

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	5
1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК БЕТОНА И АРМАТУРЫ .....	6
2. РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ .....	15
2.1. Расчет изгибаемых элементов прямоугольного профиля с одиночной арматурой .....	16
2.2. Расчет изгибаемых элементов прямоугольного сечения с двойной арматурой .....	21
3. РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТАВРОВОГО ПРОФИЛЯ .....	25
4. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ .....	31
5. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ .....	40
6. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ВТОРОЙ ГРУППЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ .....	42
6.1. Определение момента образования трещин. Определение ширины раскрытия нормальных трещин .....	42
6.2. Расчет железобетонных конструкций по деформациям (по прогибам) .....	47
Библиографический список .....	62
Приложения .....	63

## ВВЕДЕНИЕ

В учебно-методическом пособии представлены материалы по основным положениям проектирования бетонных и железобетонных конструкций.

Учебно-методическое пособие структурировано по темам лекций, практических занятий и самостоятельной работы обучающихся. В качестве примеров подробно рассматриваются два типа задач по расчету железобетонных конструкций — задачи поверочного и проектного расчетов. В пособии представлены примеры решения задач по определению основных характеристик материалов железобетонных конструкций. Приведены примеры расчета железобетонных конструкций по первой и второй группам предельных состояний: расчет нормальных сечений прямоугольного и таврового профиля; расчет наклонных сечений; расчет момента трещинообразования; расчет ширины раскрытия нормальных трещин; расчет по деформациям трещиностойких и нетрещиностойких элементов.

Все расчеты выполнены в соответствии с требованиями и рекомендациями действующих сводов правил.

В приложениях к пособию приводятся характеристики материалов, необходимые при расчете железобетонных конструкций по первой и второй группам предельных состояний.

Учебно-методическое пособие предназначено для обучающихся, осваивающих дисциплины «Железобетонные и каменные конструкции», «Железобетонные конструкции».

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК БЕТОНА И АРМАТУРЫ

**Бетон** — искусственный камень с рационально подобранным составом заполнителей, вяжущего вещества и воды, с гарантированными физико-механическими свойствами.

### Классы и марки бетона

Качество конструкционного бетона характеризуется классами и марками в зависимости от назначения железобетонных конструкций и условий эксплуатации. Строительные нормы устанавливают следующие *показатели качества бетона*:

- класс бетона по прочности на осевое сжатие  $B$ ;
- класс бетона по прочности на осевое растяжение  $B_t$ ;
- марка по морозостойкости  $F$ ;
- марка по водонепроницаемости  $W$ ;
- марка по средней плотности  $D$ ;
- марка по самоуплотнению  $S_p$ .

*Классом бетона по прочности на осевое сжатие  $B$  (МПа) называется прочность на сжатие бетонных кубов с размером ребра 150 мм, испытанных по ГОСТ в возрасте 28 суток при температуре  $20 \pm 2$  °C с обеспеченностью 0,95.*

Класс бетона указывается в проекте, контролируется в обязательном порядке на заводе-изготовителе и на строительной площадке (рис. 1.1).

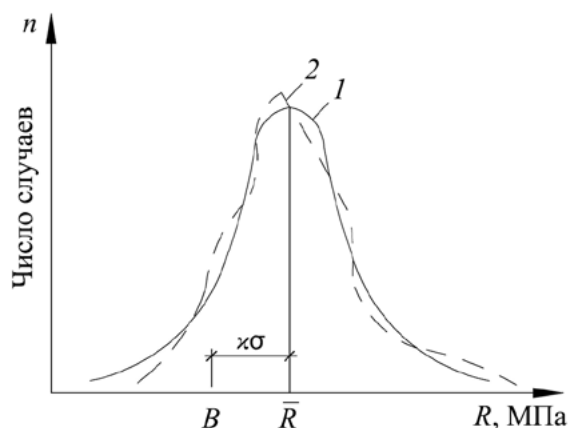


Рис. 1.1. Кривые распределения кубиковой прочности:

- $n$  — количество кубов, имеющих одинаковую прочность;  $R$  — величина кубиковой прочности;  
1 — теоретическая кривая распределения прочности (нормальное распределение — кривая Гаусса);  
2 — опытная кривая распределения прочности

Класс бетона по прочности на осевое сжатие определяется по одной из формул:

$$B = R_n = \bar{R} - 1,64\sigma \text{ или } B = R_n = \bar{R}(1 - 1,64v).$$

**Марка бетона по морозостойкости ( $F$ )** — число циклов попеременного замораживания и оттаивания эталонных кубов в насыщенном водой состоянии, после которого прочность кубов с обеспеченностью 0,95 снижается на 10 %.

**Марка бетона по водонепроницаемости ( $W$ )** характеризуется предельным давлением воды ( $\text{кг/см}^2$ ), при котором еще не наблюдается ее просачивание через испытываемый стандартный образец.

**Кубиковая прочность бетона ( $R$ )** — прочность на сжатие бетонных кубов, определяется как отношение разрушающей осевой сжимающей силы образца-куба стандартных размеров к площади его сечения, нормального к этой силе. Кубиковая прочность бетона необходима для контроля прочностных качеств бетона (определение класса бетона по прочности на сжатие).

*Основной характеристикой прочности бетона сжатой зоны является призмная прочность  $R_b$ , т.е. временное сопротивление осевому сжатию бетонных призм.*

**Призменная прочность бетона ( $R_b$ )** — прочность на сжатие бетонных призм, определяется как отношение разрушающей осевой сжимающей силы образца-призмы стандартных размеров к площади его сечения, нормального к этой силе. Призменная прочность бетона используется при расчете бетонных и железобетонных конструкций [1].

Влияние сил трения на торцах призмы уменьшается с увеличением ее высоты и при отношении  $h/a = 4$  значение  $R_b$  становится почти стабильным и равным примерно  $0,75R$ . Влияние гибкости становится ощутимо при  $h/a \geq 8$  [2]. Поэтому принято испытывать призмы с отношением ее высоты к стороне поперечного сечения  $h/a = 4$ .

При осевом растяжении прочность бетона в 10–20 раз меньше прочности на сжатие. Опытным путем  $R_{bt}$  определяют испытанием на разрыв образцов в виде восьмерок или на изгиб бетонных балок-призм, или на раскалывание образцов в виде цилиндров, кубов.

Нормативное сопротивление бетона — это сопротивление эталонного образца при обеспеченности 0,95.

Нормативная призменная прочность бетона:

$$R_{bn} = \bar{R}_b (1 - 1,64v).$$

Нормативная прочность бетона при осевом растяжении:

$$R_{bt,n} = \bar{R}_{bt} (1 - 1,64v).$$

### Расчетные сопротивления бетона

*Первая группа предельных состояний*

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_{bc}}, \quad R_{bt} = \frac{R_{bt,n}}{\gamma_{bt}},$$

где  $\gamma_{bc}$  — коэффициент надежности по бетону при сжатии,  $\gamma_{bc} = 1,3$ ;  $\gamma_{bt}$  — коэффициент надежности по бетону при растяжении,  $\gamma_{bt} = 1,3$  — при контроле прочности;  $\gamma_{bt} = 1,5$  — без контроля прочности [3].

При расчете элементов конструкции расчетные сопротивления  $R_b$  и  $R_{bt}$  умножают на коэффициенты условий работы бетона  $\gamma_{bi}$ .

*Вторая группа предельных состояний*

Коэффициенты надежности по бетону принимают:

$\gamma_{bc} = 1,0$  — при сжатии;

$\gamma_{bc} = 1,0$  — при растяжении, кроме многократно повторных нагрузках.

За расчетные сопротивления при этом принимаются нормативные значения [3]:

$$R_{b,ser} = R_{bn}, \quad R_{bt,ser} = R_{bt,n}.$$

**Задача 1.1.** Испытаны 13 бетонных кубов размером  $10 \times 10 \times 10$  см в возрасте 11 суток. В результате получили, что три образца имели прочность 42 МПа; два образца — 44 МПа; три образца — 46 МПа; три образца — 43 МПа; два образца — 45 МПа.

Определить класс бетона по прочности на сжатие.

**Решение**

1. Среднее значение прочности (среднеарифметическое):

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{n_1 R_1 + n_2 R_2 + n_3 R_3 + \dots + n_k R_k}{n} = \\ &= \frac{3 \cdot 42 + 2 \cdot 44 + 3 \cdot 46 + 3 \cdot 43 + 2 \cdot 45}{13} = \frac{571}{13} = 43,9 \text{ МПа,} \end{aligned}$$

где индекс  $k$  — последний член.

2. Отклонение текущего значения прочности от среднего:

$$\Delta_i = (R_i - \bar{R});$$

$$\Delta_1 = (R_1 - \bar{R}) = (42 - 43,9) = -1,9 \text{ МПа};$$

$$\Delta_2 = (R_2 - \bar{R}) = (44 - 43,9) = 0,1 \text{ МПа};$$

$$\Delta_3 = (R_3 - \bar{R}) = (46 - 43,9) = 2,1 \text{ МПа};$$

$$\Delta_4 = (R_4 - \bar{R}) = (43 - 43,9) = -0,9 \text{ МПа};$$

$$\Delta_5 = (R_5 - \bar{R}) = (45 - 43,9) = 1,1 \text{ МПа},$$

где индекс  $i$  — переменное значение.

3. Среднеквадратическое отклонение (стандарт) показывает разброс или отклонение от среднего:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1 \Delta_1^2 + n_2 \Delta_2^2 + n_3 \Delta_3^2 + \dots + n_k \Delta_k^2}{n-1}},$$

где  $\Delta_i = (R_i - \bar{R})$  — отклонение текущего значения от среднего;

$$\sigma = \sqrt{\frac{3(-1,9)^2 + 2 \cdot 0,1^2 + 3 \cdot 2,1^2 + 3(-0,9)^2 + 2 \cdot 1,1^2}{13-1}} = \sqrt{\frac{28,93}{12}} = 1,55 \text{ МПа}.$$

4. Значение прочности куба размером  $10 \times 10 \times 10$  см в возрасте 11 суток с обеспеченностью 0,95 равно

$$R_n = \bar{R} - 1,64\sigma \text{ или } R_n = \bar{R}(1 - 1,64v),$$

где 1,64 — число стандартов (показатель надежности);  $v$  — коэффициент вариации,  $v = \sigma/\bar{R} = 1,55/43,9 = 0,035$ ;

$$R_n = \bar{R}(1 - 1,64v) = 43,9(1 - 1,64 \cdot 0,035) = 41,4 \text{ МПа}$$

$$\text{или } R_n = \bar{R} - 1,64\sigma = 43,9 - 1,64 \cdot 1,55 = 41,4 \text{ МПа}.$$

5. Значение прочности куба размером  $10 \times 10 \times 10$  см в возрасте 28 суток с обеспеченностью 0,95 равно

$$R_t = R_{28} \frac{\lg t}{\lg 28};$$

$$R_{28} = R_t \frac{\lg 28}{\lg t};$$

$$R_{n,28} = R_{n,11} \frac{\lg 28}{\lg 11} = 41,4 \frac{\lg 28}{\lg 11} = 57,5 \text{ МПа}.$$

6. Значение прочности куба размером  $15 \times 15 \times 15$  см в возрасте 28 суток с обеспеченностью 0,95 равно

$$R_{15 \times 15} = \alpha R_{10 \times 10} = 0,95 \cdot 57,5 = 54,6 \text{ МПа}.$$

Основные классы бетона по прочности на сжатие:

B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Класс бетона по прочности на сжатие определяется из условия  $B_{\max} \leq R_n$ .

**Вывод.** По результатам испытаний бетон имеет класс бетона по прочности на сжатие B50, так как  $50 \text{ МПа} < R_n = 54,6 \text{ МПа}$ .

**Задача 1.2.** При испытании тяжелого бетона в образцах размером 10×10×10 см средний предел прочности в возрасте 11 суток оказался равным 43,9 МПа. Коэффициент вариации  $v = 6,5 \%$ .

К какому классу по прочности на сжатие относится испытанный бетон?

**Решение**

1. Определяем прочность эталонного образца-куба размером 15×15×15 см в возрасте 11 суток:

$$R_{15 \times 15} = \alpha R_{10 \times 10} = 0,95 \cdot 43,9 = 41,7 \text{ МПа.}$$

2. Определяем прочность эталонного образца-куба размером 15×15×15 см в возрасте 28 суток:

$$R_t = R_{28} \frac{\lg t}{\lg 28};$$

$$R_{28} = R_t \frac{\lg 28}{\lg t};$$

$$R_{28} = R_{11} \frac{\lg 28}{\lg 11} = 41,7 \frac{\lg 28}{\lg 11} = 58,0 \text{ МПа.}$$

3. Определяем прочность эталонного образца-куба размером 15×15×15 см в возрасте 28 суток с обеспеченностью 0,95 (нормативная кубиковая прочность):

$$R_n = \bar{R} - 1,64\sigma \quad \text{или} \quad R_n = \bar{R}(1 - 1,64v).$$

Коэффициент вариации:

$$v = \sigma/\bar{R} = 6,5 \% = 0,065.$$

Нормативная кубиковая прочность:

$$R_n = \bar{R}(1 - 1,64v) = 58,0 (1 - 1,64 \cdot 0,065) = 51,8 \text{ МПа.}$$

4. Согласно определению класс бетона на сжатие равен нормативной прочности эталонного куба-образца в возрасте 28 суток:

$$B = R_n = 51,8 \text{ МПа.}$$

5. СП 63.13330.2018 устанавливает следующие основные классы бетона по прочности на сжатие:

B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Класс бетона по прочности на сжатие определяется из условия

$$B_{\max} \leq R_n.$$

**Вывод.** По результатам испытаний бетон имеет класс бетона по прочности на сжатие B50, так как  $50 \text{ МПа} < R_n = 51,8 \text{ МПа}$ .

**Задача 1.3.** При испытании бетона на водонепроницаемость получили, что при давлении 6,6 кг/см<sup>2</sup> (0,66 МПа) наблюдалось просачивание воды через бетон.

Определить марку бетона по водонепроницаемости, если существуют следующие марки: W2; W4; W6; W8; W10; W12 [3].

**Вывод.** Испытанный бетон имеет марку по водонепроницаемости W6, так как при давлении 6,0 кг/см<sup>2</sup> просачивание воды через бетон не наблюдалось.

**Задача 1.4.** Определить призмную прочность (в МПа) бетонной призмы размером  $10 \times 10 \times 40$  см, если разрушающее усилие оказалось равным 545 кН.

**Решение**

1. Площадь поперечного сечения (сечение, перпендикулярное линии действия сжимающей силы):

$$A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2.$$

2. Призмная прочность бетона:

$$R_b = \frac{N}{A} = \frac{545}{100} = 5,45 \text{ кН/см}^2 = 54,5 \text{ МПа}.$$

Призмная прочность испытанного бетона  $R_b = 54,5$  МПа.

**Задача 1.5.** Определить нормативную прочность бетона на растяжение при изгибе, если при испытании бетонных призм  $15 \times 15 \times 60$  см на изгиб средняя прочность на растяжение составила 1,74 МПа. Коэффициент вариации — 7,6 %. Схема испытания призм представлена на рис. 1.2.

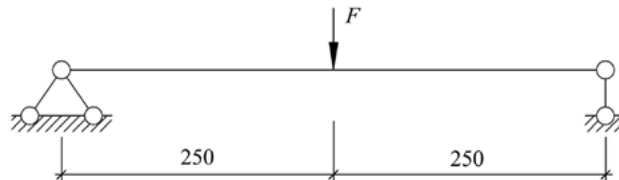


Рис. 1.2. Расчетная схема к задаче 1.5

**Решение**

Нормативная прочность бетона на растяжение при изгибе — это прочность бетона на растяжение при изгибе с обеспеченностью 0,95:

$$R_{bt,n} = \bar{R}_{bt} (1 - 1,64v) = 1,74(1 - 1,64 \cdot 0,076) = 1,52 \text{ МПа}.$$

**Вывод.** Нормативная прочность (с обеспеченностью 0,95) испытанного бетона на растяжение при изгибе равна  $R_{bt,n} = 1,52$  МПа.

**Задача 1.6.** Определить среднюю прочность кубов размером  $10 \times 10 \times 10$  см, если разрушающая нагрузка в возрасте 30 суток при их испытании составила 69 т; 72 т; 75 т; 70 т; 73 т.

**Решение**

1. Площадь поперечного сечения:

$$A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2.$$

2. Вычисляем кубиковую прочность бетона:

$$R_i = \frac{N_i}{A_i},$$

где  $N_1 = 69$  т,  $N_2 = 72$  т,  $N_3 = 75$  т,  $N_4 = 70$  т,  $N_5 = 73$  т.

Учитывая, что 1 т = 10 кН, вычисляем прочности отдельных кубиков:

$$R_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{69 \cdot 10}{100} = 6,9 \text{ кН/см}^2 = 69 \text{ МПа};$$

$$R_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{72 \cdot 10}{100} = 7,2 \text{ кН/см}^2 = 72 \text{ МПа};$$

$$R_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{75 \cdot 10}{100} = 7,5 \text{ кН/см}^2 = 75 \text{ МПа};$$

$$R_4 = \frac{N_4}{A_4} = \frac{70 \cdot 10}{100} = 7,0 \text{ кН/см}^2 = 70 \text{ МПа};$$

$$R_5 = \frac{N_5}{A_5} = \frac{73 \cdot 10}{100} = 7,3 \text{ кН/см}^2 = 73 \text{ МПа}.$$

3. Среднее значение кубиковой прочности испытанного бетона:

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{n} = \frac{69 + 72 + 75 + 70 + 73}{5} = 71,8 \text{ МПа},$$

где  $n$  — количество испытанных кубов,  $n = 5$  шт.

**Вывод.** Среднее значение прочности испытанных бетонных кубов размером  $10 \times 10 \times 10$  см в возрасте 30 суток равно 71,8 МПа.

Для бетона характерны деформации двух основных видов:

а) объемные, которые развиваются во всех направлениях под действием усадки (набухания), изменения температуры и влажности;

б) силовые, которые развиваются в основном вдоль направления действия сил.

**Усадка бетона** — это свойство бетона, характеризующееся уменьшением его объема с течением времени при твердении в нормальных условиях из-за потери влаги.

**Набухание бетона** — свойство бетона увеличиваться в объеме при твердении в водной среде.

Деформации, вызванные усадкой бетона, изменяются в довольно широком диапазоне: по данным опытов, для тяжелых бетонов  $\varepsilon_{sl} \approx 3 \cdot 10^{-4}$  и более. Деформации бетона при набухании в 2–5 раз меньше, чем при усадке [3].

Деформации бетона, вызванные изменением температуры, зависят от коэффициента температурной деформации бетона  $\alpha_b$ . При изменении температуры от  $-40$  до  $+50$  °С для тяжелого бетона принимают

$$\alpha_b = 1 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}.$$

В действительности коэффициент  $\alpha_b$  зависит от вида цемента, заполнителей, влажности бетона, температуры замораживания, количества циклов замораживания-оттаивания [3].

**Задача 1.7.** Определить перемещение бетонного бруса длиной 3 м, если максимальные деформации усадки бетона составили  $35 \times 10^{-5}$  отн. ед.

**Решение**

1. Относительные деформации ( $\varepsilon$ ) — это отношение изменения длины элемента к его первоначальной длине:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

2. Перемещение бетонного бруса вследствие усадки:

$$\Delta l = \varepsilon_{shr} \cdot l_0 = 35 \cdot 10^{-5} \cdot 3 = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,05 \text{ мм}.$$

**Вывод.** Бетонный брус длиной 3 м вследствие процесса усадки бетона сократится на 1,05 мм.

**Задача 1.8.** Определить перемещение бетонной балки длиной 4 м при изменении ее температуры от  $+20$  до  $-35$  °С, если коэффициент линейного температурного расширения бетона  $\alpha_b = 0,85 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ .



### Решение

1. Вычисляем изменение температуры бетонной балки:

$$\Delta T = T - T_0 = -35 - 20 = -55 \text{ }^\circ\text{C}.$$

2. Относительные температурные деформации ( $\varepsilon_T$ ) — это произведение коэффициента температурных деформаций на изменение температуры элемента:

$$\varepsilon_T = \alpha_b \cdot \Delta T = 0,85 \cdot 10^{-5} (-55) = -46,75 \cdot 10^{-5}.$$

3. Перемещение бетонного бруса вследствие изменения температуры:

$$\Delta l_T = \varepsilon_T l_0 = -46,75 \cdot 10^{-5} \cdot 4 = -1,87 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -1,87 \text{ мм}.$$

**Вывод.** Бетонная балка длиной 4 м вследствие изменения ее температуры от +20 до -35 °C сократится на 1,87 мм.

**Задача 1.9.** Определить напряжение в арматуре железобетонной балки, если максимальные деформации усадки балки составили  $25 \times 10^{-5}$  отн. ед. Модуль упругости арматуры  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа.

### Решение

1. Арматура является внутренней связью в железобетонном элементе, следовательно, она будет препятствовать свободным деформациям бетона вследствие его усадки. Поэтому деформации железобетонного элемента в результате усадки бетона будут меньше его свободных усадочных деформаций. Вследствие того, что уменьшение этих деформаций незначительно (в пределах 5 %), пренебрегаем их влиянием.

При деформировании железобетонных элементов происходит совместное деформирование бетона и арматуры, т.е. равенство деформаций бетона и стали:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s.$$

Пренебрегаем влиянием арматуры на перемещение железобетонной балки из-за усадки бетона.

2. Напряжение в арматуре из-за усадки бетона приблизительно равно

$$\sigma_s(t) \approx E_s \varepsilon_{sh} = 2 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-5} = 50 \text{ МПа}.$$

**Вывод.** В арматуре железобетонного элемента возникают сжимающие напряжения из-за усадки бетона, величина которых составляет  $\sigma_s = 50$  МПа.

**Задача 1.10.** Подобрать квадратное сечение центрально-растянутого бетонного элемента, если он изготовлен из тяжелого бетона нормального твердения класса В40. Сечение элемента квадратное. Разрушающее усилие 340 кН.

### Решение

1. Площадь поперечного сечения бетонного элемента:

$$A = a^2.$$

2. Прочность центрально-растянутого бетонного элемента — это предельное (максимальное) усилие, которое может воспринять нормальное сечение элемента:

$$N_u = R_{bt} A.$$

Отсюда определяем площадь поперечного сечения бетонного элемента:

$$A = \frac{N_u}{R_{bt}} = \frac{340}{1,4 \cdot 10^{-1}} = 2429,$$

где  $R_{bt} = 1,4$  МПа для бетона класса В40.

3. Определяем размер стороны квадратного поперечного сечения бруса:

$$a = \sqrt{A} = \sqrt{2429} = 49,3 \text{ см.}$$

Окончательно принятый размер должен быть не менее расчетного значения ( $a \geq 49,3 \text{ см}$ ) и должен быть кратным 100 мм.

**Вывод.** Принимаем квадратное сечение со стороной 50 см.

**Задача 1.11.** Определить несущую способность бетонной балки ( $M_{ult}$ ), изготовленной из бетона класса В50. Схема нагружения и сечение балки представлены на рис. 1.3.

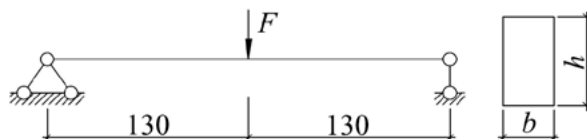


Рис. 1.3. Расчетная схема к задаче 1.11

Исходные данные:

- класс бетона по прочности на сжатие В50;
- прочность при осевом растяжении для бетона класса В50  $R_{bt} = 1,6 \text{ МПа}$  (прил. 1);
- ширина поперечного сечения  $b = 30 \text{ см}$ ;
- высота поперечного сечения  $h = 60 \text{ см}$ .

Несущая способность бетонной балки — это предельный (максимальный) изгибающий момент, который может воспринять наиболее нагруженное сечение балки:

$$M_{ult} = R_{bt} W_{pl}.$$

**Решение**

1. Момент сопротивления прямоугольного сечения для крайнего растянутого волокна с учетом развития пластических (неупругих) деформаций бетона при растяжении:

$$W_{pl} = \frac{bh^2}{3,5} = \frac{30 \cdot 60^2}{3,5} = 30\,857 \text{ см}^3.$$

2. Предельный (максимальный) изгибающий момент:

$$M_{ult} = 1,6 \cdot 10^{-1} \cdot 30\,857 = 4937 \text{ кН} \cdot \text{см} = 49,37 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**Вывод.** Несущая способность балки (предельный изгибающий момент, который может воспринять наиболее нагруженное сечение балки)  $M_{ult} = 49,37 \text{ кНм}$ .

**Задача 1.12.** Бетон балки тяжелый нормального твердения класса В40. Сечение прямоугольное шириной 20 см. Схема нагружения балки при  $F = 30 \text{ кН}$  представлена на рис. 1.4.

Подобрать сечение бетонной балки.

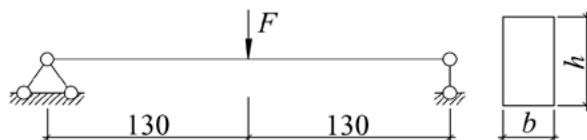


Рис. 1.4. Расчетная схема к задаче 1.12

Исходные данные:

- класс бетона по прочности на сжатие В40;
- прочность при осевом растяжении для бетона класса В40  $R_{bt} = 1,4 \text{ МПа}$  (прил. 1);
- ширина поперечного сечения  $b = 20 \text{ см}$ ;
- высота поперечного сечения  $h$ .

### Решение

1. Максимальный изгибающий момент в середине пролета от внешней нагрузки:

$$M_{\max} = \frac{Fl_0}{4} = \frac{30 \cdot 260}{4} = 1950 \text{ кН}\cdot\text{см.}$$

2. Момент сопротивления сечения для крайнего растянутого волокна с учетом развития пластических деформаций:

$$W_{pl} = \frac{bh^2}{3,5}.$$

3. Несущая способность балки (предельное усилие, которое может воспринять наиболее нагруженное сечение балки):

$$M_{ult} = R_{bt} W_{pl}.$$

4. В момент разрушения должно выполняться условие равновесия: изгибающий момент от внешней нагрузки в сечении равен прочности сечения:

$$M_{\max} = M_{ult} = R_{bt} \frac{bh^2}{3,5}.$$

Отсюда находим высоту поперечного сечения:

$$h = \sqrt{\frac{3,5 M_{\max}}{R_{bt} b}} = \sqrt{\frac{3,5 \cdot 1950}{1,4 \cdot 10^{-1} \cdot 20}} = 49,4 \text{ см.}$$

Принятый размер должен быть не менее расчетного значения ( $a \geq 49,4$  см) и должен быть кратным 100 мм.

**Вывод.** Окончательно принимаем поперечное сечение высотой 50 см, шириной 20 см. Размеры сечения подобраны из условия прочности сечения.

**Задача 1.13.** Проверить прочность нормального сечения бетонной балки, изготовленной из тяжелого бетона нормального твердения класса В40. Ширина сечения 350 мм, высота сечения 700 мм. Схема нагружения балки ( $q = 45$  кН/м,  $l = 3,5$  м) представлена на рис. 1.5.

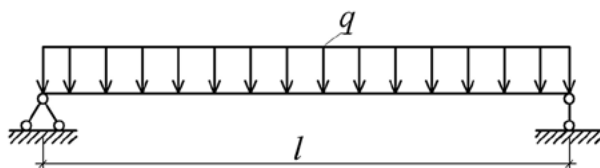


Рис. 1.5. Расчетная схема к задаче 1.13

Исходные данные: прочность при осевом растяжении  $R_{bt} = 1,4$  МПа (бетон класса В40).

### Решение

1. Максимальный момент в середине пролета балки:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{45 \cdot 3,5^2}{8} = 68,91 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

2. Момент сопротивления сечения для крайнего растянутого волокна с учетом развития пластических деформаций:

$$W_{pl} = \frac{bh^2}{3,5} = \frac{35 \cdot 70^2}{3,5} = 49\,000 \text{ см}^3.$$

3. Несущая способность балки (предельное усилие, которое может воспринять наиболее нагруженное сечение балки):

$$M_{ult} = R_{bt} W_{pl} = 1,4 \cdot 10^{-1} \cdot 49\,000 = 6860 \text{ кН}\cdot\text{см} = 68,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

4. Прочность нормального сечения балки обеспечена, если выполняется условие  $M_{\max} \leq M_{ult}$ .

$$M_{\max} = 68,91 \text{ кН}\cdot\text{м} > M_{ult} = 68,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

**Вывод.** Условие не выполняется, прочность нормального сечения бетонной балки не обеспечена.

**Задача 1.14.** В качестве предварительно напрягаемой арматуры используется сталь класса А600, диаметр арматуры — 20 мм.

Определить усилие, необходимое для натяжения арматуры до предельно допустимого напряжения  $0,9R_{sn}$ .

Исходные данные:

- нормативная прочность арматуры класса А600:  $R_{sn} = 600$  МПа;
- диаметр одного стержня  $d_{s1} = 20$  мм.

**Решение**

1. Определяем предельно допустимое начальное напряжение в напрягаемой арматуре:

$$\sigma_{sp,0} = 0,9R_{sn} = 0,9 \cdot 600 = 540 \text{ МПа}.$$

2. По сортаменту определяем площадь поперечного сечения стержня  $\varnothing 20$  мм:  $A_{s1} = 3,142 \text{ см}^2$  (прил. 2).

3. Усилие, необходимое для натяжения арматуры до заданного предельно допустимого начального напряжения:

$$N_{p,0} = \sigma_{sp,0} A_{s1} = 540 \cdot 10^{-1} \cdot 3,142 = 170 \text{ кН}.$$

**Вывод.** Для предварительного натяжения арматуры до предельно допустимого напряжения  $0,9R_{sn}$  арматурный стержень  $\varnothing 20$  класса А600 необходимо растянуть усилием, равным 170 кН.

## 2. РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

Расчет изгибаемых элементов по нормальным сечениям производят по стадии III напряженно-деформированного состояния.

Последовательность расчета следующая.

1. Рекомендуется применять изгибаемые элементы при сечениях, удовлетворяющих условию

$$\xi \leq \xi_R,$$

где  $\xi$  — относительная высота сжатой зоны бетона,  $\xi = x/h_0$ ;  $\xi_R$  — граничная относительная высота сжатой зоны,

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b,2}}},$$

здесь  $\varepsilon_{s,el}$  — относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных  $R_s$ ,  $\varepsilon_{s,el} = R_s/E_s$ ;  $\varepsilon_{b,2} = 350 \cdot 10^{-5}$  — относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных  $R_b$  при непродолжительном действии нагрузки.

2. Равнодействующие нормальных напряжений в бетоне и арматуре:

$$N_b = R_b A_b; \quad N_s = R_s A_s; \quad N_{sc} = R_{sc} A'_s.$$

3. Из условия равенства нулю суммы проекций всех нормальных усилий (равнодействующих) на продольную ось элемента определяют площадь сечения бетона  $A_b$  сжатой зоны, а по ней — высоту сжатой зоны  $x$ .

4. Прочность элемента достаточна, если внешний расчетный изгибающий момент не превосходит предельный момент внутренней пары сил в стадии разрушения. Условие прочности выражается через изгибающие моменты, взятые относительно точки приложения равнодействующей усилий по всей растянутой арматуре  $A_s$ ,  $A_{sp}$  или относительно центра тяжести эпюры напряжений в сжатом бетоне:  $M \leq M_{ult}$ .

## 2.1. РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ С ОДИНОЧНОЙ АРМАТУРОЙ

Схема внутренних усилий в нормальном сечении в стадии разрушения представлена на рис. 2.1

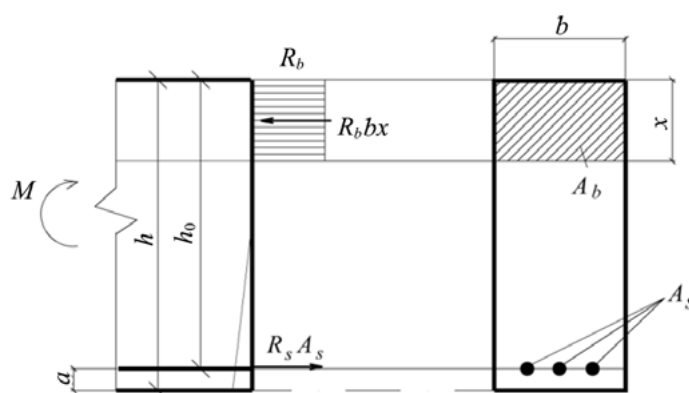


Рис. 2.1. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого элемента

### Задача поверочного расчета

**Задача 2.1.** Однопролетная свободно опертая балка пролетом 6 м загружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 10$  кН/м. Размеры сечения балки:  $h = 45$  см;  $b = 20$  см;  $a = 5$  см. Площадь продольной растянутой арматуры  $A_s = 4,02$  см<sup>2</sup> (А400). Бетон класса В20, коэффициент условий работы  $\gamma_{b1} = 0,9$ .

Проверить прочность нормального сечения. Расчетная схема представлена на рис. 2.2.

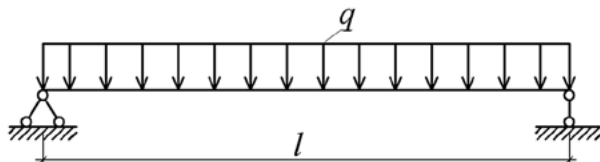


Рис. 2.2. Расчетная схема к задаче 2.1

Исходные данные:

- бетон класса В20 ( $R_b = 11,5$  МПа =  $1,15$  кН/см<sup>2</sup>);
- продольная рабочая растянутая арматура класса А400 ( $R_s = 340$  МПа =  $34$  кН/см<sup>2</sup>), 2 Ø16 с  $A_s = 4,02$  см<sup>2</sup>;

- размеры сечения балки:  $h = 45$  см;  $b = 20$  см;

- расстояние до центра тяжести растянутой арматуры  $a = 5$  см.

Расчет производим в кН/см<sup>2</sup>. Переходной коэффициент 1 МПа =  $10^{-1}$  кН/см<sup>2</sup>.

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)