Оглавление

Введение ... 5
1. Основные сведения о дисциплине ... 5
2. Основы математического описания систем автоматического управления ... 6
3. Содержание практических работ ... 8
3.1. Дробно-рациональные и импульсные функции ... 8
3.2. Разложение дробно-рациональных функций на элементарные дроби ... 12
3.3. Преобразования Фурье и Лапласа ... 17
3.4. Решение дифференциального уравнения первого порядка с использованием преобразования Лапласа ... 22
3.5. Решение дифференциального уравнения второго порядка с использованием преобразования Лапласа ... 26
3.6. Получение передаточных функций динамических звеньев ... 30
3.7. Передаточные функции ориентированных графов ... 36
3.8. Математические модели в пространстве состояний ... 41
3.9. Понятия управляемости и наблюдаемости системы ... 45
4. Типовые задания для выполнения практических работ и промежуточной аттестации ... 47
5. Аналитические задания для самостоятельной работы ... 49
Тематика самостоятельной работы ... 50
Библиографический список ... 55

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие к практическим занятиям и самостоятельной работе составлено в соответствии с рабочими программами по направлениям подготовки 27.03.04 Управление в технических системах, профиль «Интеллектуальные системы и автоматика в строительстве» и 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, профиль «Автоматизация инженерных систем и строительных технологий» для обучающихся по образовательным программам бакалавриата в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Практические занятия нацелены на изучение математических основ современных методов теории автоматического управления (ТАУ) для решения задач анализа и синтеза систем автоматического управления (САУ).

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

Основной задачей дисциплины «Математические основы управления» является изучение математических методов расчета и анализа систем автоматического управления.

В ходе освоения дисциплины обучающиеся овладеют:

– рядом классических и современных методов математического анализа и синтеза систем управления;

– способами математического описания систем управления и их переходных, частотных характеристик и параметров;

– правилами составления и линеаризации дифференциальных уравнений систем автоматического регулирования (САР);

– методами построения математических и графоаналитических моделей объектов и систем управления, составления структурных схем и математического описания линейных систем автоматического управления, в том числе многомерных.

Материал дисциплины «Математические основы управления» содержит теоретические и практические вопросы изучения и применения математических методов для конструирования и изучения систем автоматического управления динамическими объектами на уровне их математического описания с использованием аппарата преобразований, дифференциального исчисления и векторно-матричных моделей.

Теоретическая часть курса дает представление о методах математического анализа и синтеза систем управления с использованием современной теории пространства состояния, операционного исчисления и других математических методов.

Изучение практических вопросов позволяет сформировать навыки по составлению математического описания систем управления, построению и использованию векторно-матричных моделей электромеханических систем в задачах автоматического управления.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания, полученные на курсах «Высшая математика» — дифференциальное, интегральное и операционное исчисление, матричная алгебра, теория дифференциальных уравнений и «Теоретические основы электротехники» — математическое описание электрических цепей, переходные процессы в линейных и нелинейных цепях.

Полученные на курсе сведения используются в дальнейшем при изучении практически всех профилирующих дисциплин специальности, выполнении курсовых и дипломных проектов, в первую очередь «Теории автоматического управления» — принципов построения и элементного состава систем автоматического управления, преобразования Лапласа, передаточных функций, графов и структурных схем.

Содержание разделов дисциплины приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Содержание дисциплины

Наименование раздела дисциплины	Тема и содержание занятия
Раздел 1. Основы математического описания систем автоматического управления	1. Классификация САУ. Основные характеристики систем управления. Обзор прикладных программ для расчета САУ. 2. Дробно-рациональные и импульсные функции. Нули и полюсы на комплексной плоскости. Формы Боде и Хевисайда
Раздел 2. Математический аппарат преобразований	1. Дискретные сигналы в САУ. Преобразование Лорана. Преобразование Фурье и Хартли. Ряды Фурье. Свойства преобразований. 2. Преобразование Лапласа, непрерывное и дискретное. Алгоритм преобразования, таблицы преобразований. Основные теоремы преобразования Лапласа. 3. Методы решения дифференциальных уравнений. Решение дифференциальных уравнений с использованием преобразований Лапласа и Фурье
Раздел 3. Математическое описание систем управления	1. Понятие математической модели. Статическая характеристика объектов управления. Линеаризация статических характеристик. Линеаризация дифференциальных уравнений. Разложение в ряды Тейлора. 2. Разностные уравнения. Задача Коши для линейного разностного уравнения. Метод ломаных Эйлера. 3. Понятие линейного динамического звена. Способы математического описания линейных динамических звеньев. Временные и частотные характеристики. 4. Идентификация параметров математической модели системы автоматического управления. 5. Понятие многомерной системы автоматического управления. Ориентированные графы. Формула Мейсона. 6. Структурная схема многомерной системы. Структурные схемы и передаточные матрицы. Математические модели САУ в пространстве состояний. 7. Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов управления. Примеры моделей механических систем. Восстанавливаемость системы
Раздел 4. Методы оценки качества систем управления	1. Понятие устойчивости в теории управления. Анализ на устойчивости при помощи матричных методов. 2. Интегральные оценки качества переходных процессов. Численное интегрирование, погрешности методов. Вычисление линейных интегральных оценок
Раздел 5. Случайные процессы в системах управления	1. Числовые характеристики случайных величин. Корреляционные функции. Стационарный и эргодический случайные процессы. 2. Спектральная плотность. Свойство спектральных плотностей. Расчет линейных систем при случайных воздействиях

2. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В данном разделе приведем основные характеристики систем управления, рассмотрим классификацию САУ, а также обзор прикладных программ для их расчета.

Осуществление совокупности воздействий, выбранных из множества возможных на основании определенной информации и направленных на поддержание или улучшение функционирования какого-либо процесса в соответствии с поставленной целью, называется *управлением*.

В технических средах управление осуществляется системами управления. Если управление осуществляется системой без участия человека, то такие системы называют автоматическими, а само управление — автоматическим.

Классифицируют САУ по различным признакам. На рис. 2.1 представлен один из вариантов классификации.

Рис. 2.1. Классификация систем автоматического управления

По характеру математических соотношений различают линейные и нелинейные системы (в зависимости от описывающих реальные процессы дифференциальных уравнений).

По характеру используемой информации об условиях работы: неадаптивные (с жестким законом управления и структурой) и адаптивные системы (с изменяемыми структурой и законом управления). К адаптивным системам относят: системы автоматической настройки; самообучающие; самоорганизующие; с переменной структурой; с самонастройкой программы; с самонастройкой параметров; с самонастройкой структуры.

По характеру изменения задающего воздействия: системы автоматической стабилизации; программного управления; следящие; самонаведения; сопровождения; автопилотирования.

По характеру изменения величин: дискретные и дискретно-непрерывные (системы непрерывного действия — аналоговые; импульсного действия; дискретного действия; релейного действия); стационарные и нестационарные.

По принципу управления: системы с управлением по разомкнутому циклу; по замкнутому циклу; комбинированного управления.

По количеству выходных координат объекта управления различают одномерные и многомерные системы автоматического управления. Многомерные системы могут быть связанного (отдельные управляющие устройства соединены между собой внешними связями) и несвязанного типа.

По характеру используемых для управления сигналов: непрерывные (или аналоговые) и дискретные системы автоматического управления. К дискретным относятся импульсные системы; релейные; цифровые.

По типу ошибки в статике системы делятся на статические и астатические. Астатические обладают более высокой точностью, так как в них отсутствует статическая составляющая ошибки.

Наиболее удобным признаком являются характер и объем используемой для целей управления информации. По этому признаку все системы делятся на обыкновенные, самонастраивающиеся, игровые (или поисковые) и оптимальные.

Обыкновенные САУ не обладают способностью приспосабливаться к изменяющимся условиям и свойствам управляемого процесса, а потому они менее помехозащищенные и для качественного ведения процесса управления требуют наибольшего количества начальной информации. Другие виды систем обладают свойствами адаптации, т.е. они более помехозащищенные. Обыкновенные САУ по степени помехозащищенности делятся на разомкнутые и замкнутые. Замкнутые системы обладают более высокой степенью помехозащищенности.

По способу преобразования сигналов обыкновенные САУ делятся на аналоговые и дискретные. Все САУ состоят из отдельных элементов, каждый из которых строго направленного действия, т.е. сигнал в них проходит в одном направлении со входа на выход. Если во всех элементах САУ непрерывное изменение входной величины сигнала приводит к непрерывному изменению выходной величины, то такая система является аналоговой. Если хоть один элемент системы не отвечает этому условию, т.е. при непрерывном входном сигнале выходная величина изменяется дискретно, то такая система будет дискретной.

По числу регулируемых параметров: одномерные и многомерные. Одномерная система автоматического управления представляет собой класс систем, именуемый системами автоматического регулирования. Таким образом, САР является одномерной разновидностью САУ. Многомерные системы, в свою очередь, делятся на односвязные и многосвязные. При этом в многосвязной системе изменение одного регулируемого параметра влечет за собой изменение других параметров.

По наличию и виду вспомогательной энергии, используемой для функционирования, САУ подразделяются на системы прямого и непрямого регулирования. В системах прямого регулирования отсутствует усилительный элемент. В системах непрямого регулирования обязательно наличие усилительного элемента.

В динамике поведение САУ описывается дифференциальными уравнениями, по виду которых системы делятся на *линейные* и *нелинейные*.

По требуемому характеру изменения регулируемого параметра обыкновенные САУ подразделяются на системы стабилизации; программного управления; следящие. В системах стабилизации регулируемый параметр должен поддерживаться на постоянном значении, в программных системах — изменяться по заданной программе. В следящих системах значение регулируемого параметра изменяется в широких пределах по произвольному закону, который задается какими-либо внешними условиями.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

3.1. Дробно-рациональные и импульсные функции

Целью данной практической работы являются представление дробно-рациональной функции в форме Боде и исследование расположения полюсов и нулей функции на комплексной плоскости.

Дробно-рациональные функции комплексного переменного в различных формах широко используют в ТАУ для представления передаточных функций и решения задач синтеза и анализа САУ.

Дробно-рациональная функция некоторого действительного или комплексного переменного s имеет вид

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n}, \tag{3.1}$$

где $A(s)$, $B(s)$ — полиномы соответственно числителя и знаменателя; a_i, b_j — действительные числа $i = 0,1\ ...,\ n$; $j = 0,1,\ ...,\ m$; m — порядок числителя; n — порядок знаменателя. В ТАУ обычно используются функции, для которых $m \le n$. Далее будем рассматривать только такие дробно-рациональные функции.

Разложение дробно-рациональных функций на сомножители имеет важное значение в ТАУ. Так, представление функции в виде произведения биномов называется представлением в форме Боде:

$$F(s) = \frac{b_0 (s - s_{b_1})(s - s_{b_2})\ldots(s - s_{b_m})}{a_0 (s - s_{a_1})(s - s_{a_2})\ldots(s - s_{a_n})}, \tag{3.2}$$

где $s_{b_1} \ldots s_{b_m}$ — корни уравнения $B(s) = 0$ (или нули дробно-рациональной функции $F(s)$); $s_{a_1} \ldots s_{a_n}$ — корни характеристического уравнения $A(s) = 0$ (полюсы дробно-рациональной функции). Полюсы и нули могут быть действительными и комплексно-сопряженными числами.

Задача представления функции в форме Боде сводится к поиску корней уравнений, образованных полиномами числителя и знаменателя. Корни уравнения (3.2) располагают на плоскости комплексной переменной $s = \beta + j\omega$. На рис. 3.1 показано расположение полюсов и нулей некоторой дробно-рациональной функции. Полюсы изображают символом «×», а нули — символом «0». Такое графическое изображение называют полюсно-нулевой диаграммой.

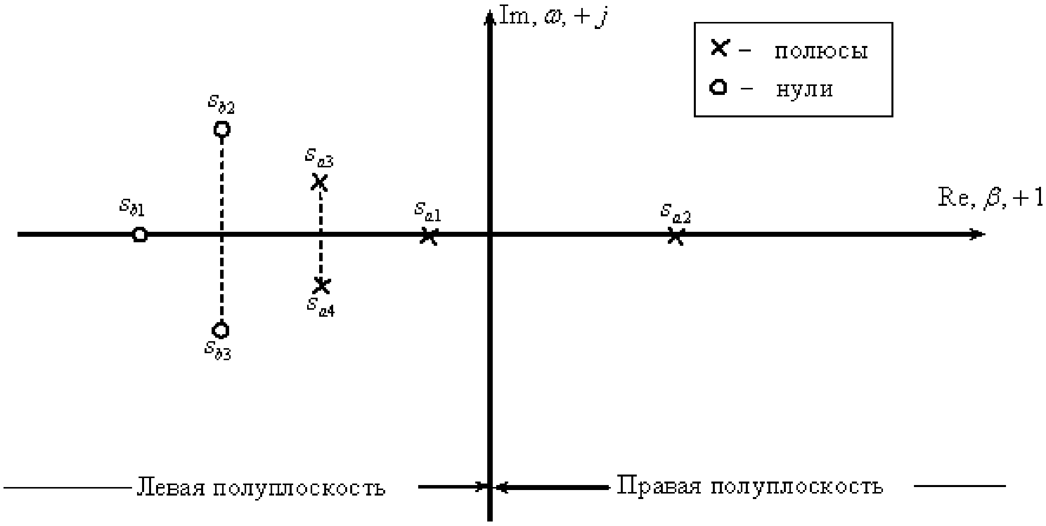

Рис. 3.1. Расположение нулей и полюсов дробно-рациональной функции на комплексной плоскости

Комплексные полюсы и нули всегда располагаются парами симметрично относительно действительной оси (комплексно-сопряженные корни). Если среди нулей и полюсов встречаются два или несколько одинаковых, их называют кратными, в отличие от остальных — простых. Кратность определяется числом одинаковых нулей или полюсов.

Пример 1

Представить дробно-рациональную функцию

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s^2 + 2}{s^2 + 6s + 10}$$

в форме Боде и показать расположение полюсов и нулей на комплексной плоскости.

*Решени*е

Найдем корни уравнения

$$B(s) = s^2 + 2.$$

Получаем два комплексно-сопряженных корня: $s_{b_1} = +\sqrt{2}j$; $s_{b_2} = -\sqrt{2}j$, которые называют нулями.

Найдем корни уравнения

$$A(s) = s^2 + 6s + 10 = 0.$$

Получаем два корня: $s_{a_1} = -3 + j$; $s_{a_2} = -3 - j$, которые называют полюсами.

Покажем расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости (рис. 3.2).

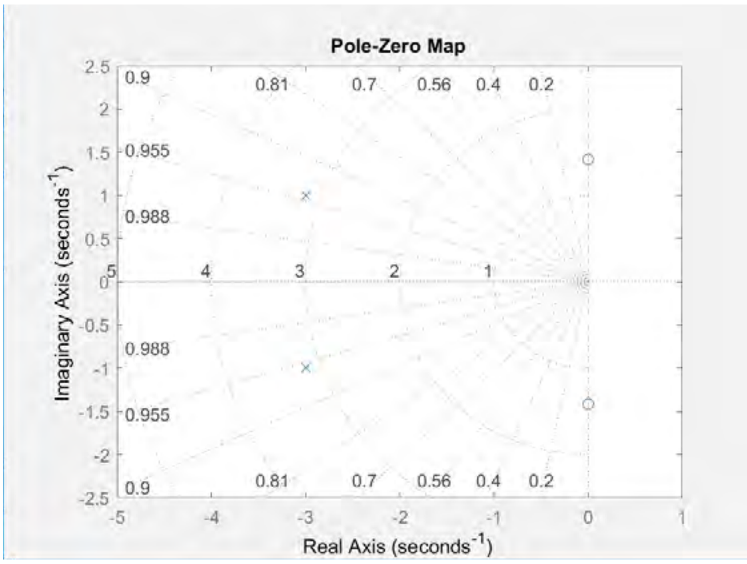

Рис. 3.2. Расположение нулей и полюсов функции *W*(*s*)

Пример 2

Представить дробно-рациональную функцию

$$W(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+4)}$$

в форме Боде и показать расположение полюсов и нулей на комплексной плоскости.

Решение

Найдем нули уравнения

$$B(s) = (s+2)(s+3).$$

Получаем два корня: $s_{b_1} = -2$; $s_{b_2} = -3$.

Найдем полюсы уравнения

$$A(s) = s(s+1)(s+4).$$

Получаем три полюса: $s_{a_1} = 0$; $s_{a_2} = -1$; $s_{a_3} = -4$.

Покажем расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости (рис. 3.3).

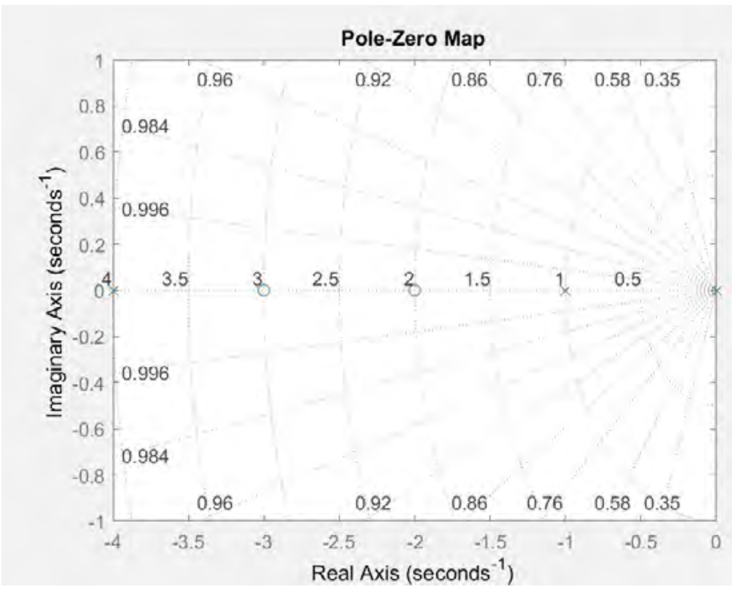

Рис. 3.3. Расположение нулей и полюсов функции *W*(*s*)

Задание для практической работы № 1

Представить дробно-рациональную функцию

$$W(s)=\frac{b_2 s^2+b_1 s+b_0}{a_2 s^2+a_1 s+a_0}$$

в форме Боде и построить полюсно-нулевую диаграмму согласно варианту (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Варианты заданий

Номер варианта	Значения коэффициентов					
	a_2	a_1	a_0	b_2	b_1	b_0
1	1	0	–1	1	2	–6
2	2	–6	–2	2	3	–8
3	3	–5	–3	3	0	0
4	4	–4	1	0	–6	2
5	5	–3	2	–6	–5	4
6	6	–2	3	–5	–4	3
7	7	–1	0	–4	–3	0
8	8	0	12	–3	–2	12
9	9	10	14	–2	–1	14
10	10	9	6	–1	12	–1
11	11	8	8	0	14	–2
12	12	0	4	10	6	–3
13	13	7	2	9	8	1
14	14	6	–2	8	4	2
15	15	5	–4	0	2	–4
16	16	0	–6	7	–2	–6
17	17	4	–8	6	–4	–8
18	18	3	0	5	3	0
19	19	2	2	0	2	2
20	20	1	4	4	1	4

Контрольные вопросы и задания

1. Дать определение дробно-рациональной функции.
2. Что называется порядком дробно-рациональной функции?
3. Поясните процедуру преобразования функции в форме Боде.
4. Что такое нули и полюсы дробно-рациональной функции?
5. Какие полюсы дробно-рациональной функции называют простыми?
6. Какие корни называются комплексно-сопряженными?
7. Дать определение полюсно-нулевой диаграмме.
8. Как изображаются нули и полюсы на полюсно-нулевой диаграмме?

3.2. Разложение дробно-рациональных функций на элементарные дроби

В работе рассмотрено представление дробно-рациональных функций в форме Хевисайда.

Для интегрирования и разложения функций в степенные ряды, ряды Лорана и т.д. необходимо представить дробно-рациональную функцию в виде суммы элементарных дробей.

Рассмотрим один из методов такого представления: *метод неопределенных коэффициентов.*

Под элементарными дробями понимают дроби следующих видов:

$$\frac{A}{s-a}; \tag{3.3}$$

$$\frac{A}{(s-a)^n}; \tag{3.4}$$

$$\frac{Mx+N}{s^2+ps+q}; \tag{3.5}$$

$$\frac{Mx+N}{\left(s^2+ps+q\right)^n}, \tag{3.6}$$

где A, M, N, x, a, n, p, q — числа; дискриминант знаменателя в дробях формул (3.5) и (3.6) меньше нуля.

Дробно-рациональную функцию раскладывают на простейшие дроби, если степень полинома числителя меньше степени полинома знаменателя ($m < n$).

Алгоритм метода неопределенных коэффициентов:

1) раскладываем знаменатель на множители;

2) раскладываемую дробь представляем в виде суммы простейших дробей с неопределенными коэффициентами;

3) приводим полученную сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами к общему знаменателю и группируем в числителе слагаемые при одинаковых степенях;

4) приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях. При этом получаем систему линейных алгебраических уравнений с неопределенными коэффициентами в качестве неизвестных;

5) решаем полученную систему уравнений любым способом;

6) записываем результат.

Пример 1

Представить дробно-рациональную функцию

$$F(s)=\frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

в виде суммы элементарных дробей.

Решение

Раскладываем знаменатель на множители:

$$F(s)=\frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}=\frac{s^2+4s+3}{s(s+2)(s+4)}.$$

Раскладываемую дробь представляем в виде суммы простейших дробей с неопределенными коэффициентами:

$$F(s)=\frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{s+4}.$$

Приводим полученную сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами к общему знаменателю и группируем в числителе слагаемые при одинаковых степенях:

$$F(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{s+4}=\frac{A(s+2)(s+4)+Bs(s+4)+Cs(s+2)}{s(s+2)(s+4)}=$$

$$=\frac{s^2(A+B+C)+s(6A+4B+2C)+8A}{s(s+2)(s+4)}.$$

Приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях. При этом получаем систему линейных алгебраических уравнений с неопределенными коэффициентами в качестве неизвестных:

$$\begin{cases} A+B+C=1 \\ 6A+4B+2C=4 \\ 8A=3. \end{cases}$$

Решаем полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} A+B+C=1 \\ 6A+4B+2C=4 \\ 8A=3 \end{cases}=\begin{cases} A=3/8 \\ B=1/4 \\ C=3/8. \end{cases}$$

Записываем результат:

$$F(s)=\frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}=\frac{3}{8s}+\frac{1/4}{s+2}+\frac{3/8}{s+4}.$$

Представление дробно-рациональных функций в форме Хевисайда

Дробно-рациональную функцию (3.1) часто представляют в виде суммы простейших дробей (форма Хевисайда):

$$F(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{C_1}{s-s_{a_1}}+\frac{C_2}{s-s_{a_2}}+\ldots+\frac{C_n}{s-s_{a_n}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{C_k}{s-s_{a_k}}, \tag{3.7}$$

где $s_{a_1} \ldots s_{a_n}$ — корни характеристического уравнения $A(s) = 0$; C_k — коэффициенты разложения, которые находят по функции

$$C_k=\frac{B(s_{a_k})}{A'(s_{a_k})}, \quad A'(s)=\frac{d}{ds}A(s). \tag{3.8}$$

Данное представление дробно-рациональной функции возможно, если полюсы $F(s)$ простые и $m < n$.

Функция, которая имеет один нулевой полюс, может быть представлена в виде

$$F(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{P(s)}{sQ(s)},$$

тогда вместо формул (3.7), (3.8) применяют выражение

$$F(s)=\frac{P(s)}{sQ(s)}=\frac{D_0}{s}+\frac{D_1}{s-s_{q_1}}+\ldots+\frac{D_{n-1}}{s-s_{q_n}}=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{D_k}{s-s_{q_k}}, \tag{3.9}$$

где $s_{q_1} \ldots s_{q_n}$ — ненулевые полюсы $F(s)$, корни уравнения $Q(s) = 0$,

$$D_0 = \frac{P(0)}{Q(0)},\ D_k = \frac{P\left(s_{q_k}\right)}{s_{q_k} Q'\left(s_{q_k}\right)},\ Q'(s) = \frac{d}{ds} Q(s). \qquad (3.10)$$

Представление дробно-рациональной функции в форме Хевисайда сводится к нахождению полюсов дробно-рациональной функции и рациональному использованию формул разложения.

Пример 2

Представить дробно-рациональные функции

$$H(s) = \frac{s+3}{s^2+3s+2},\ F(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

в форме Хевисайда.

Решение:

1. Расчет для $H(s)$

Уравнение полинома числителя имеет вид

$$B(s) = s + 3.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$A(s) = s^2 + 3s + 2.$$

Найдем корни характеристического уравнения:

$$s_{a_1,a_2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 2}}{2},\ s_{a_1} = -1,\ s_{a_2} = -2.$$

Определим производную от полинома знаменателя:

$$A'(s) = 2s + 3.$$

Определим коэффициенты разложения, соответствующие полюсам:

$$C_1 = \frac{B(s_{a_1})}{A'(s_{a_1})} = \frac{-1+3}{2(-1)+3} = 2, C_2 = \frac{B(s_{a_2})}{A'(s_{a_2})} = \frac{-2+3}{2(-2)+3} = -1.$$

Тогда форма Хевисайда имеет вид

$$H(s) = \frac{2}{s+1} + \frac{-1}{s+2}.$$

2. Расчет для $F(s)$

Представим $F(s)$ в виде

$$F(s) = \frac{P(s)}{sQ(s)}.$$

Тогда

$$P(s) = (s+1)(s+3),\quad Q(s) = (s+2)(s+4).$$

Ненулевые полюсы равны:

$$s_{q_1} = -2,\ s_{q_2} = -4.$$

Производная от $Q(s)$ следующая:

$$Q'(s) = 2s + 6.$$

Определим коэффициенты разложения:

$$D_0=\frac{P(0)}{Q(0)}=\frac{(0+1)(0+3)}{(0+2)(0+4)}=\frac{3}{8};$$

$$D_1=\frac{P(s_{q_1})}{s_{q_1}Q'(s_{q_1})}=\frac{(-2+1)(-2+3)}{(-2)\big(2(-2)+6\big)}=\frac{1}{4};$$

$$D_2=\frac{P(s_{q_2})}{s_{q_2}Q'(s_{q_2})}=\frac{(-4+1)(-4+3)}{(-4)\big(2(-4)+6\big)}=\frac{3}{8}.$$

Тогда форма Хевисайда имеет вид

$$F(s)=\frac{3}{8s}+\frac{1/4}{s+2}+\frac{3/8}{s+4}.$$

Задание для практической работы № 2

Представить дробно-рациональные функции $H(s)$ и $F(s)$ в форме Хевисайда согласно варианту (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Варианты заданий

Номер варианта	$H(s)$	$F(s)$
1	$\frac{s+1}{s^2-7s+10}$	$\frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$
2	$\frac{s+2}{s^2+5s+6}$	$\frac{(s+2)(s+5)}{s(s-1)(s-2)}$
3	$\frac{s+3}{s^2+8s+15}$	$\frac{(s-1)(s+4)}{s(s+3)(s+7)}$
4	$\frac{s+4}{s^2-s-6}$	$\frac{(s+4)(s+2)}{s(s+2)(s+4)}$
5	$\frac{s+5}{s^2+3s-10}$	$\frac{(s-1)(s+9)}{s(s+2)(s-4)}$
6	$\frac{s+6}{s^2-6s+8}$	$\frac{(s-5)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$
7	$\frac{s+7}{s^2+10s+21}$	$\frac{(s+6)(s+5)}{s(s-1)(s-6)}$
8	$\frac{s+8}{s^2-2s-8}$	$\frac{(s-1)(s+4)}{s(s-4)(s+7)}$