Оглавление

О серии учебных пособий «ВМК МГУ – школе»

Уважаемый читатель!

Учебно-методические пособия, входящие в серию «ВМК МГУ – школе», являются результатом более чем десятилетнего труда коллектива преподавателей, работающих на подготовительных курсах факультета вычислительной математики и кибернетики (ВМК) МГУ имени М.В. Ломоносова.

В последнее время, когда сдача выпускных экзаменов по физике перестала быть обязательной, в большинстве школ стали уделять меньше внимания этому предмету. А между тем хорошее знание физики важно как для поступающих на ВМК и ряд других факультетов МГУ, так и для абитуриентов многих технических университетов. Кроме того, для того чтобы стать успешно успевающим студентом престижного вуза, нужно иметь достаточно глубокую подготовку по физике, позволяющую освоить весьма сложную вузовскую программу. Предлагаемые пособия позволят сделать важный шаг в этом направлении.

В серии «ВМК МГУ – школе» по физике предусмотрены три пособия, два из которых представляют собой уже изданные базовый и углубленный курсы. Базовый курс содержит все разделы программы по этому предмету, необходимые для решения задач ЕГЭ частей А, В и некоторых задач части С, а также первой половины задач профильных экзаменов в вузы и олимпиад. Пособие по углубленному курсу включает в себя сложные задачи ЕГЭ части С и нестандартные задачи вступительных экзаменов в вузы (в основном это задачи различных факультетов МГУ имени М.В. Ломоносова), научившись решать которые вы сможете справиться со всеми заданиями ЕГЭ и практически со всеми задачами олимпиад и профильных экзаменов в вузы. Отличительной особенностью пособий по базовому и углубленному курсу является то, что наряду с традиционными составляющими (теоретический раздел, примеры с решениями, задачи для самостоятельной работы), мы предлагаем решения всех предложенных задач с идеями и последовательными подсказками, помогающими решить задачу оптимальным способом без посторонней помощи.

Вместе с тем, практика последних лет показывает, что предоставление учащимся готовых решений далеко не всегда приносит ожидаемую пользу. Учитывая многочисленные пожелания школьных учителей, мы разработали пособия, содержащие теорию, примеры с решениями, задачи различной степени сложности и ответы к ним, но не содержащие решений и указаний. Предлагаемое вашему вниманию третье пособие по физике из серии «ВМК МГУ – школе» объединяет в себе задачи базового и углубленного курсов без решений и указаний. Его издание позволит, по нашему мнению, побудить учащихся к более активному изучению физики.

Директор учебного центра
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М.В. Ломоносова,
доцент кафедры математической физики
М.В. Федотов

Предисловие редакторов

Создавая пособия по физике из серии «ВМК МГУ – школе», мы поставили перед собой цель – предложить учителю грамотный дидактический материал, преподавателю подготовительных курсов – методику решения ключевых задач, добросовестному ученику – задания для приобретения и отработки навыков решения сложных задач, а не очень хорошо успевающему школьнику – пособие, доступное для понимания. Результатом наших усилий явились две книги, вышедшие под нашим авторством в издательстве Московского университета в 2011 году, а именно 1. Физика. Базовый курс с решениями и указаниями и 2. Физика. Углубленный курс с решениями и указаниями. Структура этих книг, полностью соответствующая «Кодификатору элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для единого государственного экзамена по физике», едина. По каждому разделу Кодификатора содержится достаточно полное изложение теории в объеме, необходимом для решения задач. Далее приводятся примеры решения ключевых задач по данной теме и задачи для самостоятельной работы. Затем помещены подробные решения задач, оформленные в соответствии с требованиями ЕГЭ и профильных экзаменов и снабженные подсказками и указаниями. В конце приведены ответы к задачам, позволяющие учащимся проверить себя при самостоятельной работе над задачами.

В последнее время возникла также необходимость разработки задачника по физике, который объединял бы в себе задачи базового и углубленного курсов, но не содержал бы решений и указаний, так как слишком велико и труднопреодолимо, как говорят школьные учителя, бывает желание ими воспользоваться. Предлагаемая вашему вниманию третья книга по физике из серии «ВМК МГУ – школе» состоит из трех частей – «Теории и задач базового курса», «Задач углубленного курса» и «Ответов». По каждому разделу Кодификатора читателю рекомендуется вначале ознакомиться с теоретическим введением, затем тщательно проработать предлагаемые в данном разделе примеры решения задач, после чего приступить к самостоятельному решению задач сначала по базовому, а затем по углубленному курсу. Всего пособие содержит свыше 200 примеров решения задач и свыше 520 задач для самостоятельной работы.

Циклическая структура книги позволяет использовать ее как справочное пособие для интенсивного повторения школьного курса физики, а также как базу данных для плановых самостоятельных и контрольных работ. В случае возникновения трудностей при самостоятельной работе над книгой можно воспользоваться решениями и указаниями, приведенными в первых двух книгах серии. Однако обращение к этим книгам следует рассматривать как крайнюю меру, поскольку частое использование готовых решений вряд ли принесет пользу не очень добросовестному ученику.

Предлагаемое пособие может быть рекомендовано учителям физики средних школ, лицеев и гимназий, преподавателям подготовительных курсов, а также школьникам, изучающим физику.

Желаем успеха!

Часть I. Базовый курс Теория и задачи

1. Механика

1.1. Кинематика

Теоретический материал

Механическое движение. Относительность механического движения. В механике изучается наиболее простая форма движения – механическое движение. *Механическим движением* называется изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел, происходящее с течением времени. Любое механическое движение является *относительным*. В природе не существует абсолютного движения или абсолютного покоя. Поэтому для описания механического движения необходимо указать конкретное тело, относительно которого наблюдается движение других тел. Это тело называют *телом отсчета*. Таким образом, механическое движение – это изменение положения тел относительно выбранного тела отсчета.

Материальная точка. Для математического описания движения в кинематике используются различные модели физических тел. *Материальная точка* – простейшая модель тела, используемая для описания движения в тех случаях, когда размерами и формой тела можно пренебречь. Эта модель применима, когда 1) размеры тела малы по сравнению с характерными размерами области движения тела или когда 2) твердое тело совершает поступательное движение (см. ниже). Положение *материальной* точки в пространстве определяется положением изображающей ее *геометрической* точки.

Системой отсчета называют тело отсчета, связанную с ним систему координат и прибор для измерения времени (часы). Положение материальной точки в пространстве определяется *тремя координатами* – x, y, z. Оно может быть задано также *радиус-вектором* $\vec{r}$, соединяющим начало координат с материальной точкой (рис. 1.1.1), причем

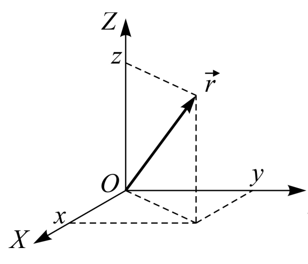


Рис. 1.1.1. Радиус-вектор точки

$$\vec{r} = \{x, y, z\}. \tag{1.1.1}$$

Единица измерения длины, установленная в Международной системе единиц (СИ), называется *метром*. Приближенно он равен $1/40\,000\,000$ части земного меридиана. По современному определению один метр – это расстояние, которое свет проходит в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды. Таким образом, определение единицы расстояния связано с определением единицы измерения времени – *секундой*. Одна секунда приближенно равна $1/86\,400$ доле земных суток. Для точных измерений времени используются атомные часы. Определенная в СИ секунда равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения атома цезия при переходе между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния.

Траектория. При движении материальной точки конец радиус-вектора описывает в пространстве некоторую непрерывную линию, называемую *траекторией* точки. Уравнение, описывающее зависимость радиус-вектора движущейся точки от времени,

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.1.2)$$

называется векторным кинематическим *уравнением движения точки*. Оно эквивалентно трем скалярным уравнениям движения:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \qquad (1.1.3)$$

Траектории одной и той же точки в разных системах отсчета имеют, вообще говоря, различную форму. Кинематические уравнения движения точки в разных системах отсчета также различны.

Перемещение материальной точки из положения *1* в положение *2* – это вектор

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \qquad (1.1.4)$$

проведенный из начального положения точки в конечное (рис. 1.1.2). Проекции вектора перемещения на координатные оси могут быть выражены через разности координат его конца и начала:

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1, \quad \Delta z = z_2 - z_1. \qquad (1.1.5)$$

Эти величины часто называют перемещениями точки вдоль соответствующих координатных осей.

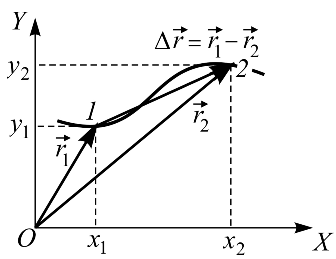


Рис. 1.1.2. Определение перемещения точки

Путь точки равен сумме расстояний, пройденных ею вдоль траектории, и всегда является неотрицательной величиной. Пути, пройденные точкой за последовательные промежутки времени, складываются арифметически. Модуль перемещения точки $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ в общем случае не равен пути, пройденному точкой за данный промежуток времени. Эти величины совпадают только при движении точки по прямой в одном направлении.

Скорость. *Средняя скорость* точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t, t+\Delta t)$ есть вектор $\vec{v}_{\text{ср}}$, равный отношению вектора перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ к величине интервала времени Δt (см. рис. 1.1.3):

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \tag{1.1.6}$$

Направление средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$. Средняя скорость характеризует движение точки в течение всего промежутка времени Δt, для которого она определена.

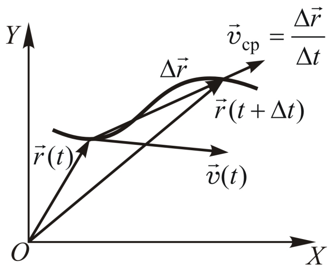


Рис. 1.1.3. Определение скорости точки

На практике часто используют понятие средней *путевой* скорости, которое определяют как отношение пути, пройденного точкой, ко времени его прохождения. Важно иметь в виду, что величина (модуль) средней скорости в общем случае не совпадает со средней путевой скоростью. Они различны, например, при возвратно-поступательном движении по прямой, при криволинейном движении и т.п.

Мгновенной скоростью (или просто *скоростью*) $\vec{v}(t)$ точки в данной системе отсчета в момент времени t называется предел средней скорости при неограниченном уменьшении интервала времени Δt:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}. \tag{1.1.7}$$

Компонентами вектора скорости являются производные по времени от компонент радиус-вектора точки:

$$\vec{v}(t) = \{\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)\}. \tag{1.1.8}$$

Вектор скорости направлен *по касательной* к траектории точки.

Сложение скоростей. Важной задачей кинематики является установление связи между характеристиками движения точки *относительно разных систем отсчета*. Пусть одна система отсчета, которую мы будем называть подвижной, движется поступательно со скоростью $\vec{v}_0$ относительно другой системы, которую будем называть неподвижной. Пусть скорость точки относительно подвижной системы отсчета равна $\vec{v}\,'$. Тогда скорость $\vec{v}$ этой же точки относительно неподвижной системы находится из соотношения, называемого законом *сложения скоростей*:

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0. \tag{1.1.9}$$

Ускорение. *Среднее ускорение* точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t, t+\Delta t)$ есть вектор $\vec{a}_{\text{ср}}$, равный отношению вектора приращения скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ на этом интервале к величине интервала времени Δt (рис. 1.1.4):

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \tag{1.1.10}$$

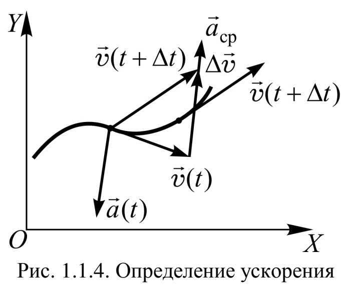


Рис. 1.1.4. Определение ускорения точки

Мгновенным ускорением (или просто *ускорением*) точки $\vec{a}(t)$ в момент времени t в данной системе отсчета называется предел среднего ускорения при стремлении интервала времени Δt к нулю:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}. \qquad (1.1.11)$$

Сложение ускорений. Рассмотрим две системы отсчета: неподвижную систему и систему, движущуюся поступательно и прямолинейно относительно неподвижной с ускорением $\vec{a}_0$. Если ускорение точки относительно подвижной системы отсчета равно $\vec{a}'$, то ускорение $\vec{a}$ этой же точки относительно неподвижной системы находится из соотношения, называемого законом *сложения ускорений*:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0. \qquad (1.1.12)$$

Прямолинейное равномерное и равнопеременное движения. По форме траектории движения делятся на прямолинейные и криволинейные. В первом случае траекторией движения точки в данной системе отсчета является прямая линия, во втором случае – некоторая кривая. Для описания *прямолинейного* движения удобно совместить координатную ось (например, ось *OX*) с направлением, вдоль которого происходит движение.

Равномерным называется движение с постоянной по модулю скоростью. При *равномерном прямолинейном движении* точки мгновенная скорость не зависит от времени и в каждой точке траектории направлена вдоль траектории. Средняя скорость за любой промежуток времени равна мгновенной скорости. Кинематическое уравнение движения принимает вид

$$x(t) = x_0 + v_{x0} t, \qquad (1.1.13)$$

где x_0 – начальная координата точки, v_{x0} – проекция скорости точки на координатную ось *OX*.

Равнопеременное прямолинейное движение – это движение точки по прямой с постоянным по величине и по направлению ускорением. При этом среднее ускорение равно мгновенному ускорению. Если направление ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением скорости точки, то движение называется *равноускоренным*, в противном случае – *равнозамедленным*.

При равнопеременном прямолинейном движении зависимости скорости и координаты точки от времени выражаются следующими кинематическими уравнениями:

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t, \qquad x(t) = x_0 + v_{x0} t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (1.1.14)$$

Важно помнить, что величины, входящие в уравнения (1.1.13), (1.1.14), являются *алгебраическими*, т.е. могут иметь разные знаки в зависимости от того, сонаправлен или противонаправлен соответствующий вектор выбранному направлению координатной оси.

Зависимости скорости, координат и пути от времени. При решении задач и анализе результатов удобно представлять зависимости координаты и скорости тела от времени графически. Примеры таких представлений для прямолинейного равномерного и равноускоренного движений приведены на рис. 1.1.5 и 1.1.6.

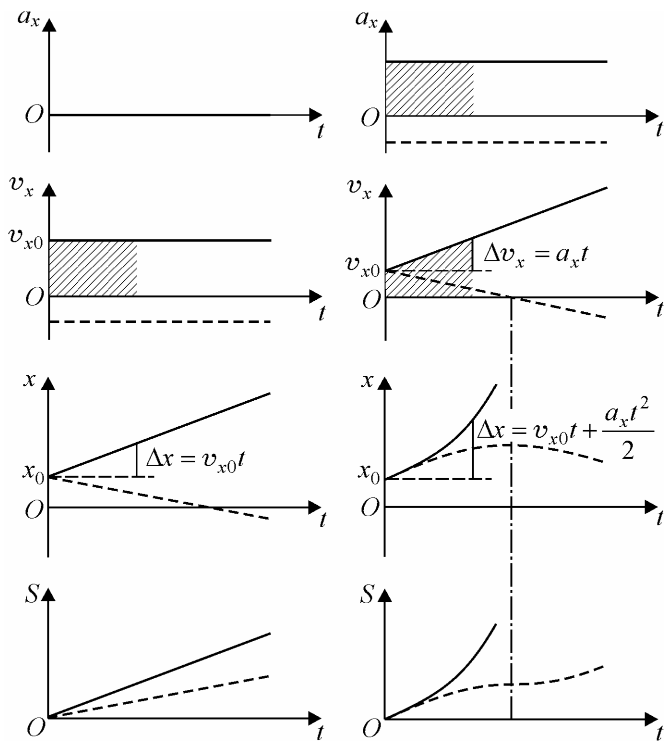


Рис. 1.1.5.
Равномерное движение

Рис. 1.1.6.
Равноускоренное движение

При построении графиков необходимо учитывать, что тангенс угла наклона касательной к кривой $x = x(t)$ в какой-либо момент времени пропорционален скорости точки в этот момент времени, а тангенс угла наклона касательной к кривой $v = v(t)$ пропорционален ускорению точки в данный момент. По графику зависимости $a = a(t)$ можно найти изменение скорости за промежуток времени от t_1 до t_2: оно равно площади под кривой $a = a(t)$ в пределах от t_1 до t_2. Аналогично по графику зависимости $v = v(t)$ можно найти изменение координаты точки за время $(t_2 - t_1)$.

Криволинейное движение. Равномерное движение по окружности. Простейшей моделью *криволинейного* движения является *равномерное движение по окружности*. В этом случае точка движется по окружности с постоянной по величине скоростью v. Положение точки удобно описывать углом φ, который составляет радиус-вектор точки с некоторой фиксированной осью, например с осью OX.

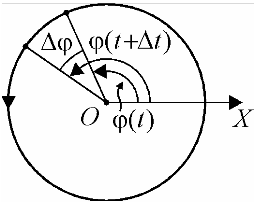


Рис. 1.1.7. Определение угловой скорости

Угловая скорость. Период и частота обращения. Величиной *угловой скорости* точки ω при движении по окружности называют отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ ее радиус-вектора ко времени Δt, за которое этот поворот произошел: $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ (рис. 1.1.7).

Периодом T движения точки по окружности называют время, за которое точка совершает полный оборот. *Частота обращения* ν – это величина, обратная периоду. Угловая скорость, частота и период обращения при равномерном движении по окружности связаны между собой соотношениями:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{1.1.15}$$

Линейная скорость v движения по окружности выражается через угловую скорость ω и радиус окружности R по формуле

$$v = \omega R. \tag{1.1.16}$$

Ускорение тела при движении по окружности. При движении тела по окружности вектор скорости изменяется, поэтому у тела существует *центростремительное* ускорение, направленное по радиусу окружности к ее центру и по модулю равное

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \tag{1.1.17}$$

Для описания неравномерного движения по окружности используют величину

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \tag{1.1.18}$$

которая называется угловым ускорением.

Тангенциальное и нормальное ускорение. При криволинейном движении точки часто бывает удобно разложить ее ускорение на две составляющие (рис. 1.1.8):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \vec{\tau} a_\tau + \vec{n} a_n, \tag{1.1.19}$$

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к траектории в данной точке; $\vec{n}$ – единичный вектор по нормали к траектории, направленный к центру кривизны.

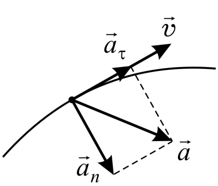


Рис.1.1.8. Тангенциальное и нормальное ускорение

Составляющая $\vec{a}_\tau$ вектора ускорения, направленная по касательной к траектории, называется *тангенциальным* (касательным) ускорением. Тангенциальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по модулю. Вектор $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону движения точки при возрастании ее скорости и в противоположную сторону при убывании скорости. Составляющая $\vec{a}_n$ вектора ускорения, направленная по нормали к траектории в данной точке, называется *нормальным* ускорением. Нормальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по направлению при криволинейном движении. Модули тангенциального и нормального ускорения вычисляются по формулам

$$a_\tau = \dot{v} = \frac{d\,|\vec{v}\,|}{dt}, \qquad a_n = \frac{v^2}{R}, \tag{1.1.20}$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке. При движении точки по окружности нормальное ускорение совпадает с центростремительным ускорением, а тангенциальное ускорение выражается через угловое ускорение ε по формуле $a_\tau = \varepsilon R$.

Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела. *Свободным падением* называется движение, которое совершает тело только под действием притяжения Земли, без учета сопротивления воздуха. Ускорение $\vec{g}$, с которым движется вблизи поверхности Земли материальная точка, на которую действует только сила тяжести, называется *ускорением свободного падения.* Ускорение свободного падения не зависит от массы тела.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Дальность и высота полета. При описании движения тела у поверхности Земли удобно выбрать систему координат так, чтобы одна из координатных осей (обычно ось *OX*) была направлена горизонтально, а другая (обычно *OY*) – вертикально (рис. 1.1.9). Тогда движение по оси *OX* будет равномерным, а по оси *OY* – равнопеременным. В большинстве задач начало координат удобно совместить с точкой, откуда тело начинает движение.

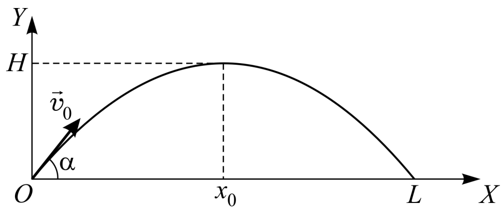


Рис. 1.1.9. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Для тела, брошенного от поверхности Земли со скоростью v_0 под углом α к горизонту, в системе координат, изображенной на рис. 1.1.9,

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha = \text{const}, \qquad v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt, \tag{1.1.21}$$

$$x(t) = v_0 t \cos\alpha, \qquad y(t) = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.1.22}$$

Исключая из уравнений (1.1.22) время *t*, получаем *уравнение траектории тела*

$$y(x) = \operatorname{tg}\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2, \tag{1.1.23}$$

которое является уравнением параболы. В точке с координатой

$$x_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin\alpha\cos\alpha \tag{1.1.24}$$

тело достигает наибольшей высоты

$$y(x_0) \equiv H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\alpha. \tag{1.1.25}$$

Величины $L = 2x_0 = \frac{2v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$ и $H = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$ называются соответственно *дальностью* и *высотой полета*.

Поступательное и вращательное движения твердого тела. *Твердое тело* – это модель, применяемая в случаях, когда изменением формы и размеров тела при его движении можно пренебречь. Модель рассматривается как система материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными.

Простейшие модели движения твердого тела – это поступательное и вращательное движения.

Поступательным движением твердого тела (рис. 1.1.10) называют такое движение, при котором траектории всех точек тела одинаковы. При этом тело не поворачивается и каждая линия, соединяющая любые две точки тела, переносится параллельно самой себе. При поступательном движении все точки тела в данный момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения. Поэтому, зная движение какой-то одной точки тела, мы можем однозначно определить движение всех его остальных точек.

Вращательным движением называется такое движение твердого тела, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой – оси вращения (рис. 1.1.11). Траектории всех точек лежат в плоскостях, параллельных друг другу и перпендикулярных оси вращения.

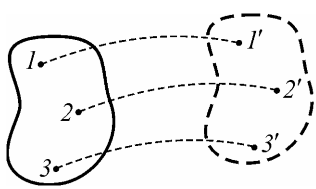


Рис. 1.1.10.
Поступательное движение тела

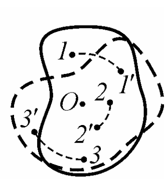


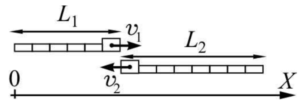
Рис. 1.1.11.
Вращательное движение тела

При таком движении различные точки тела за один и тот же промежуток времени проходят разные по длине пути. Линейная скорость v характеризует движение какой-либо одной точки тела, а не движение тела в целом. Поэтому для описания вращения тела используются такие величины, которые описывают движение всего тела, а не отдельных его точек. К этим величинам относятся: угол поворота φ, период вращения T, частота вращения $\nu = 1/T$, угловая скорость $\omega = 2\pi/T$.

Примеры решения задач

Пример 1. В течение какого времени скорый поезд длиной 300 м, идущий со скоростью 72 км/ч, будет проходить мимо встречного товарного состава длиной 600 м, идущего со скоростью 36 км/ч?

Решение. Запишем в проекции на неподвижную координатную ось *OX* уравнения движения для хвостовых вагонов первого и второго поезда: $x_1 = v_1 t$, $x_2 = (L_1 + L_2) - v_2 t$. Здесь учтено, что начальная координата хвостового вагона первого поезда $x_{01} = 0$, начальная координата хвостового вагона второго поезда $x_{02} = (L_1 + L_2)$, а



также то, что направления скоростей обоих поездов противоположны. Первый поезд полностью проедет второй в тот момент, когда хвостовой вагон первого поезда поравняется с хвостовым вагоном второго поезда, т.е. при выполнении равенства: $x_1 = x_2$. Тогда $v_1 t = (L_1 + L_2) - v_2 t$, откуда $t = \dfrac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}$. Учитывая, что $v_1 = 72$ км/ч $= 20$ м/с, а $v_2 = 36$ км/ч $= 10$ м/с, получаем ответ $t = \dfrac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{300 + 600}{20 + 10} = 30$ с.

Ответ. 30 с.

Пример 2. Тело движется по закону $x = 4 - 5t + t^2$, где все величины заданы в СИ. Определить модуль скорости тела в тот момент, когда $x = 0$.

Решение. Из закона движения тела $x = 4 - 5t + t^2$ следует, что $x_0 = 4$ м, $v_0 = -5$ м/с и $a = 2$ м/с^2. Положив $x = 0$, получаем квадратное уравнение $t^2 - 5t + 4 = 0$. Корни этого уравнения $t_1 = 1$ с и $t_2 = 4$ с дают два момента времени, в которые координата тела обращается в нуль. Учитывая, что скорость тела меняется по закону $v = -5 + 2t$, находим $v(t_1) = -3$ м/с, $v(t_2) = 3$ м/с. Значит, в тот момент, когда $x = 0$, модуль скорости тела равен 3 м/с.

Ответ. 3 м/с.

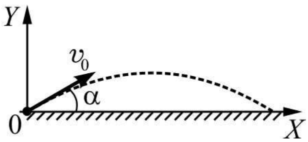
Пример 3. Камень начинает свободно падать. За последнюю секунду своего движения он пролетел 20 метров. Сколько времени падал камень?

Решение. Из закона движения свободно падающего камня следуют соотношения $y_1(t) = \dfrac{g(t - \Delta t)^2}{2}$ и $y_2(t) = \dfrac{gt^2}{2}$, где t – полное время падения камня, Δt – интервал времени, равный в данном случае последней секунде. В течение последней секунды камень прошел путь $y_2 - y_1$, который по условию задачи составляет 20 м. Из записанных уравнений находим, что $y_2 - y_1 = \dfrac{gt^2}{2} - \dfrac{g(t - \Delta t)^2}{2} = \dfrac{g}{2}(2t \cdot \Delta t - \Delta t^2)$. Выражая отсюда время, получаем ответ: $t = \dfrac{2(y_2 - y_1) + g\Delta t^2}{2g\Delta t} = \dfrac{2 \cdot 20 + 10 \cdot 1^2}{2 \cdot 10 \cdot 1} = 2{,}5$ с.

Ответ. 2,5 с.

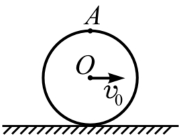
Пример 4. Камень, брошенный под углом 30° к горизонту, находился в полете 2 секунды. Определить модуль скорости, с которой камень упал на землю.

Решение. Камень, брошенный под углом к горизонту, участвует в двух движениях:



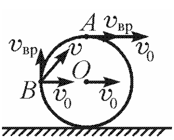
равномерном вдоль горизонтальной оси *OX* и равнопеременном вдоль вертикальной оси *OY*. В начальный момент времени модули горизонтальной и вертикальной составляющих скорости камня равны, соответственно: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Запишем кинематические уравнения движения камня $x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t$, $y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$. Здесь учтено, что начальные координаты камня $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ (см. рисунок). В момент падения камня на землю его вертикальная координата $y(t) = 0$, откуда $v_0 = \dfrac{gt}{2\sin\alpha} = \dfrac{10 \cdot 2}{2 \cdot 0{,}5} = 20$ м/с.

Ответ. 20 м/с.



Пример 5. Колесо катится без проскальзывания с постоянной скоростью v_0 по горизонтальному участку дороги. Какова скорость точки *A* относительно дороги?

Решение. При качении колеса все точки на его ободе участвуют в двух движениях –



поступательном вдоль поверхности Земли с постоянной скоростью v_0 и вращательном вокруг оси вращения колеса со скоростью $v_{вр}$. Модуль скорости вращательного движения – величина постоянная, однако направление этой скорости зависит от расположения точки. В отсутствие проскальзывания для любой точки на ободе колеса $v_0 = v_{вр}$. По закону сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_{вр}$, следовательно, $v_A = v_0 + v_{вр} = 2v_0$.

Ответ. $2v_0$.

Пример 6. Первую половину пути человек шел со скоростью 5 км/ч, а вторую – бежал со скоростью 10 км/ч. Определить среднюю скорость человека на всем пути.

Решение. Обозначим полный путь человека L. Тогда время, за которое человек прошел первую половину пути, $t_1 = \dfrac{L/2}{v_1}$, а время, за которое человек пробежал вторую половину пути $t_2 = \dfrac{L/2}{v_2}$. Средняя скорость движения человека $v_{ср} = \dfrac{L}{t_1 + t_2} = $
$= \dfrac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{2 \cdot 10 \cdot 5}{15} \approx 6{,}7$ км/ч.

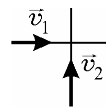
Ответ. 6,7 км/ч.

Задачи

1. Скорость велосипедиста 18 км/ч, а скорость ветра 4 м/с. Какова скорость ветра в системе отсчета, связанной с велосипедистом, если он движется против направления ветра? Ответ выразить в м/с.

2. Определить скорость моторной лодки в стоячей воде, если известно, что при движении лодки по течению реки ее скорость относительно берега $v_1 = 10$ м/с, а при движении против течения $v_2 = 6$ м/с.

3. Два тела движутся взаимно перпендикулярными курсами соответственно со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 8$ м/с. Чему равен модуль скорости первого тела относительно второго?



4. Эскалаторы метро движутся относительно стен со скоростью 1 м/с. С какой скоростью относительно поднимающейся лестницы надо по ней спускаться, чтобы оставаться неподвижным относительно пассажиров, стоящих на спускающемся эскалаторе?

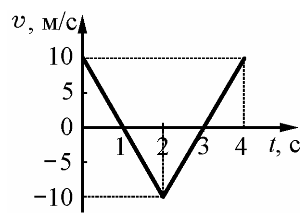
5. Капли дождя на окне неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом 30° к вертикали. При движении трамвая со скоростью 10 м/с полосы на стекле вертикальны. Найти абсолютное значение скорости капель относительно земли. Считать скорость капель постоянной.

6. Закон движения точки имеет вид $x = 3t + 5t^2$ (в единицах СИ). Определить перемещение точки за вторую секунду движения.

7. Определить модуль вектора перемещения материальной точки за 4 с движения, если известно, что скорость при ее прямолинейном движении изменяется по закону $v = 2 - 2t$ (м/с).

8. С горы длиной 30 м санки скатились за 10 с. Какую скорость приобрели санки в конце горы? Движение санок считать равноускоренным.

9. Материальная точка движется вдоль оси *OX*. График зависимости проекции скорости точки на ось *OX* от времени изображен на рисунке. Найти путь, пройденный точкой за первые 4 с движения.



10. Шарик начинает скатываться по совершенно гладкому прямому желобу и за первую секунду движения проходит путь 0,4 м. Какой путь пройдет шарик за 3 с после начала движения?

11. Тело, свободно падающее без начальной скорости, пролетело мимо точки *A* со скоростью v_A. Определить, с какой скоростью это тело пролетит мимо точки *B*, находящейся на расстоянии *h* ниже точки *A*.

12. Тело бросили вертикально вверх со скоростью 25 м/с. Какой путь пройдет тело за вторую секунду движения?

13. Мяч брошен вертикально вверх из точки, находящейся на высоте h. Известно, что за время движения мяч пролетел путь $3h$. Определить модуль начальной скорости мяча.

14. Мяч, сброшенный с башни горизонтально со скоростью 5 м/с, упал на расстоянии 10 м от подножия башни. Чему равна высота башни?

15. Камень брошен с башни в горизонтальном направлении. Через 3 с вектор скорости камня составил с горизонталью угол 45°. Какова начальная скорость камня?

16. Тело брошено под углом к горизонту со скоростью v_0. Определить скорость тела в высшей точке траектории, находящейся на высоте h относительно первоначального положения.

17. Часовая стрелка короче минутной в 1,5 раза. Во сколько раз линейная скорость конца минутной стрелки больше линейной скорости конца часовой стрелки?

18. Радиус Земли равен 6400 км. Какую скорость имеют из-за суточного вращения Земли точки земной поверхности на широте 60°? Ответ выразить в км/ч, округлив до одного знака после запятой.

19. Каково отношение центростремительных ускорений a_1 / a_2 двух материальных точек, движущихся с одинаковыми угловыми скоростями по окружностям радиусами R_1 и R_2, причем $R_1 = 3R_2$?

20. Велосипедист преодолевает ряд холмов. На подъемах его скорость равна v_1, на спусках v_2. Общая длина пути L, причем подъемы и спуски имеют одинаковые длины. Какова средняя скорость $v_{ср}$ велосипедиста? Число подъемов равно числу спусков.

1.2. Динамика

Теоретический материал

В *динамике* изучается влияние взаимодействия между телами на их механическое движение. *Основная задача динамики* состоит в определении положения тел и их скоростей в произвольный момент времени по известным начальным положениям тел, их начальным скоростям и силам, действующим на тела.

Взаимодействие тел. Механическое действие одного тела на другое возможно как при непосредственном соприкосновении тел, так и на расстоянии. Действие одного тела на другое в механике проявляется в деформации взаимодействующих тел и в возникновении у тел ускорений.

Свободным (изолированным) телом называется тело, на которое не действуют какие-либо другие тела или поля, или тело, внешние воздействия на которое уравновешены (скомпенсированы).

Первый закон Ньютона. Понятие об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. *Первый закон Ньютона* постулирует существование особого класса систем отсчета. В этих системах отсчета свободное тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения. Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются *инерциальными*. Особое значение инерциальных систем отсчета состоит в том, что в этих системах механические явления описываются наиболее просто.

Если существует хотя бы одна инерциальная система отсчета, то существует и бесконечное множество таких систем. Действительно, если в одной системе свободное тело движется с постоянной скоростью, то в любой другой системе отсчета, движущейся относительно первой с постоянной скоростью, это тело также будет иметь постоянную скорость.

Свободным можно считать тело, достаточно удаленное от других тел. Для того чтобы выяснить, в какой степени данную систему можно считать инерциальной, нужно из этой системы наблюдать за свободным телом (например, за уединенной звездой). Чем ближе к нулю ускорение этого тела, тем больше оснований считать данную систему отсчета инерциальной.

Из известных в настоящее время систем отсчета наиболее близка к инерциальной гелиоцентрическая система, связанная с центром Солнца. Для описания многих механических движений в земных условиях инерциальной можно считать систему отсчета, связанную либо с поверхностью Земли, либо с ее центром (геоцентрическая система отсчета). При этом пренебрегают ускорением этой системы, связанным с вращательным движением Земли вокруг собственной оси и вокруг Солнца.

Системы отсчета, в которых свободное тело не сохраняет скорость движения постоянной, называются *неинерциальными*. Неинерциальной является любая система отсчета, движущаяся с ускорением относительно инерциальной.

Принцип относительности Галилея гласит: любое механическое явление во всех инерциальных системах отсчета протекает одинаково при одинаковых начальных условиях.

Следует подчеркнуть, что выполнение принципа относительности не означает полной тождественности движения одного и того же тела относительно разных инерциальных систем отсчета. Одинаковы лишь законы движения. Характер же движения тела определяется не только законами движения, но и начальными скоростями и начальными координатами.

Сила. В инерциальных системах отсчета ускорение тела, а также его деформация могут быть вызваны только его взаимодействием с другими телами. Характеристикой действия одного тела на другое является сила. *Силой* называется векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на материальную точку или тело со стороны других тел или полей. Сила полностью определена, если заданы ее модуль, направление и точка приложения.

Силы в механике. Различные взаимодействия, известные в современной физике, сводятся к четырем типам: гравитационные, электромагнитные, сильные и слабые взаимодействия. Сила как количественная характеристика позволяет оценивать лишь гравитационные и электромагнитные взаимодействия. В тех чрезвычайно малых областях пространства и в тех процессах. в которых проявляются сильные и слабые взаимодействия, такие понятия, как точка приложения, линия действия, а вместе с ними и само понятие силы теряют смысл.

Таким образом, *в задачах механики* основную роль играют *гравитационные силы* (*силы тяготения*), *электромагнитные силы*, действующие на заряженное тело, а также три их разновидности – *силы упругости*, *силы трения* и *мускульные силы* человека и животных. В механике важно знать, при каких условиях возникают силы, каковы их модули и направления, т.е. знать, как силы зависят от расстояний между телами и от скоростей их движения. В свою очередь узнать значения сил, определить, как и когда они действуют, можно, располагая лишь способами их измерения.

Сравнение сил производится на основании следующего утверждения, являющегося определением равенства сил в механике: две силы, независимо от их природы, считаются равными по модулю и противоположно направленными, если их одновременное действие на тело не меняет его состояния покоя или равномерного прямолинейного движения. Величина силы может быть измерена по степени деформации специального пробного тела – *динамометра*. Моделью динамометра обычно служит пружина.

Силы взаимодействия между телами не зависят от выбора системы отсчета. При переходе от одной системы отсчета к другой силы взаимодействия не изменяются.

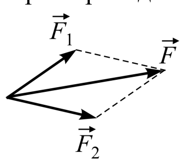


Рис. 1.2.1. Сложение сил

Сложение сил, действующих на материальную точку. Если на материальную точку действует несколько сил в разных направлениях, то их действие можно заменить действием одной силы, называемой *равнодействующей*, величина и направление которой определяются по правилу сложения векторов (рис. 1.2.1).

Инертность тел. Свойство свободного тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инертностью*.

Масса. Скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертности тела, называется *массой* тела. Она служит количественной характеристикой отклика тела на воздействие на него других тел. Чем больше масса тела, тем меньшее ускорение приобретает это тело под действием одной и той же силы.

Измерение массы тела, т.е. сравнение его массы с *эталоном массы*, основывается на следующем утверждении, являющемся обобщением многочисленных опытных данных: в инерциальной системе отсчета отношение масс взаимодействующих тел равно обратному отношению модулей их ускорений.

В механике Ньютона постулируется, что

1) масса тела не зависит от скорости его движения;
2) масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит;
3) при любых процессах, происходящих в замкнутой системе тел, ее полная масса остается неизменной.

Эти постулаты справедливы для макроскопических тел в случае, когда скорости их движения намного меньше, чем скорость света.

Плотность. *Средней плотностью* тела $\rho_{ср}$ называется величина, равная отношению массы тела m к его объему V:

$$\rho_{ср} = \frac{m}{V}. \qquad (1.2.1)$$

Плотность тела в точке равна пределу отношения массы Δm элемента тела, выбранного в окрестности этой точки, к его объему ΔV при неограниченном уменьшении ΔV:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \qquad (1.2.2)$$

Второй закон Ньютона. Основой динамики является *второй закон Ньютона*, согласно которому в инерциальной системе отсчета произведение массы тела на его ускорение равно сумме действующих на тело сил:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \qquad (1.2.3)$$

Единицы измерения силы и массы. За единицу массы в системе СИ принят *килограмм* – 1 кг. Килограмм – это масса эталона, изготовленного из сплава платины и иридия. Международный эталон килограмма хранится в г. Севре во Франции. С достаточной для практики точностью можно считать, что массой 1 кг обладает 1 л химически чистой воды при температуре 15 °С.

За единицу силы в системе СИ принимается сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2. Эта единица называется ньютон (Н). Приближенно 1 Н равен силе, с которой притягивается к Земле тело массой 0,102 кг.

Третий закон Ньютона: При любом взаимодействии двух тел сила, действующая со стороны одного тела на другое, равна по величине и противоположна по направлению силе, действующей со стороны второго тела на первое. Эти силы направлены вдоль прямой, соединяющей точки их приложения, и всегда имеют одну и ту же физическую природу.