуса-вектора от параметра  $u$ :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u),$$

что эквивалентно записи в координатной форме:

$$x = x(u), y = y(u), z = z(u). \quad (1.1)$$

Последнее соотношения можно объединить и представить как

$$r(u) = x(u)e_1^{(0)} + y(u)e_2^{(0)} + z(u)e_3^{(0)}, \quad (1.2)$$

где  $e_1^{(0)}, e_2^{(0)}, e_3^{(0)}$  – единичные векторы осей (орты) неподвижного базиса  $[S0]$ .

Будем полагать, что  $z(u) = 0$ , т. е. ось рельсового пути располагается в горизонтальной плоскости  $Oxy$ . Тогда выражения (1.1), (1.2) примут вид

$$\begin{aligned} x &= x(u), \quad y = y(u), \quad z = 0, \\ r(u) &= x(u)e_1^{(0)} + y(u)e_2^{(0)}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Кроме того, будем использовать подвижную систему координат  $[SC]$ :  $Sx'y'z'$ , начало которой располагается в точке  $C$ , перемещающейся по оси рельсового пути.

Радиус-вектор точки  $C$  в неподвижном базисе  $[S0]$  имеет вид

$$r_c(u) = x_c(u)e_1^{(0)} + y_c(u)e_2^{(0)}. \quad (1.4)$$

Ориентацию осей системы координат  $[SC]$  зададим следующим образом. Орт первой оси  $e_1^{(c)}$  направлен по касательной к оси пути. Орт второй оси  $e_2^{(c)}$  перпендикулярен  $e_1^{(c)}$  и направлен влево по ходу – либо по линии, соединяющей головки рельсов, либо располагается в горизонтальной плоскости. В первом случае  $[SC]$  учитывает боковое отклонение, вызванное разностью уровней рельсовых нитей, во втором случае возвышение одного из рельсов будет приводить к изменению угла поворота вокруг продольной оси (угла боковой качки). Орт  $e_3^{(c)}$  дополняет  $e_1^{(c)}$  и  $e_2^{(c)}$  до правой тройки. Таким образом,  $[SC]$  может быть получена переносом  $[S0]$  на величину  $r_c(u)$  и последовательностью двух поворотов: на угол  $\varphi_c(u)$  вокруг вертикали  $e_3^{(0)}$  и на угол  $\gamma_c(u)$  вокруг продольной оси  $e_1^{(c)}$ .

### ***1.1.2. Параметризация оси пути***

Возникает практически важный вопрос о рациональном выборе параметра  $u$ , однозначно определяющего текущее положение точки  $C$  на оси рельсового пути и ориентацию осей базиса  $[SC]$ .

При прохождении экипажем поворотов движение происходит вначале по прямолинейной траектории, затем по входной переходной кривой, затем по дуге окружности заданного радиуса и т. д. Поэтому



желательно иметь единый универсальный способ описания геометрии оси пути.

Для определения текущего положения базиса  $[SC]$  в качестве параметра  $u$  будет использоваться дуговая координата  $s = s(t)$ . При этом  $s$  понимается как длина дуги со знаком, соответствующим выбранному вдоль траектории положительному направлению (рис. 1.3). Например, если  $O$  – начало отсчета дуг, то в точке  $A$  параметр равен  $s = +|\vec{OA}|$ , а в точке  $B$  –  $s = -|\vec{OB}|$ .

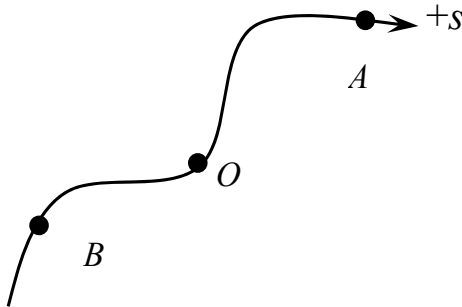


Рис. 1.3. Дуговая координата

Текущее значение дуговой координаты  $s = s(t)$  однозначно определяет положение экипажа на рельсовом пути, непрерывно изменяется с течением времени  $t$  и может быть измерено при движении, что очень важно при построении систем управления.

### 1.1.3. Закон движения вдоль оси пути

Далее потребуется записать закон движения точки  $C$  в векторно-координатной форме, следовательно, необходимо получить выражения для

$$x_c = x_c(s), \quad y_c = y_c(s), \quad \varphi_c = \varphi_c(s), \quad (1.5)$$

где  $x_c, y_c$  – координаты точки  $C$  в неподвижном базисе  $[S0]$ ;  $\varphi_c$  – угол между неподвижной осью  $Ox$  и касательной к оси пути в точке  $C$  (так называемый угол поворота касательной), а также для первых и вторых производных этих величин по дуговой координате  $s$ .

С учетом того, что для бесконечно малого элемента дуги справедливо соотношение

$$ds^2 = dx_c^2 + dy_c^2,$$

получаем

$$\left(\frac{dx_c}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy_c}{ds}\right)^2 = 1. \quad (1.6)$$

Кривизна оси пути  $k(s)$  определяется соотношением

$$k(s) = \frac{d\varphi_c}{ds}. \quad (1.7)$$

Кривизна оси пути и радиус кривизны  $\rho(s)$  связаны равенством

$$k(s) = 1/\rho(s).$$

Поскольку  $\varphi_c$  является углом поворота касательной, можно записать

$$\frac{dy_c}{ds} / \frac{dx_c}{ds} = \operatorname{tg} \varphi_c(s). \quad (1.8)$$

Имея закон изменения кривизны  $k(s)$ , согласно (1.7), получаем

$$\varphi_c(s) = \int k(s) ds. \quad (1.9)$$

Исключая с помощью (1.8) частную производную  $dy_c/ds$  из равенства (1.6), получаем

$$\left(\frac{dx_c}{ds}\right)^2 = \cos^2 \varphi_c(s). \quad (1.10)$$

С учетом выбора положительного направления траектории в сторону возрастания оси координат имеем

$$\frac{dx_c}{ds} = \cos \varphi_c(s). \quad (1.11)$$

Аналогично

$$\frac{dy_c}{ds} = \sin \varphi_c(s).$$

Первые производные величин  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $\varphi_c$  даются непосредственно формулами (1.10), (1.11), (1.7), а вторые – получаются путем повторного дифференцирования. Интегрирование (1.10), (1.11), (1.7) позволяет определить  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $\varphi_c$  в функции аргумента  $s$ .

Рассмотрим три возможных случая.

**1. Ось прямолинейного участка пути.** Примем начало участка в точке  $x_c(s_0) = x_o$ ,  $y_c(s_0) = y_o$ , причем этот участок образует некоторый угол  $\varphi_c(s_0) = \varphi_0$  с осью  $x$  неподвижной системы координат  $[S0]$  (рис. 1.4).

Кривизна прямой линии равна нулю:  $k(s) = 0$ . Тогда из (1.7), (1.10), (1.11) находим

$$\varphi_c(s) = \int k(s)ds + C_1, \quad C_1 = \varphi_0, \quad \varphi_c(s) = \varphi_0, \quad (1.12)$$

$$\frac{dx_c}{ds} = \cos\varphi_0, \quad x_c(s) = (s - s_0)\cos\varphi_0 + x_0, \quad (1.13)$$

$$\frac{dy_c}{ds} = \sin\varphi_0, \quad y_c(s) = (s - s_0)\sin\varphi_0 + y_0. \quad (1.14)$$

Все вторые производные равны нулю.

Если движение поезда начинается из центра неподвижной системы координат  $[S0]$  вдоль оси  $x$ , т. е.  $x_0 = y_0 = \varphi_0 = 0$ , а также полагая  $s_0 = 0$ , из (1.12) – (1.14) получаем:

$$x_c(s) = s, \quad y_c(s) = 0, \quad \varphi_c(s) = 0. \quad (1.15)$$

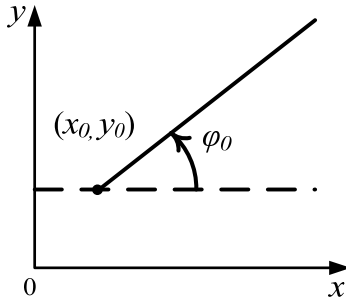


Рис. 1.4. Ось прямолинейного участка пути

**2. Ось круговой кривой радиусом  $R_C$ .** Пусть исходная точка дуги имеет координаты  $x_c(S_0) = x_0, y_c(S_0) = y_0$ , начальный угол наклона касательной  $\varphi_c(S_0) = \varphi_0$  (рис. 1.5).

Кривизна дуги окружности постоянна и равна

$$k(s) = 1/R_C.$$

В этом случае из (1.7), (1.10) и (1.11) получаем:

$$\frac{d\varphi_c}{ds} = 1/R_C, \quad \varphi_c(s) = \frac{s - s_0}{R_C} + \varphi_0, \quad (1.16)$$

$$\frac{dx_c}{ds} = \cos\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right),$$

$$x_c(s) = R_c \left( \sin\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right) - \sin\varphi_0 \right) + x_0, \quad (1.17)$$

$$\frac{dy_c}{ds} = \sin\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right),$$

$$y_c(s) = R_c \left( -\cos\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right) + \cos\varphi_0 \right) + y_0. \quad (1.18)$$

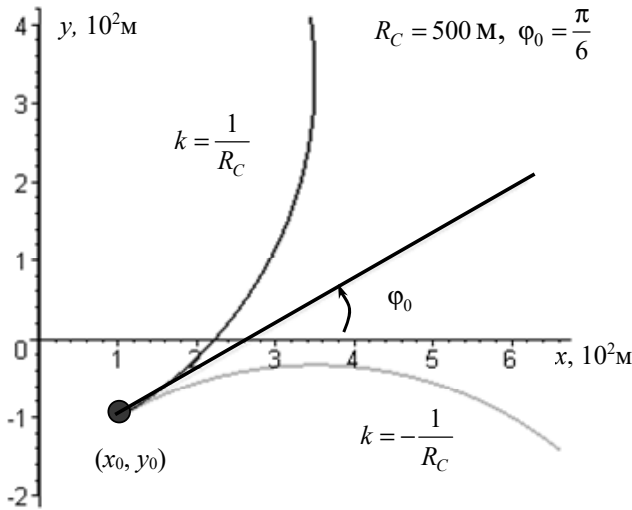


Рис. 1.5. Ось дуги круговой кривой

Вторые производные описываются выражениями:

$$\frac{d^2\varphi_c}{ds^2} = 0, \quad (1.19)$$

$$\frac{d^2x_c}{ds^2} = -\frac{1}{R_c} \sin\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right), \quad (1.20)$$

$$\frac{d^2y_c}{ds^2} = \frac{1}{R_c} \cos\left(\frac{s-s_0}{R_c} + \varphi_0\right). \quad (1.21)$$

В частном случае  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = -R_c$ ,  $\varphi_0 = 0$  (центр окружности радиусом  $R_c$  находится в начале координат) и, полагая  $s_0 = 0$ , имеем:

$$\begin{aligned}
\varphi_c(s) &= \frac{s}{R_c}, \\
x_c(s) &= R_c \sin \frac{s}{R_c}, \\
y_c(s) &= -R_c \cos \frac{s}{R_c},
\end{aligned} \tag{1.22}$$

что соответствует случаю применения полярной системы координат (полярный угол равен длине дуги, деленной на радиус).

В качестве иллюстрации на рис. 1.5 представлена также траектория с отрицательной кривизной

$$k(s) = -1/R_c,$$

она представляет собой дугу окружности, зеркально отраженную относительно касательной, выходящей из точки  $(x_0, y_0)$ .

**3. Ось переходной кривой.** Назначение переходной кривой – обеспечить такой вход с прямолинейного участка в круговую кривую радиусом  $R_c$ , чтобы центробежная сила, действующая на экипаж, возникала не ударно, а постепенно. В начале переходной кривой центробежная сила, направленная перпендикулярно направлению движения, должна быть равна нулю, а в конце – принимать значение

$$\frac{mv^2}{R_c}$$

( $m$  – масса экипажа,  $v$  – скорость). Этого можно добиться, если кривизна переходной кривой плавно изменяется от 0 до  $1/R_c$ .

Рассмотрим переходную кривую, кривизна которой изменяется по линейному закону от 0 до  $1/R_c$  на расстоянии  $l_0$ . Вопрос назначения длины переходной кривой  $l_0$  освещен в специальной литературе, обычно  $l_0$  находится в пределах от 20 до 180 м.

Согласно (1.7), находим:

$$k(s) = \frac{d\varphi_c}{ds} = \frac{s - s_0}{R_c l_0}. \tag{1.23}$$

Находящееся в знаменателе (1.23) произведение  $R_c l_0$  называется параметром переходной кривой.

С учетом (1.23) выражения (1.9)–(1.11) принимают вид:

$$\varphi_c(s) = \frac{(s - s_0)^2}{2R_c l_0} + \varphi_0, \tag{1.24}$$

$$\frac{dx_c}{ds} = \cos \left( \frac{(s - s_0)^2}{2R_c l_0} + \varphi_0 \right), \tag{1.25}$$

$$\frac{dy_c}{ds} = \sin\left(\frac{(s-s_0)^2}{2R_cl_0} + \varphi_0\right).$$

Интегрирование (1.25) приводит к интегралам Френеля:

$$x_c(s) = x_0 + \sqrt{\pi R_c l_0} \times \left( \cos\varphi_0 \text{FrC}\left(\frac{s-s_0}{\sqrt{\pi R_c l_0}}\right) - \sin\varphi_0 \text{FrS}\left(\frac{s-s_0}{\sqrt{\pi R_c l_0}}\right) \right), \quad (1.26)$$

$$y_c(s) = y_0 + \sqrt{\pi R_c l_0} \times \left( \sin\varphi_0 \text{FrC}\left(\frac{s-s_0}{\sqrt{\pi R_c l_0}}\right) + \cos\varphi_0 \text{FrS}\left(\frac{s-s_0}{\sqrt{\pi R_c l_0}}\right) \right), \quad (1.27)$$

где

$$\text{FrC}(t) = \int_0^t \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)du, \quad \text{FrS}(t) = \int_0^t \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right)du. \quad (1.28)$$

Зависимость интегралов Френеля от параметра  $t$  представлена на рис. 1.6. Аргумент  $\frac{s-s_0}{\sqrt{\pi R_c l_0}}$  может принимать значения от 0 до  $\sqrt{\frac{l_0}{\pi R_c}}$  и на практике не превышает единицы.

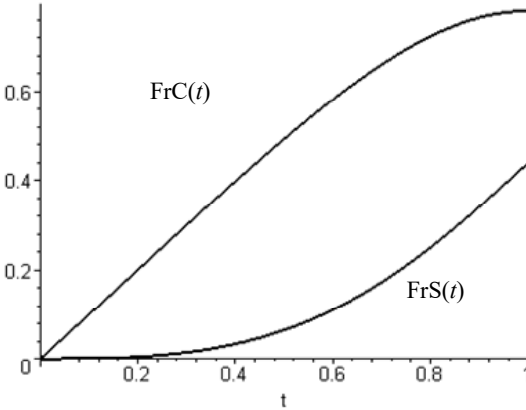


Рис. 1.6. Интегралы Френеля

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)