

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проявление физической нелинейности в работе строительных конструкций или, что то же самое, — отсутствие линейной связи между напряжениями и деформациями в этих конструкциях под действием нагрузки или во времени является существенным фактором при определении эксплуатационных качеств проектируемого объекта.



Мост им. Александра Невского в Санкт-Петербурге.
Сооружен в 1964 г. Преднапряженный железобетон. Снимок 1998 г.

На фотографии видно не предусмотренное проектом искривление контура пролетной части моста, вызванное пластическими деформациями и деформациями ползучести в массиве моста, а также в основании его опор за более чем 30 лет эксплуатации.

Предлагаемое пособие составлено на основе курса «Нелинейные задачи механики твердого деформированного тела», читаемого на 5 курсе факультета ПГС студентам специализации «Проектирование и исследование зданий», существенно дополненного рядом полезных сведений из теории и примерами решения практических задач. Необходимость излагаемых сведений диктуется, во-первых, важностью учета физически нелинейных процессов при проектировании и эксплуатации сооружений, во-вторых, директивным сокращением часов основного курса «Сопротивление материалов», в результате которого такие явления как пластичность и ползучесть оказались за пределами изучаемой дисциплины.

Основной целью составления настоящего пособия являются ответы на вопросы, возникающие при переходе к двухступенчатой системе высшего образования (бакалавр — магистр), в которой на второй ступени обучения могут потребоваться сведения из механики твердого деформируемого тела, не вошедшие в дисциплины, изученные ранее.

Авторы пособия сочли целесообразным параллельное размещение в тексте решений некоторых задач аналитическими методами и методами, предписанными нормативными документами в области строительства.

Система нормативной документации в строительстве отражает опыт проектирования и возведения зданий, поэтому является основой профессиональной деятельности проектировщиков. Строительные нормы и правила включают в себя рекомендации по выполнению практических расчетов и конструированию строительных объектов. Теоретической основой рекомендаций являются фундаментальные исследования, использующие аналитические методы механики твердого деформируемого тела, а также данные экспериментальных исследований. При этом расчет существенно упрощается, а логическая обоснованность принятых упрощающих гипотез остается подчас не проясненной.

В приложении к данному пособию приведены основные положения операционного исчисления.

1. Виды нелинейности в задачах механики твердого деформируемого тела

Существуют два вида нелинейности:

- а) геометрическая,
- б) физическая.

Геометрическая нелинейность подразумевает формулировку приращения деформации ε_x и напряжений σ_x на участке dx в виде рядов:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + \frac{\partial \varepsilon_x^0}{\partial x} dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial x^2} dx^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \varepsilon_x^0}{\partial x^3} dx^3 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \varepsilon_x^0}{\partial x^n} dx^n \dots \quad (1.1)$$

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \frac{\partial \sigma_x^0}{\partial x} dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \sigma_x^0}{\partial x^2} dx^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \sigma_x^0}{\partial x^3} dx^3 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \sigma_x^0}{\partial x^n} dx^n \dots \quad (1.2)$$

Если приращение деформаций и напряжений на участке dx может быть принято линейным, то выражения (1.1) и (1.2) принимают вид:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + \frac{\partial \varepsilon_x^0}{\partial x} dx, \quad (1.3)$$

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \frac{\partial \sigma_x^0}{\partial x} dx. \quad (1.4)$$

Т.е. (1.1) и (1.2) могут быть «линеаризованы». В этом случае задача становится геометрически линейной и соответствует общей постановке задачи сопротивления материалов и теории упругости, а также соответствует гипотезе: деформации в точках тела (относительное удлинение ε_u и сдвиг γ) считаются малыми, и размеры тела под действием нагрузок существенно не меняются.

При рассмотрении изгиба балки точное соотношение нейтральной линии и прогиба записывается как:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (1.5)$$

В результате «линеаризации» выражение (1.5) принимает вид:

$$\frac{1}{\rho} = y''. \quad (1.6)$$

(Угол поворота y' мал по сравнению с единицей.)

Теория геометрически нелинейных задач, разработанная академиком В.В. Новожиловым [1], в нашем курсе, рассчитанном на строительные конструкции, не рассматривается.

Деформации будем считать геометрически линейными.

Переходим к рассмотрению физически нелинейных задач, являющихся основными в данном курсе.

Нелинейно-упругие задачи

Теория нелинейной упругости описывает тела, в которых зависимость $\sigma \rightarrow \varepsilon$ имеет нелинейный характер, однако эта зависимость одинакова для нагружения и разгрузки, т.е. между напряжениями и деформациями существует однозначная зависимость. Нелинейная упругость, как правило, не характерна для строительных материалов и в данном курсе не рассматривается.

Упруго-пластические задачи

Упруго-пластическое поведение материалов демонстрируется обычно диаграммой $\sigma \rightarrow \varepsilon$, в которой следует отметить следующие участки: упругая зависимость $\sigma \rightarrow \varepsilon$; зона текучести $\varepsilon = var, \sigma = const$; зона линейности либо смешанного упрочнения. На рис. 1.1 приведены наиболее распространенные схемы упруго-пластического поведения материалов.

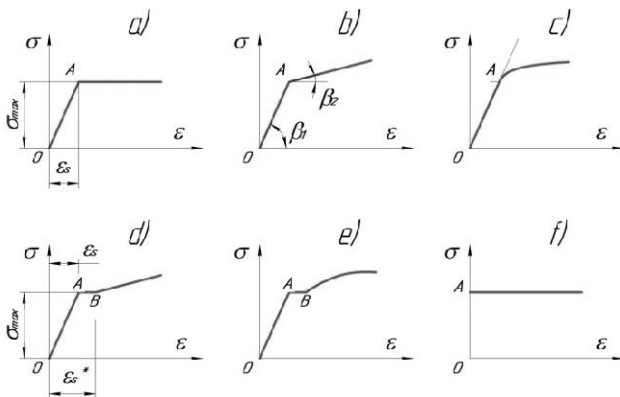


Рис. 1.1

а) Идеальная пластичность. После достижения точки A ($\sigma_{тек}$) деформации растут без изменения напряжений.

б, с) После достижения ($\sigma_{тек}$), деформирование происходит с «упрочнением» по линейному (б) или степенному закону (с).

д, е) Между точкой A ($\sigma_{тек}$) и точкой B (начало упрочнения) имеется участок идеальной пластичности. Упрочнение может соответствовать линейному (д) либо степенному закону (е).

ф) Важный в практическом отношении случай так называемой «жесткопластической» зависимости $\sigma \rightarrow \varepsilon$, при которой упругие деформации пренебрежимо малы, а процесс деформирования совпадает с идеальной пластичностью.

Функция А.А. Илюшина

Рассмотренные выше основные зависимости упруго пластического деформирования могут быть представлены аналитически в виде так называемой функции А.А. Илюшина.

Пусть зависимость $\sigma \rightarrow \varepsilon$ имеет форму, представленную на рис. 1.2. Напряжение σ в точке C диаграммы соответствует деформации ε . Оно может быть представлено как разность отрезков AC и AB . AC — условное напряжение $E\varepsilon$, соответствующее идеально упругому материалу. AB — часть этого напряжения, соответствующая понижению его за счет пластических свойств материалов. Представим ее в виде $\omega E\varepsilon$, где ω — безразмерная функция.

$$\sigma = E\varepsilon(1 - \omega) \quad (1.7.)$$

$$0 \leq \omega \leq 1; \text{ при } \sigma < \sigma_{тек} \quad \omega = 0.$$

Приведем значения функции ω для схематизированных диаграмм $\sigma \rightarrow \varepsilon$, приведенных на рис. 1.1.

1. Идеально пластическое тело, рис. 1.1, а.

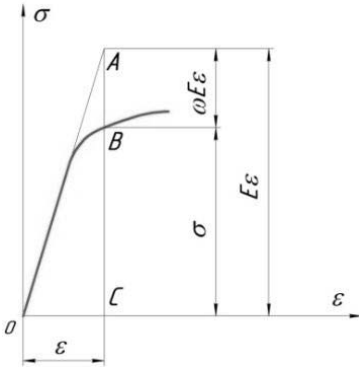


Рис. 1.2

при $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_s$ $\sigma = E\varepsilon$, $\omega = 0$;

при $\varepsilon \geq \varepsilon_s$ $\sigma = \sigma_{\text{тек}}$, $\omega = 1 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon}$. (1.8)

2. Диаграмма с площадкой текучести и линейным упрочнением, рис. 1.1, d

при $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_s = \sigma_{\text{тек}}/E$,
 $\sigma = E\varepsilon$, $\omega = 0$;

при $\varepsilon \leq \varepsilon_s$ $\sigma = \sigma_{\text{тек}}$, $\omega = 1 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon}$;

при $\varepsilon \geq \varepsilon_s^*$ $\sigma = \sigma_{\text{тек}} + E_1(\varepsilon - \varepsilon_s^*)$,

$$\omega = \lambda - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon} + (1 - \lambda) \frac{\varepsilon_s^*}{\varepsilon}. \quad (1.9)$$

ε_s — деформации, соответствующие пределу текучести материала.

ε_s^* — деформации, соответствующие началу упрочнения;

E_1 — модуль упругости материала — $\text{tg}\beta$, на рис. 1.1, b)

$\lambda = 1 - \frac{E_1}{E}$ — параметр упрочнения.

3. Диаграмма с площадкой текучести и степенным упрочнением.

при $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_s$, $\sigma = E\varepsilon$, $\omega = 0$.

при $\varepsilon_s \leq \varepsilon \leq \varepsilon_s^*$ $\sigma = \sigma_{\text{тек}}$, $\omega = 1 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon}$

при $\varepsilon \geq \varepsilon_s^*$ $\sigma = \sigma_{\text{тек}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_s^*} \right)^m$, $\omega = 1 - \frac{\varepsilon_s \cdot \varepsilon^{m-1}}{(\varepsilon_s^*)^m}$ (1.10)
 $0 < m < 1$.

Прочие схемы диаграмм $\sigma \rightarrow \varepsilon$ могут быть отражены по тем же приемам.

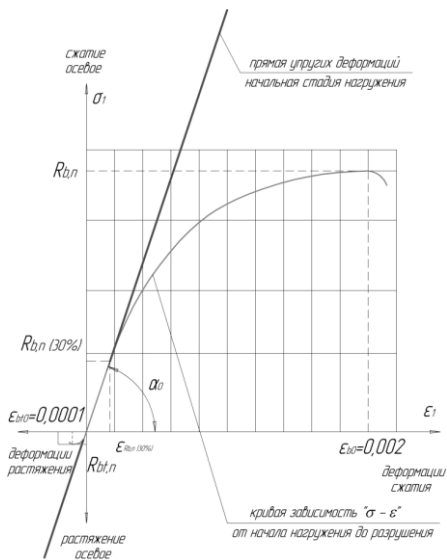


Рис. 1.3

На рис. 1.3 приведен график зависимости, отражающей связь между напряжениями σ_1 и относительными деформациями ϵ_1 бетона при осевом сжатии и растяжении. График демонстрирует упругопластическое деформирование материала. Вплоть до достижения в бетоне напряжений, равных 20...30 % от $R_{b, n}$ (нормативного сопротивления бетона сжатию), деформирование происходит по линейному закону. Прямая упругих деформаций определяет начальный модуль упругости бетона:

$$E_b = \frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \operatorname{tg} \alpha .$$

Начальный модуль упругости, прочностные характеристики бетона определяются проектировщиком по по назначенному классу бетона для рассчитываемой конструкции здания (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Класс бетона по прочности на сжатие	B15	B20	B25	B30
Начальный модуль упругости бетона E_b , МПа	24000	27500	30000	32500
Нормативное (расчетное) сопротивление бетона сжатию $R_{b, n}$, (R_b) МПа	11,0 (8,5)	15,0 (11,5)	18,5 (14,5)	22,0 (17,0)
Нормативное (расчетное) сопротивление бетона растяжению $R_{bt, n}$, (R_{bt}) МПа	1,1 (0,75)	1,35 (0,9)	1,55 (1,05)	1,75 (1,15)

Значения модуля упругости для точек криволинейного участка графика могут быть вычислены после описания диаграммы $\sigma_b - \epsilon_b$ в виде функции. При выполнении автоматизированного расчета железобетон-

ных конструкций, например с использованием программного комплекса ЛИРА, из библиотеки законов деформирования материалов выбирается вид зависимости и указываются параметры ($E_b, \sigma_b, \varepsilon_b, \sigma_{bt}, \varepsilon_{bt}$).

В нормах по проектированию железобетонных конструкций [3] в качестве расчетных зависимостей $\sigma_b - \varepsilon_b$ ($\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$) рекомендованы трехлинейная и двухлинейная диаграммы (рис. 1.4).

На рис. 1.4 приведены расчетные диаграммы сжатого бетона: *a* — трехлинейная, *б* — двухлинейная.

Для двухлинейной диаграммы (рис. 1.4, *a*) при $\sigma_{b1} = 0,6 \times R_b$ относительные деформации вычисляются по формуле $\varepsilon_{b1} = \sigma_{b1}/E_b$. При $\sigma_b = R_b$ относительные деформации ε_{b0} и ε_{b2} принимаются при кратковременном нагружении для тяжелого бетона всех классов соответственно 0,002 и 0,0035.

Для двухлинейной диаграммы (рис. 1.4, *б*) при $\sigma_b = R_b$ относительные деформации $\varepsilon_{b1,red}$ принимаются 0,0015.

Сопротивление бетона растяжению оценивается с помощью аналогичных диаграмм. Для построения расчетных диаграмм растянутого бетона R_b заменяется на R_{bt} , а относительные деформации принимаются равными: $\varepsilon_{b1} = \sigma_{bt1}/E_b$, $\varepsilon_{bt0} = 0,0001$, $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$, $\sigma_{bt1,red} = 0,0008$.

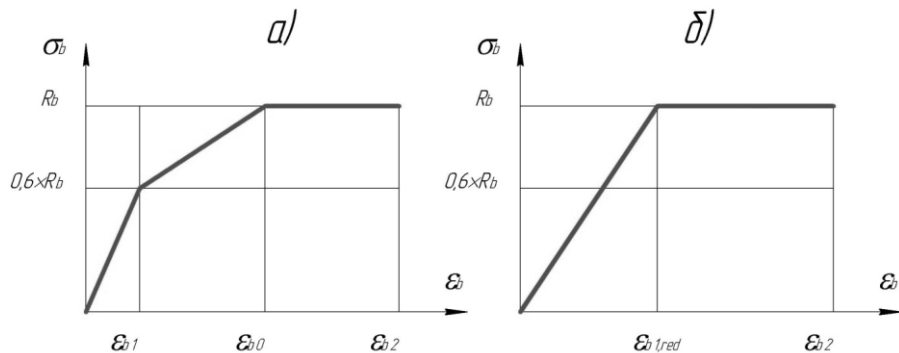


Рис. 1.4
Пластический шарнир в изогнутой балке

Принимаем диаграмму $\sigma \rightarrow \varepsilon$ соответствующей идеальной пластичности (рис. 1.1, *a*). Рассматриваем балку из однородного материала в условиях чистого изгиба.

Напряжения по мере увеличения изгибающего момента принимают ряд состояний, рассмотренных на рис. 1.5.

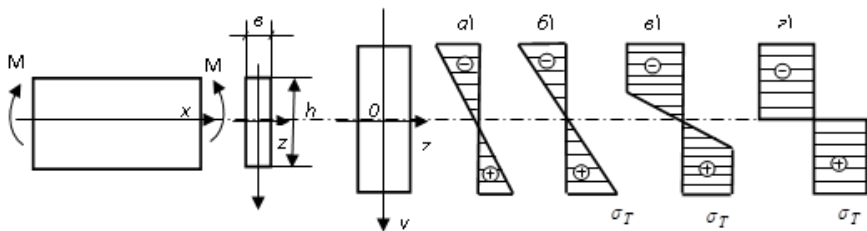


Рис. 1.5

Нормальные напряжения в сечении балки при $\sigma < \sigma_{\text{тек}}$:

$$\sigma = \frac{M}{J_z} \cdot y = \frac{M}{W_z}; \quad J_z = \frac{bh^3}{12} \text{ см}^4; \quad W_z = \frac{bh^2}{6} \text{ см}^3. \quad (1.11)$$

Распределение напряжений в сечении балки приведено на рис. 1.5, оно соответствует:

а) упругой работе балки: $\sigma_{\text{max}} < \sigma_{\text{тек}}$;

б) упругой работе балки (предельный случай):

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{тек}},$$

$$M = M_{\text{тек}} = \frac{\sigma_{\text{тек}} \cdot J_z}{y} = \frac{2\sigma_{\text{тек}} \cdot J_z}{h}; \quad (1.12)$$

в) упругопластическому состоянию:

$$M_{\text{разр}} > M > M_{\text{тек}};$$

г) разрушению и возникновению пластического шарнира:

$$M_{\text{разр}} = \int_{\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} \sigma_{\text{тек}} dF = 2\sigma_{\text{тек}} \int_{\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} y dF = \frac{\sigma_{\text{тек}} \cdot bh^2}{4} = \sigma_{\text{тек}} \cdot W_{\text{тек}}, \quad (1.13)$$

$W_{\text{тек}}$ — пластический момент сопротивления,

$$W_{\text{тек}} = 2 \int_{\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} y dF = \frac{bh^2}{4} \quad (1.14)$$

Распределение напряжений (г) соответствует возникновению пластического шарнира, т.е. моменту, когда возможность упругого сопротивления исчерпана.

В статически определимых системах возникновение пластического шарнира ведет к разрушению конструкции.

В статически неопределимых системах пластический шарнир снимает одну степень статической неопределимости.

Например, для разрушения балки, заделанной по концам (трижды статически неопределимой), необходимо возникновение трех пластических шарниров.

Железобетон является комплексным материалом. На начальной стадии нагружения деформации в бетоне носят упругий характер (рис. 1.6, а). При возрастании нагрузки (рис. 1.6, б) в растянутой зоне сечения развиваются пластические деформации, эпюра напряжений становится криволинейной, растягивающие напряжения σ_{bt} достигают значения нормативного сопротивления бетона растяжению $R_{bt,ser}$. Эта стадия положена в основу расчета по образованию трещин изгибаемых железобетонных конструкций. В финальной стадии нагружения (рис. 1.6, в) бетон работает на сжатие, арматура — на растяжение.

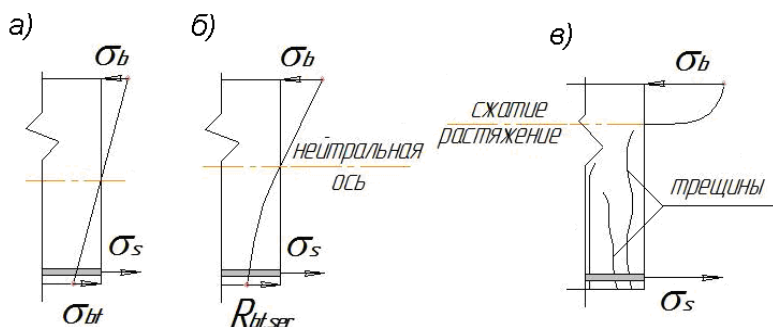


Рис. 1.6

Момент образования трещин M_{crc} рассчитывается по [3] без учета неупругих деформаций растянутого бетона, как для сплошного упругого тела (рис. 1.6, а), по формуле:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \times W.$$

Для изгибаемых элементов прямоугольного сечения момент сопротивления W без учета арматуры определяется по формуле:

$$W = \frac{b \times h^2}{6}.$$

Для прямоугольного и таврового сечений при действии момента в плоскости оси симметрии момент образования трещин M_{crc} с учетом неупругих деформаций растянутого бетона (рис. 1.6, б) по [3] определяется с заменой значения W на $W_{pl} = \gamma \times W = 1,3 \times W$.

2. Теория предельного равновесия

Рассмотренные выше закономерности относятся к одномерным конструктивным элементам или к системам таких элементов. В этом случае задача сводится к определению деформаций, соответствующих напряжению и определяемых на основе диаграммы $\sigma \rightarrow \varepsilon$.

Полученные результаты для некоторых расчетных схем с введением дополнительных гипотез заложены в основу энергетического (кинематического) метода определения предельного равновесия конструкции [4].

Основным ограничением применения энергетического метода является необходимость априорного знания формы разрушения конструкции. В случае балочных систем очевидны точки возникновения пластических шарниров. При рассмотрении плит определение формы их разрушения, при которой конструкция переходит в механизм, требует тщательного экспериментального исследования.

Гипотезы энергетического метода определения предельного равновесия таковы:

1. Зависимость $\sigma \rightarrow \varepsilon$ принимается для жесткопластического тела (рис. 1.1, *f*).

2. Элементы конструкции (после образования пластических шарниров в балках и цилиндрических пластических шарниров в пластинах) принимаются абсолютно жесткими.

Метод основан на следующем утверждении:

Работа внешних сил $A^{\text{внешн}}$ на возможных перемещениях δ равна работе внутренних сил $A^{\text{внутр}}$ на тех же перемещениях.

$$A^{\text{внешн}} = A^{\text{внутр}}. \quad (2.1)$$

В соответствии с принципом Лагранжа для кинематически возможного состояния системы запишем уравнения:

$$\sum P_i \delta_i = \sum M_K \cdot \theta_K. \quad (2.2)$$

Здесь в левой части — работа внешних сил на возможном перемещении δ :

$$A^{\text{внешн}} = \sum P_i \delta_i. \quad (2.3)$$

В правой части — работа внутренних сил на том же перемещении:

$$A^{\text{внутр}} = \sum M_K \cdot \theta_K, \quad (2.4)$$

$$M_K = M_{\text{раз}} = M_{\text{пред}},$$

где δ_i — возможное перемещение в точке образования пластического шарнира; θ — угол поворота в месте образования пластического шарнира.

Рассмотрим примеры определения предельных нагрузок.

1. Балка, заделанная с двух концов и нагруженная сосредоточенной силой. Разрушение наступает в момент образования трех пластических шарниров, показанных на рис. 2.1.

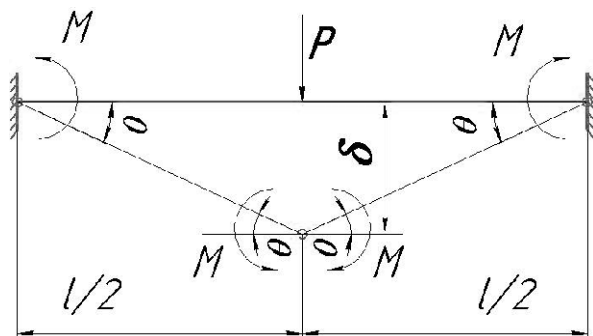


Рис. 2.1

$$A^{\text{внешн}} = P_{\text{пред}} \cdot \delta = P_{\text{пред}} \cdot \frac{\theta}{2}, \quad \delta = \theta \cdot \frac{l}{2},$$

$$A^{\text{внутр}} = \sum M_{\text{пред}} \cdot \theta = 4M_{\text{пред}} \theta.$$

Следуя (2.2), получим: $P_{\text{пред}} = \frac{8M_{\text{пред}}}{l} = \frac{2\sigma_{\text{тек}} bh^2}{l}$.

2. Та же балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой q (рис. 2.2).

При образовании трех пластических шарниров q становится $q_{\text{пред}}$ и конструкция разрушается.

Работа внешних сил в этот момент равна:

$$A^{\text{внешн}} = \int_0^l y \cdot q_{\text{пред}} \cdot dx = q_{\text{пред}} \int_0^l y \cdot dx = q_{\text{пред}} \cdot \Omega,$$

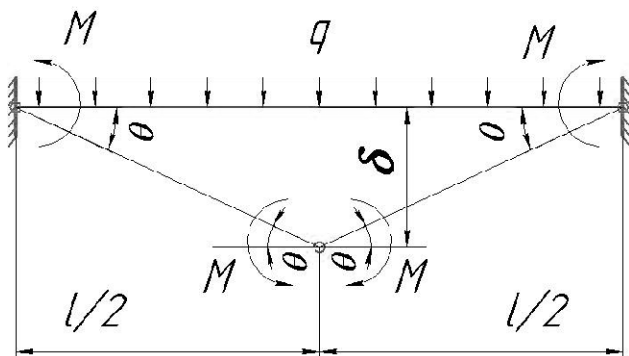


Рис. 2.2

где Ω — площадь перемещений жестких звеньев механизма.

$$\Omega = \frac{l\delta}{2}; \quad \delta = -\frac{\theta l}{2};$$

$$A^{\text{внутр}} = \sum M_{\text{пред}} \cdot \theta = 4M_{\text{пред}} \cdot \theta.$$

В соответствии с (2.2), получаем:

$$q_{\text{пред}} = \frac{16M_{\text{пред}}}{l^2} = \frac{4\sigma_{\text{тек}} bh^2}{l^2}.$$

Предельное равновесие полигональных пластин

При определении разрушающей нагрузки, действующей на пластину, теория предельного равновесия (кинематический метод) позволяет решать задачу, оставаясь в пределах одномерной общей теории пластичности.

Пусть на пластину, представляющую собой в плане многоугольник, действует сосредоточенная сила, приложенная в точке C (рис. 2.3). Экспериментально показано, что несущая способность пластины исчерпывается тогда, когда по линиям вероятного разрушения, соединяющим точку C с углами i пластины будут действовать погонные изгибающие моменты:

$$m_{\text{пред}} = \frac{\sigma_{\text{тек}} h^2}{4}. \quad (2.5)$$

где h — толщина пластины.

При этом зависимость (2.2) представляется в виде (2.6—2.7) при распределенной и сосредоточенной нагрузке.

$$A^{\text{внешн}} = \int_F y \cdot q_{\text{пред}} dF; \quad (2.6)$$

$$A^{\text{внутр}} = m_{\text{пред}} \sum_1^i \theta_i \cdot l_i, \quad (2.7)$$

где θ_i — двугранный угол, образуемый по линии вероятного разрушения, l — длина этой линии, вдоль которой действует $m_{\text{пред}}$.

На рис. 2.3 представлена пятиугольная пластина, шарнирно опертая по контуру и нагруженная силой P в точке C . Линии, соединяющие точку приложения силы с углами пластины, соответствуют минимальному значению работы внутренних сил при разрушении.

Для определения величины двугранного угла θ_i проведем линию $D_1 — D_2$, перпендикулярную $c — i$. Максимум прогибов в момент разрушения обозначим δ . Очевидные преобразования с использованием приведенной схемы позволяют определить θ_i :

$$\begin{aligned} \theta_i &= \gamma_1 + \gamma_2; \quad \sin \gamma_1 \approx \gamma_1 = \frac{\delta}{CD_1}; \quad \sin \gamma_2 = \frac{\delta}{CD_2}; \\ CD_1 &= l_i \cdot \text{tg} \alpha; \quad CD_2 = l_i \cdot \text{tg} \beta; \\ \gamma_1 &= \frac{\delta}{l_i \cdot \text{tg} \alpha}; \quad \gamma_2 = \frac{\delta}{l_i \cdot \text{tg} \beta}; \\ \theta_i &= \frac{\delta}{l_i} (\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Подстановкой (2.8), (2.6) в (2.2) получим:

$$\begin{aligned} P_{\text{пред}} \cdot \delta &= m_{\text{пред}} \sum_{i=1}^i \frac{\delta}{l_i} (\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta) \cdot l_i, \\ P_{\text{пред}} &= m_{\text{пред}} \sum_{i=1}^i (\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta). \end{aligned} \quad (2.9)$$

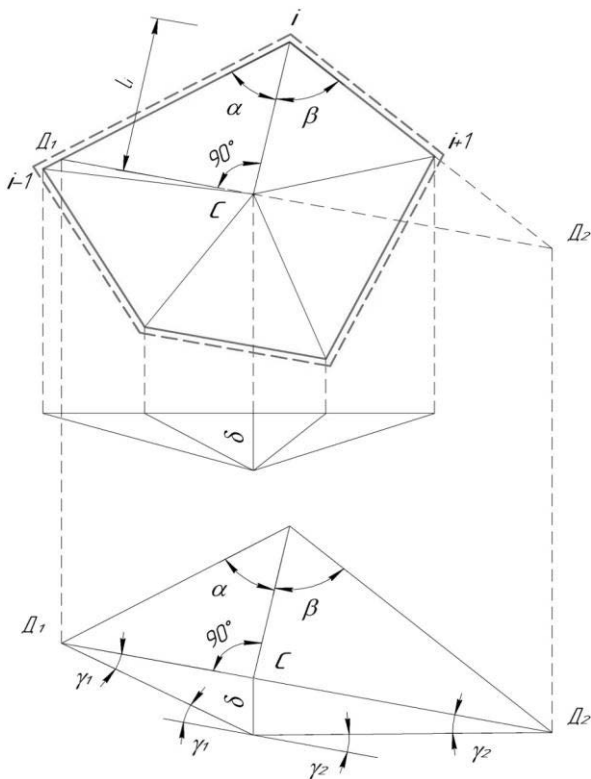


Рис. 2.3

Рассмотрим несколько примеров.

1. Квадратная плита шарнирно оперта по контуру и нагружена сосредоточенной силой P в центре. Линии разрушения соединяют точку приложения силы с углами плиты (рис. 2.4) $\alpha = \beta = 45^\circ$, $\text{ctg}\alpha = \text{ctg}\beta = 1$,

$$P_{\text{пред}} = 2 \cdot 4 \cdot m_{\text{пред}} = 8 \cdot m_{\text{пред}} .$$

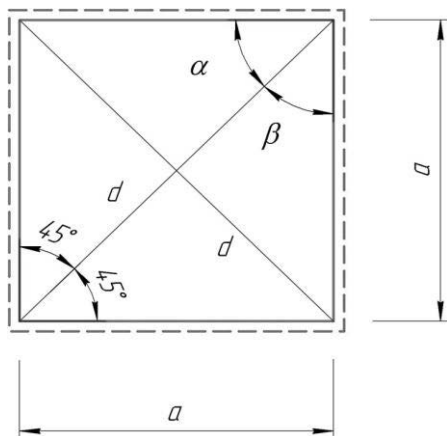


Рис. 2.4

2. Правильный многоугольник. Опираие шарнирное. Сила приложена в центре (рис. 2.5).

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{2\pi}{n} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \quad \text{ctg} \alpha = \text{ctg} \beta = \text{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n} \right) = \text{tg} \frac{\pi}{n},$$

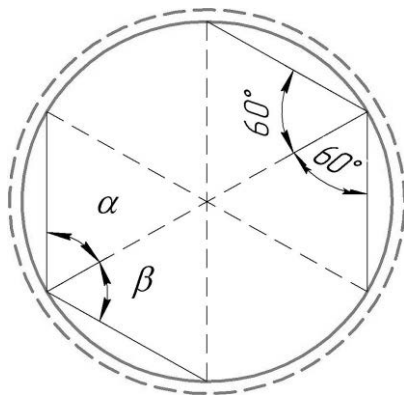


Рис. 2.5

$$P_{\text{пред}} = 2n \cdot \text{tg} \frac{\pi}{n} \cdot m_{\text{пред}}$$

3. Шарнирно опертая плита круглого очертания в плане с силой, приложенной в центре.

Положим в предыдущем решении $n \rightarrow \infty$, тогда:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \cdot \frac{\operatorname{tg} \pi}{n} \right) = \pi; \quad \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{n} = \frac{\pi}{n} \right),$$

$$P_{\text{пред}} = 2n \cdot m_{\text{пред}}.$$

4. Квадратная плита со стороной a , шарнирно опертая и нагруженная равномерно распределенной нагрузкой q .

$$A^{\text{внешн}} = \int_F y \cdot q dF = q \cdot \bar{\Omega}, \quad (2.10)$$

где $\bar{\Omega}$ — объем пирамиды разрушения; одинаков при действии распределенной нагрузки и сосредоточенной силы $\bar{\Omega} = \frac{a^2 \cdot v}{3}$.

$$A^{\text{внутр}} = m_{\text{пред}} \sum l_i \cdot \theta_i, \quad (2.11)$$

$$q_{\text{пред}} \cdot \bar{\Omega} = m_{\text{пред}} \cdot 4 \cdot d \cdot \frac{v}{d} (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta),$$

$$q_{\text{пред}} = m_{\text{пред}} \cdot \frac{3}{a^2 \delta} \cdot 4 \delta \cdot 2 = \frac{24 \cdot m_{\text{пред}}}{a^2}.$$

5. Квадратная плита под действием равномерно распределенной нагрузки. Плита, шарнирно опертая по трем сторонам и заделанная по одной стороне.

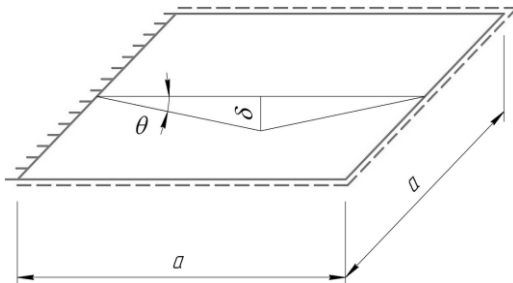


Рис. 2.6

Работа внешних сил такая же, как и в предыдущем случае:

$$A^{\text{внешн}} = q_{\text{пред}} \cdot \bar{\Omega} = q_{\text{пред}} \frac{a^2 \delta}{3}.$$

Работа внутренних сил аналогична предыдущему случаю, но и имеет место цилиндрический шарнир в заделке:

$$A^{\text{внутр}} = m_{\text{пред}} \left(\sum l_i \cdot \theta_i + a \cdot \theta \right).$$

Первое слагаемое в скобках соответствует выражению (2.11), второе — работе внутренних сил в заделке:

$$A^{\text{внутр}} = m_{\text{пред}} (8\delta + a \cdot \theta) = m_{\text{пред}} \left(8\delta + \frac{2\delta}{a} a \right) = 10\delta \cdot m_{\text{пред}},$$

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{2\delta}{a},$$

$$q_{\text{пред}} = \frac{10\delta m_{\text{пред}}}{a^2 \delta} = \frac{30 \cdot m_{\text{пред}}}{a^2}.$$

Энергетический метод определения предельного равновесия конструкции используется для проверки устойчивости зданий против прогрессирующего обрушения в случае локального разрушения их несущих конструкций при аварийных воздействиях (пожары, взрывы и т.п.).

В случае обеспечения пластичной работы конструктивной системы здания в предельном состоянии расчет прогрессирующего обрушения рекомендуется проводить именно энергетическим (кинематическим) методом теории предельного равновесия, дающим наиболее экономичное решение. В этом случае допускается проверять устойчивость лишь элементов, расположенных над локальным разрушением, и расчет здания при каждой выбранной схеме локального разрушения сводится к следующей процедуре [4]:

- задаются наиболее вероятные механизмы прогрессирующего обрушения конструкций здания, потерявших опору. При этом считается, что задать механизм разрушения t — значит определить все разрушаемые связи и найти возможные обобщенные перемещения (w_i) по направлению усилий в этих связях;

- для каждого из выбранных механизмов прогрессирующего обрушения определяются прочности всех пластично разрушаемых связей (S_i). Для этого находят равнодействующие внешних сил, приложенных

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru