ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие «Физика: научись решать задачи сам» ориентировано на целенаправленную подготовку к Единому государственному экзамену (ЕГЭ) по физике в школе и дополнительному вступительному испытанию (ДВИ) при поступлении на физический факультет некоторых университетов. Серьезная самостоятельная работа с пособием позволит школьнику не только набрать высокие баллы на ЕГЭ и поступить в желаемый университет, но и плавно перейти к изучению там современного курса физики.

Ежегодно около 15–17% выпускников школ сдают ЕГЭ по физике. Встает вопрос о наиболее эффективной технологии подготовки к ЕГЭ и ДВИ в условиях ограниченного времени. Сегодня имеются рынок репетиторов, множество пособий для подготовки к ЕГЭ по физике, есть сайты в Интернете, где приведены тысячи задач с решениями. Это, безусловно, полезные ресурсы, и их можно использовать в процессе подготовки. Но как научиться самому решать задачи? Ведь умение самостоятельно работать и принимать обдуманные решения — ценное качество, обладатели которого обычно и достигают карьерного успеха. Взявшись за данное пособие, у вас появляется возможность преодолеть неуверенность в собственных силах и научиться быстро решать задачи, в том числе непростые, если следовать предложенной в пособии траектории решения.

Первая часть состоит из пяти глав, включающих 18 тематических блоков, которые охватывают все разделы школьного курса физики. Каждая глава начинается краткой сводкой основных формул и определений, используемых при решении задач по теме. Нумерация формул и определений соответствует порядку следования тем в блоках данной главы. В каждом тематическом блоке содержится несколько десятков стандартных и оригинальных задач, взятых из реальных ситуаций, что позволяет школьнику легко представить себе условие задачи. После каждой задачи приводится только численный ответ. Если этот ответ сразу не получается, нужно заглянуть в раздел «Указания к решению задач», который находится в конце каждой главы. В нем к каждой задаче разбирается физическая ситуация и приводится ссылка на необходимые для ее решения формулы в начале главы (например, «использовать 2-й закон Ньютона в импульсной форме (1.1.4.2)). Таким образом, сначала вы пробуете понять сюжет и физический смысл задачи, потом выстраиваете логику ее решения и переводите эту последовательность мысленных действий на математический язык, ну и в конечном итоге получаете ответ. Если он не сходится с приведенным ответом, сравните ход своих рассуждений и вычислений с предлагаемыми в указании. Такое «почти самостоятельное» решение задач особенно полезно в начале подготовки, когда нужно преодолеть неуверенность в собственных силах. Поскольку в нынешних условиях школьник не может позволить себе роскошь обдумывать задачу слишком долго, если за 20–30 мин ему не удалось найти ответ даже с помощью подсказки в указаниях, тогда уже следует заглянуть во вторую часть пособия, где приведены подробные решения всех задач. Для закрепления полезно также отметить номер задачи, вызвавшей затруднения, и вернуться к ней через одну-две недели.

Для преподавателей физики в школе пособие может быть интересно тем, что в нем обращается внимание на некоторые распространенные ошибки в известных задачниках по физике для школы.

* * *

Второе издание учебного пособия «Физика: научись решать задачи сам» пересмотрено и подкорректировано. Сохраняя целенаправленность книги на подготовку к ЕГЭ и учитывая изменения в заданиях ЕГЭ по физике в 2023 г., рекомендуем считать параграфы «Элементы астрофизики» в главе «Квантовая физика и астрофизика» факультативными для тех, кто интересуется астрономией.

Мы благодарны всем читателям, приславшим свои отклики на нашу книгу.

Г.И. Левиев, М.Р. Трунин
Март 2023 г.

ВВЕДЕНИЕ. ВЕКТОРЫ В ФИЗИКЕ

Векторы как удобная система обозначений и правила работы с ними появились в середине XIX в. Основатели физики — Ньютон, Галилей — не использовали векторы.

Для наших целей можно смотреть на векторы как на отрезки со стрелкой на одном конце, правила обращения с которыми придуманы, как придуманы правила игры в шахматы, например, конь ходит буквой «Г». Разница между этими «придумками» в том, что шахматные правила не используются нигде, кроме шахмат, а правила обращения с векторами отражают поведение физических величин — сил, скоростей, напряженностей полей и упрощают описание физической картины.

Вектор характеризуется длиной отрезка (модулем вектора) и направлением. Два вектора $\vec{A}$ и $\vec{B}$ считаем равными и записываем $\vec{A} = \vec{B}$, если совпадают их модули $A = B$ и направления. Буква со стрелкой обозначает вектор, а та же буква без стрелки — его модуль, положительное число. На рис. В1 модуль вектора $\vec{C}$ равен модулю вектора $\vec{A}$, т.е. $C = A$. Но это не равные векторы, $\vec{C} \neq \vec{A}$, из-за того, что у них разные направления. Вектор $\vec{D}$ направлен, как вектор $\vec{A}$, но его модуль больше, чем модуль вектора $\vec{A}$, и потому $\vec{D} \neq \vec{A}$. Вектор $\vec{E}$, модуль которого такой же, как у вектора $\vec{A}$, а направление противоположное, считаем связанным с $\vec{A}$ соотношением $\vec{E} = -\vec{A}$.

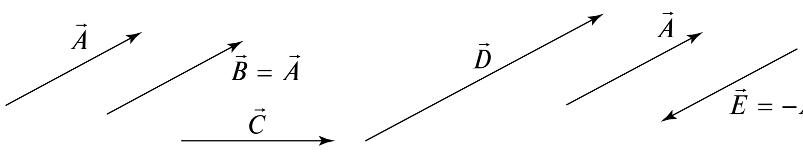


Рис. В1

Сложение векторов

Сформулируем основное правило, благодаря которому векторы находят применение в физике. Вектор $\vec{C}$ называется суммой вектора $\vec{A}$ и вектора $\vec{B}$, $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, если он построен, как на рис. В2, *а* (правило параллелограмма), или, что эквивалентно, как на рис. В2, *б* (правило треугольника).

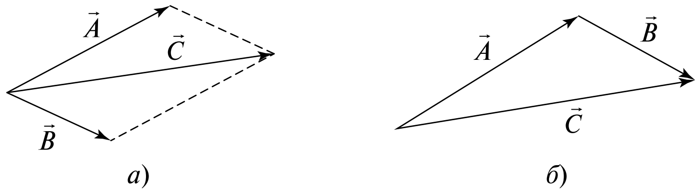


Рис. В2

Вектор $\vec{D}$, равный разности вектора $\vec{A}$ и вектора $\vec{B}$, определяется как сумма вектора $\vec{A}$ и вектора $(-\vec{B})$: $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$. Он находится как вторая диагональ параллелограмма, построенного на векторах $\vec{A}$ и $\vec{B}$ (рис. В3). Стрелка вектора разности ставится около вектора-уменьшаемого (правило «уколи уменьшаемое»).

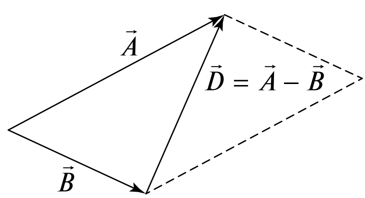


Рис. В3

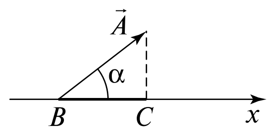
Приведем пример использования векторов в физике. Два трактора равномерно перемещают по земле контейнер с помощью тросов. Угол между тросами $\alpha = 60°$. В тросах имеются встроенные динамометры, которые показывают натяжения тросов 3 кН и 4 кН соответственно. Спрашивается, можно ли заменить два трактора одним, обеспечив такое же перемещение контейнера? И если можно, то как должен быть ориентирован единственный трос от одного трактора и каково натяжение этого троса? Ответ на поставленные физические вопросы дает эксперимент, который показывает, что «работает» правило сложения векторов. То есть нужно представить силы как векторы, направленные вдоль тросов, с модулями 3 кН и 4 кН. Дальше найти результирующий вектор по правилу сложения векторов, т.е. модуль их суммы, равный длине диагонали параллелограмма, и направление вдоль этой диагонали как направление движения троса. Динамометр, встроенный в этот трос, покажет величину натяжения, соответствующую длине диагонали, — около 6 кН, согласно теореме косинусов.

Этот пример показывает, что правило сложения векторов не только соответствует нашему воображению, как правила игры в шахматы, но и подстроено и подогнано так, чтобы описывать реальные эксперименты. Удивительно, что описание с помощью векторов удобно для разных физических величин — сил, перемещений, скоростей, напряженностей электрического и магнитного полей.

О проекции вектора на ось

Пусть имеются вектор $\vec{A}$ и координатная ось x (рис. В4). Векторы, о которых мы говорим, свободные, т.е. их можно перемещать параллельно самим себе. Переместим вектор $\vec{A}$ так, чтобы его начало оказалось на оси x, и опустим перпендикуляр из конца вектора на ось (рис. В5).

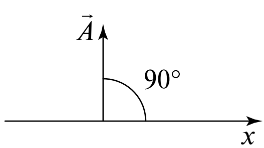
Рис. В4



$A_x = A\cos\alpha > 0$

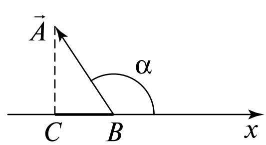
Рис. В5

Проекцией A_x вектора $\vec{A}$ на ось x называют величину $A_x = A\cos\alpha$. Если угол α острый, косинус положительный, величина проекции положительная и равна длине отрезка $BC = A_x$. В случае прямого угла $\alpha = 90°$ проекция вектора на ось обращается в ноль (рис. В6). При углах из интервала $90° < \alpha < 270°$ косинус отрицательный и проекция тоже отрицательная (рис. В7). Во многих задачах приходится брать проекции вектора сразу на две оси, как правило, перпендикулярные друг другу, хотя и не всегда (рис. В8). Иногда удобнее вместо двух проекций, т.е. двух алгебраических чисел, соответствующих данному вектору, представить вектор как сумму двух взаимно перпендикулярных векторов — говорят «разложить вектор на две составляющие».



$A_x = A\cos\alpha = 0$

Рис. В6



$A_x = A\cos\alpha < 0$

Рис. В7

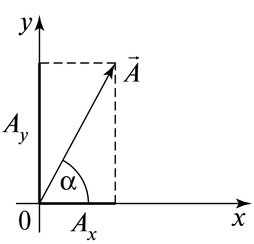


Рис. В8

Например, бывает полезно силу тяжести $m\vec{g}$ тела, лежащего на наклонной плоскости, представить как сумму двух сил: скатывающей силы $\vec{F}_{ск}$, направленной вдоль наклонной плоскости вниз, и силы нормального давления $\vec{N}$, направленной перпендикулярно наклонной плоскости: $m\vec{g} = \vec{F}_{ск} + \vec{N}$ (рис. В9).

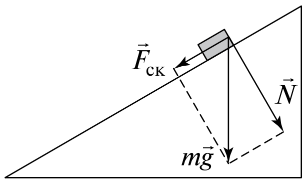


Рис. В9

Умножение векторов

Векторы можно не только складывать и вычитать, но и умножать друг на друга. Мы рассмотрим два способа умножения векторов.

1. **Скалярное произведение векторов.** По определению скалярным произведением двух векторов $\vec{B}$ и $\vec{C}$ называется число A (не вектор, а скаляр), равное произведению модулей векторов B и C и косинуса угла α между векторами:

$$A = \vec{B} \cdot \vec{C} \equiv B \cdot C \cdot \cos\alpha.$$

Из определения видно, что скалярное произведение может быть положительным, отрицательным или равным нулю. В физике с помощью скалярного произведения определяют работу силы. Если при действии на тело постоянной силы $\vec{F}$ оно переместилось на величину $\vec{s}$, то работа A силы при этом перемещении по определению равна $A \equiv Fs\cos\alpha$. Угол α здесь — это угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{s}$.

Скалярное произведение векторов можно выразить не через модули и угол, а через проекции векторов на оси прямоугольной (декартовой) системы координат:

$$A = \vec{B}\vec{C} = BC\cos\alpha = B_xC_x + B_yC_y + B_zC_z.$$

2. **Векторное произведение.** Векторным произведением $\vec{v}$ и $\vec{B}$ называется вектор $\vec{F} = \vec{v} \times \vec{B}$, модуль которого равен произведению модулей v и B и синуса угла α между этими векторами: $F \equiv vB\sin\alpha$. По определению вектор $\vec{F}$ направлен перпендикулярно обоим векторам-сомножителям $\vec{v}$ и $\vec{B}$. При этом, если смотреть со стороны конца вектора-произведения $\vec{F}$,

ближайший поворот от первого сомножителя $\vec{v}$ ко второму сомножителю $\vec{B}$ должен проходить против часовой стрелки (рис. В10).

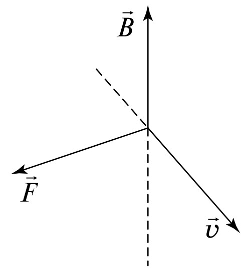


Рис. В10

В физике векторное произведение используется в механике, например, для описания моментов сил и импульсов, в электродинамике, например, для выражения силы Лоренца $\vec{F}_Л = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Если при знакомстве с силой Лоренца не используется представление о векторном произведении векторов, то для указания направления силы Лоренца вводят правило левой руки. Любой вектор $\vec{A}$ можно задать с помощью его проекций на заданную систему координатных осей. В общем случае нужно указать три проекции, но если вектор лежит в плоскости, проведенной через оси координат x, y, то для характеристики вектора хватает двух проекций — A_x, A_y.

В некоторых задачах удобно ввести единичные безразмерные векторы, направленные вдоль осей координат, — орты. Стандартные обозначения ортов: $\vec{i}$ для единичного вектора вдоль оси x и $\vec{j}$ для орта, направленного вдоль оси y (рис. В11). Если используется и третья ось координат z, орт вдоль этой оси обозначается $\vec{k}$.

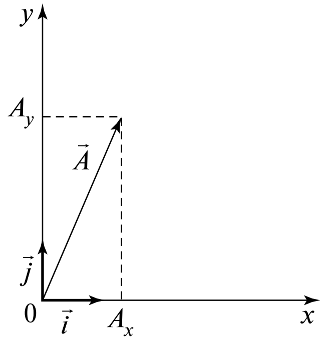


Рис. В11

Произвольные векторы $\vec{A}$, $\vec{B}$ с помощью ортов можно записать так:

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}, \quad \vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}.$$

Найдем скалярное произведение $\vec{A}\vec{B}$ векторов:

$$\vec{A}\vec{B} = (A_x\vec{i} + A_y\vec{j})(B_x\vec{i} + B_y\vec{j}) = A_x\vec{i}B_x\vec{i} + A_x\vec{i}B_y\vec{j} + A_y\vec{j}B_x\vec{i} = A_y\vec{j}B_y\vec{j}. \quad (1)$$

Ответ содержит скалярные произведения ортов $\vec{i}\vec{i}$, $\vec{j}\vec{j}$, $\vec{i}\vec{j}$. Орты перпендикулярны друг другу, поэтому скалярное произведение двух разных ортов равно нулю:

$$\vec{i}\vec{j} = ij\cos 90° = 0. \quad (2)$$

Скалярные «квадраты» ортов, т.е. произведения одинаковых векторов, равны единице:

$$\vec{i}\vec{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0° = 1, \quad \vec{j}\vec{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0° = 1. \quad (3)$$

С учетом (2), (3) для скалярного произведения (1) имеем

$$\vec{A}\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y. \quad (1а)$$

Вывод. Для скалярного произведения векторов получено выражение через проекции векторов (1а). Зная проекции, можно найти скалярное произведение векторов, не рассматривая угол между ними.

Примеры

1. Модули векторов A, B, C на рис. В12 равны 45, 90, 120 соответственно:

а) чему равен модуль вектора $\vec{D}$, равного сумме этих векторов $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$?

б) чему равны углы α и β?

в) чему равно скалярное произведение $\vec{A}\vec{C}$ векторов $\vec{A}$ и $\vec{C}$?

г) чему равен модуль вектора $\vec{F}$, равного векторному произведению $\vec{A} \times \vec{C} = \vec{F}$ векторов $\vec{A}$ и $\vec{C}$?

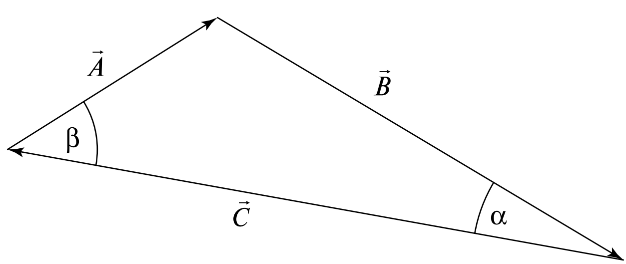


Рис. В12

д) чему равна площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{A}$, $\vec{B}, \vec{C}$?

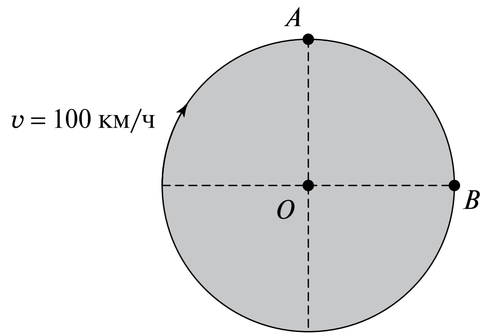


Рис. В13

2. Автомобиль едет по круговой дорожке вокруг стадиона со скоростью v = 100 км/ч (рис. В13). Нарисовать вектор разности скоростей $\vec{v}_B - \vec{v}_A$ в точках A и B и вычислить модуль этого вектора.

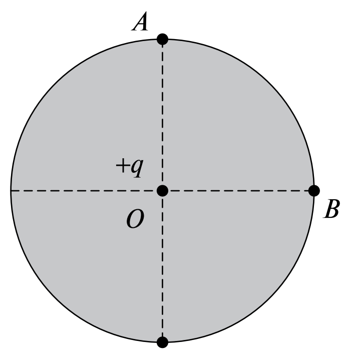


Рис. В14

3. На столе в точке O расположен точечный электрический заряд $+q$ (рис. В14). Нарисовать векторы $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_C$ напряженности поля в точках A, B, C и вектор суммы этих векторов.

4. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка от нас (рис. В15). Электрон и альфа-частица влетают в поле с одинаковыми скоростями $\vec{v}$ в плоскости рисунка. Изобразить векторы сил Лоренца, действующих на электрон и на альфа-частицу.

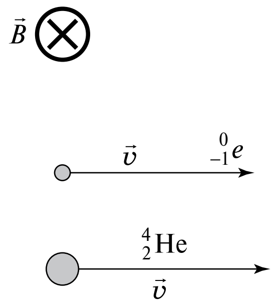


Рис. В15

Часть 1

ЗАДАЧИ
И ПОДСКАЗКИ

1. МЕХАНИКА

1.1. Основные формулы и определения

1.1.1. Кинематика

1.1.1.1. *Систему отсчета* образуют тело отсчета, жестко связанная с ним система координатных осей и часы (рис. 1.1).

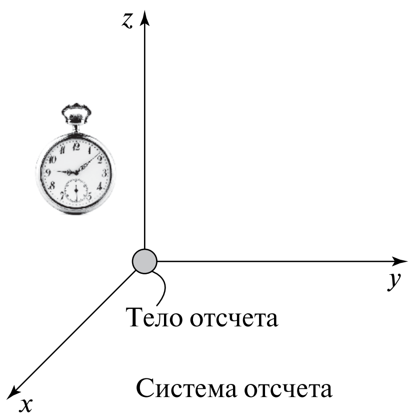


Рис. 1.1

1.1.1.2. Положение тела (материальной точки) в пространстве можно задавать координатами $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, или радиус-вектором $\vec{r}(t)$ (рис. 1.2). Разность $\Delta\vec{r} \equiv \vec{s} \equiv \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ называется *перемещением тела* $\vec{s}$.

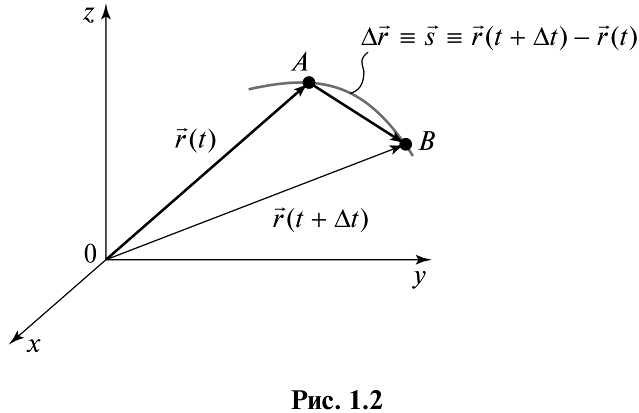


Рис. 1.2

Этой же буквой s часто обозначают *путь тела* — длину пройденного участка траектории. Путь — скалярная положительная величина, со временем может только возрастать или оставаться постоянной, в отличие от модуля вектора перемещения, который может и уменьшаться. Знак тождественности $\equiv$ используется, когда соотношение вводится по определению. *Проекции радиус-вектора тела на оси координат* — это координаты тела $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$. При произвольном движении по прямой используется только одна координата, по плоскости — две координаты, в пространстве — три координаты. Зависимость координаты от времени называют *уравнением движения* или *законом движения*. Буквы r, s, v, a без стрелочек над ними означают модули соответствующих векторов, т.е. положительные величины. Проекции векторов могут быть любого знака.

1.1.1.3.

А. *Вектор средней скорости* за промежуток времени Δt:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Мгновенная скорость в момент времени t:

$$\vec{v}(t) = \left.\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|_{\Delta t \to 0} \equiv \vec{r}'(t).$$

Средняя путевая скорость, скаляр:

$$v_{\text{ср.путевая}} \equiv \frac{s}{t} = \frac{\text{Весь путь}}{\text{Все время}}.$$

Б. *Классический закон сложения скоростей*:

$$\vec{v}(t)_{\text{абс}} = \vec{v}(t)_{\text{пер}} + \vec{v}(t)_{\text{отн}},$$

где $\vec{v}(t)_{\text{абс}}$ — скорость слона относительно неподвижного наблюдателя; $\vec{v}(t)_{\text{отн}}$ — его скорость относительно подвижной системы (автомобиля); $\vec{v}(t)_{\text{пер}}$ (перенóсная) — скорость подвижной системы (рис. 1.3). Три скорости связаны как радиус-векторы.

Подвижная система считается движущейся поступательно. Если подвижная система вращается, то за перенóсную скорость берем скорость той точки подвижной системы, через которую наблюдаемое тело проходит в данный момент времени.

1.1.1.4. *Среднее ускорение* за промежуток времени Δt:

$$\vec{a}_{\text{ср}} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t};$$

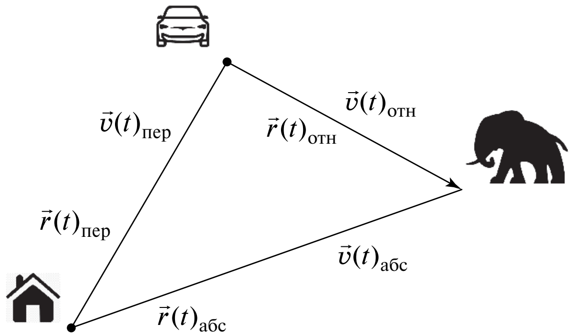


Рис. 1.3

Мгновенное ускорение в момент времени t:

$$\vec{a}(t) \equiv \left.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|_{\Delta t\to 0} \equiv \vec{v}'(t).$$

Если ускорение $\vec{a}$ не зависит от времени, для скорости $\vec{v}(t)$ и вектора перемещения $\Delta\vec{r}(t)$ справедливы соотношения

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \Delta\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot\Delta\vec{r}.$$

При движении по прямой в одну сторону

$$v^2 - v_0^2 = 2as,$$

где s — пройденный путь.

Сложение ускорений в случае, когда подвижная система движется поступательно:

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}}.$$

Если подвижная система вращается, то связь ускорений более сложная. В таком виде она применима для вращающейся системы в частном случае, когда $\vec{v}_{\text{отн}} = 0$.

1.1.1.5. *Равномерное прямолинейное движение* вдоль оси x:

$$x(t) = x_0 + v_x t, \quad v_x = \text{const}, \quad a_x = 0.$$

1.1.1.6.

А. *Прямолинейное движение с постоянным ускорением* a_x вдоль оси x:

$$x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad v_x(t) = v_{x_0} + a_x t,$$

$$v_x^2 - v_{0_x}^2 = 2a_x(x - x_0), \quad v_{x_{\text{ср}}} = \frac{v_{1_x} + v_{2x}}{2}.$$

Б. *Произвольное прямолинейное движение* вдоль оси x:

$$x = x(t), \quad v_x(t) = x'(t), \quad a_x(t) = v_x'(t) = x''(t).$$

1.1.1.7.

А. *Движение тела, брошенного вертикально вверх или вниз* с высоты h_0. Ось y направлена вверх, начало на земле:

$$y(t) = h_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_y(t) = v_{0y} - gt,$$

$$v_y^2(h) - v_y^2(h_0) = 2g(h_0 - h), \quad s_n = g\tau^2\frac{2n-1}{2} = 5\cdot(2n-1).$$

Тело падает без начальной скорости. s_n = (5 м, 15 м, 25 м, 35 м, ...) — путь, пройденный за n-ю секунду, $\tau = 1$ с.

Б. *Движение тела, брошенного со скоростью $\vec{v}_0$ под углом α к горизонту*. Начало системы координат x, y в точке вылета тела:

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}, \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t, \quad x(t) = v_0\cos\alpha\cdot t,$$

$$v_x = v_0\cos\alpha, \quad y(t) = v_0\sin\alpha\cdot t - \frac{\vec{g}t^2}{2}, \quad v_y = v_0\sin\alpha,$$

где $\tau = 2v_0\frac{\sin\alpha}{g}$ — время полета тела; $L = v_0^2\frac{\sin 2\alpha}{g}$ — дальность полета тела; $H = v_0^2\frac{\sin^2\alpha}{2g} = L\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{4}$ — максимальная высота при полете.

Уравнение траектории полета (параболы): $y(x) = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$.

Дальность полета тела, брошенного на высоте H:

$$L = v_0^2\frac{\sin 2\alpha}{2g} + v_0\frac{\cos\alpha\sqrt{2gH + v_0^2\sin^2\alpha}}{g}.$$

1.1.1.8. *Движение по окружности.*

Угловая скорость ω тела, движущегося по окружности:

$$\omega \equiv \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ — дуга в радианах, которую проходит тело за промежуток времени Δt.

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru