СОДЕРЖАНИЕ

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ

1.1. Введение

Физическая оптика — раздел оптики, изучающий оптические явления, выходящие за рамки приближения геометрической оптики, то есть явления, для объяснения которых достаточно иметь представление о волновой природе света. Поэтому сначала следует понять, что, собственно, представляет из себя волновой процесс, какие бывают волновые процессы, в каких средах они могут распространяться.

Волновой процесс – особый вид движения, присущий обеим формам материи. Это и электромагнитные волны, которые могут распространяться не только в средах, но и в пустоте, и волны упругие. Упругие волны – это и звук, и морские волны, и мелкая рябь на поверхности жидкости, и волны сжатия, растяжения или деформации сдвига в твердых телах.

Для возникновения упругой волны (например, волны на поверхности воды при падении в нее камня) среда должна удовлетворять двум условиям.

1.Она должна располагать материальными носителями колебаний – осцилляторами.

2.Осцилляторы должны взаимодействовать друг с другом, чтобы передавать переносимый сигнал от одной точки пространства к другой.

Падение камешка в воду порождает серию волн на поверхности: череду гребней и впадин. Расстояние между двумя соседними гребнями (или впадинами) называется *длиной волны.*

Самая “первая” волна, отделяющая область поверхности, захваченную волновым процессом, от невозмущенных еще областей, называется *волновым фронтом.* Видно, как фронт волны перемещается по поверхности. Скорость этого движения – *скорость волны (фазовая скорость).* Понятно, что фазовая скорость отличается, конечно, от скорости движения частиц среды в волне.

Говоря о волнах вообще, отметим, что они различаются по тому, как возмущения, переносимые волной, ориентированы относительно направления их распространения.

Если в акустической волне смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны, то такая волна называется *продольной*. Если смещение частиц и направление распространение волны взаимно - перпендикулярны, то это - *поперечная волна*.

Упругие *поперечные* волны существуют только в твердых телах. *Продольные* волны можно наблюдать как в твердых телах, так в жидкостях и газах.

В *электромагнитной волне* меняются напряжённости электрического ($\vec{E}$) и магнитного ($\vec{H}$) полей. При этом они остаются перпендикулярными направлению распространению волны ($\vec{v}$) (в свободном пространстве). Поэтому электромагнитные волны относят к классу поперечных волн.

Длины электромагнитных волн меняются в широчайшем диапазоне: от 10^{-4} до 10^{15}Å. Это различные радиоволны, видимый свет, рентгеновское и гамма-излучение. Волновой характер может носить процесс распространения в пространстве сигнала произвольной формы и продолжительности. Однако наибольший интерес представляют гармонические волны. Такие волны переносят в пространстве гармонические колебания.

1.2 Скалярные и векторные волны

Гармоническая волна — процесс распространения гармонического колебания в пространстве. Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному или косинусоидальному) закону. Мы будем рассматривать как упругие (акустические) волны так и волны электромагнитные.

Если распространяются колебания скалярной величины, то соответствующая волна — *скалярная.* Если же волна переносит колебания векторной величины, то такая волна называется *векторной.*

В звуковой волне, распространяющейся, например, в атмосфере, происходят колебания давления, плотности, температуры воздуха. Всё это скалярные параметры газа, поэтому и волна скалярная.

Электромагнитная волна относится к классу векторных волн, поскольку в этом процессе претерпевают изменения векторные характеристики волны — напряжённости электрического ($\vec{E}$) и магнитного ($\vec{H}$) полей.

1.3. Кинематические характеристики волн

В общем случае уравнение *плоской* скалярной волны можно записать в виде:

$$S = f\,(t,x). \qquad (1.1)$$

Это уравнение означает, что скалярный параметр S в любой заданный момент времени имеет одно и то же значение во всех точках плоскости x=x_1=const.

Наибольший интерес для нас будет представлять волна, в которой координата x и время t входят в уравнение (1.1) в виде линейной комбинации:

$$S = f\,(at - bx). \qquad (1.2)$$

Здесь a и b — постоянные, f — функция, определяющая форму передаваемого сигнала.

Мы будем рассматривать распространение гармонического колебания, когда параметр S меняется во времени и в пространстве по гармоническому закону.

Рассмотрим осциллограмму волны, т. е. зависимость $S = f\,(t)$ для двух плоскостей x=0 и x=x_1:

$$x = 0: \qquad S(t,0)= S(at) \qquad (1.3)$$

$$x = x_1: \qquad S\left(t,x\right) = S\left(at - bx_1\right) = S\left[a\left(t - \frac{b}{a}x_1\right)\right] = S\left[a\left(t - \frac{x_1}{\mathrm{v}}\right)\right] \qquad (1.4)$$

Сравнение уравнений (1.3) и (1.4) показывает, что изменение параметра S в плоскости x, в точности повторяет изменение этой величины в плоскости x=0, но с запаздыванием на $\frac{x_1}{\text{v}}$, где $\text{v} = \frac{a}{b}$.

Рассмотрим фотографию волны в плоскости x в момент времени t=0:

$$S(0,x) = f(-bx) \tag{1.5}$$

и в момент времени $t=t_1$:

$$S(t_1,x) = f(at_1 - bx) = f[-b[x - \text{v}t_1]]. \tag{1.6}$$

Сопоставляя эти уравнения, приходим к выводу, что *волна не меняет своей формы*: за время t_1 сигнал перемещается со скоростью $\text{v} = \frac{a}{b}$ вдоль оси X на расстояние vt_1. Волна при этом *не деформируется*.

Вывод:

$S = f(at - bx)$ — уравнение *плоской скалярной, недеформируемой* волны, распространяющейся со скоростью $\text{v} = \frac{a}{b}$ в положительном направлении оси x.

В случае синусоидальной волны f — гармоническая функция координаты и времени.

Путь в плоскости, проходящей через начало координат, происходят колебания с частотой ω (рис. 1.1).

Тогда можно записать параметр S:

$S(0,t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$, где $\phi_0 = \phi(0) -$ начальная фаза колебаний.

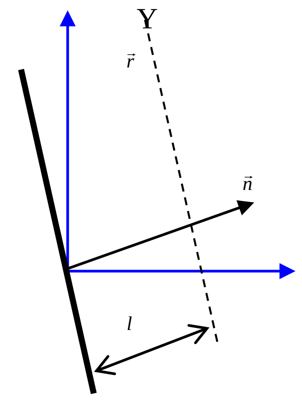

Рис. 1.1

В плоскости, отстоящей от исходной на расстоянии *l*, эти колебания повторяются с запаздыванием $\tau = \frac{l}{\mathrm{v}}$. Здесь v — скорость распространения волны.

Колебания в точке, определяемой радиус – вектором $\vec{r}$ (рис.1.1):

$$S(\vec{r},t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{l}{\mathrm{v}}\right) + \phi_0\right] = A\cos\left[\omega t - \frac{\omega}{\mathrm{v}} l + \phi_0\right] = A\cos(\omega t - k\vec{r}\vec{n} + \phi_0). \tag{1.7}$$

Мы пришли к уравнению плоской гармонической волны, распространяющейся в произвольном направлении:

$$S(\vec{r},t) = A\cos\left(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0\right) \tag{1.8}$$

Здесь: $\vec{k} = k\vec{n} = \frac{\omega}{\mathrm{v}}\vec{n}$ — волновой вектор,

$k = \frac{\omega}{\mathrm{v}} = \left|\vec{k}\right|$ — волновое число.

$\left|\vec{n}\right| = 1$ — единичный вектор, совпадающий по направлению с направлением распространения волны.

Волновой вектор $\vec{k} = k\vec{n}$ указывает направление движения волны.

В частном случае

$$S(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0). \tag{1.9}$$

Формула (1.9) — уравнение плоской волны, движущейся в положительном направлении оси *X*. Это *монохроматическая* (одноцветная) волна с постоянной частотой.

Зафиксируем какое – либо значение фазы волны:

$$\phi = \omega \cdot t - kx + \phi_0 = const. \tag{1.10}$$

Тогда получим уравнение движения выбранной фазовой поверхности (в нашем случае – плоскости).

Волновой (фазовой) поверхностью называется геометрическое место точек, в которых фаза волны имеет одинаковое значение.

Продифференцируем уравнение (1.10) по времени:

$$\omega - k\dot{x} = 0 \Rightarrow \quad \dot{x} = \mathrm{v}_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega}\mathrm{v} = \mathrm{v}. \tag{1.11}$$

Скорость движения фазовой поверхности $\mathrm{v}_{ф}$ равна скорости распространения волны. Если плоская волна движется в отрицательном направлении оси *x*, то v < 0 и уравнение волны принимает вид:

$S(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \phi_0)$.

Уравнение волны $S(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \phi_0)$ является решением *дифференциального волнового уравнения:*

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \tag{1.12}$$

Докажем это, показав, что гармоническая функция (1.9) обращает дифференциальное уравнение (1.12) в тождество.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -Ak^2\cos\phi \\ \hline \dfrac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos\phi\end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\cdot\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$$

Здесь $\phi = (\omega \cdot t - kx + \phi_0)$ — фаза волны.

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{\omega^2}{v^2\omega^2} = \frac{1}{v^2}.$$

Рассмотрим две фазовые поверхности плоской волны:

$$x_1 \quad \to \quad \phi_1 = -kx_1 - \omega t + \phi_0.$$

$$x_2 \quad \to \quad \phi_2 = -kx_2 + \omega t + \phi_0.$$

Разность этих фаз:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = k(x_2 - x_1) = k\Delta x.$$

Колебания, происходящие со сдвигом по фазе, кратным 2π, называются *синфазными*. Иными словами, разность фаз двух синфазных колебаний равна

$$\Delta\Phi = n(2\pi), \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

Минимальное расстояние между двумя фазовыми поверхностями, в которых происходят синфазные колебания, называется *длиной волны* и обозначается λ:

$$\lambda = \Delta x_{\min} = x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{k}.$$

Волновое число:

$$k = \frac{\omega}{v}.$$

Поэтому длина волны равна:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v = T \cdot v.$$

Здесь: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ — период колебания, λ — длина волны. Длину волны теперь можно определить как расстояние, которое проходит волна за время одного полного колебания T, то есть λ = v T.

1.4. Геометрические типы гармонических волн

В предыдущем разделе было дано определение волновой (фазовой) поверхности. В зависимости от её формы можно выделить плоские, цилиндрические и сферические волны.

Плоская волна:

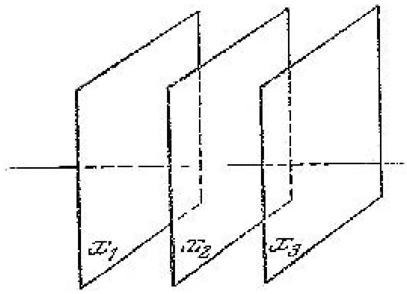

Рис. 1.2

Уравнение плоской волны:

$$S(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \Phi_0).$$

Цилиндрическая волна:

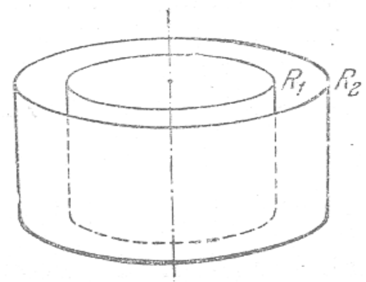

Рис. 1.3

Уравнение цилиндрической волны:

$$S(R,t) = \frac{A_0}{\sqrt{R}}\cos(\omega t - kR + \Phi_0).$$

Сферическая волна:

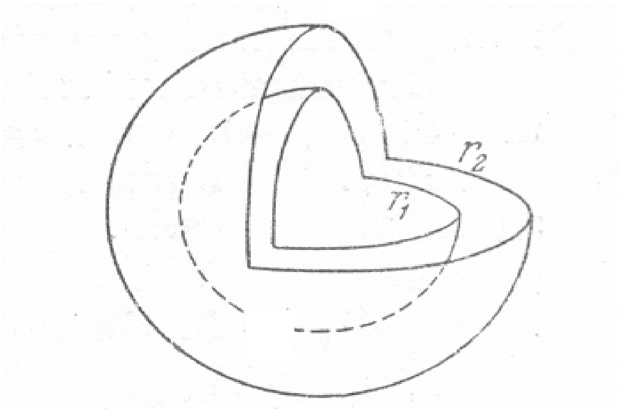

Рис. 1.4

Уравнение сферической волны:

$$S(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \Phi_0).$$

1.5. Эффект Доплера

Рассмотрим распространение волн на поверхности жидкости. Пусть волны возникают в результате падения на поверхность капель воды. Эти капли через одинаковые промежутки времени T_0 покидают неподвижную капельницу.

Распространяющиеся волны будут представлять собой *концентрические окружности.* Частота, которую воспринимает приемник в этом случае равна

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}.$$

Теперь заставим нашу капельницу – источник волн - двигаться горизонтально со скоростью *U*. Картина волн изменится: теперь это система *эксцентрических* окружностей. В направлении движения источника расстояние между гребнями станет меньше, т.е. их частота возрастет. Вычислим, частоту, которую зарегистрирует приемник в произвольном направлении θ (рис. 1.5).

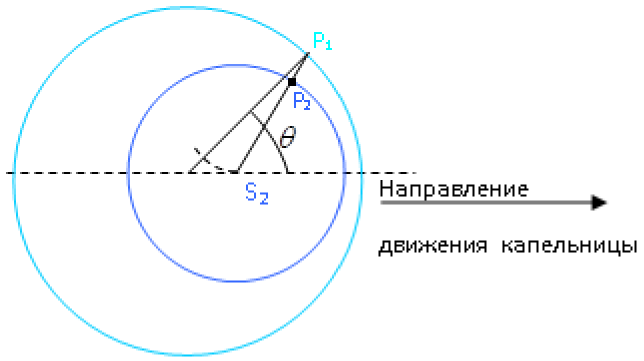

Рис. 1.5

$$\begin{cases} S_2P_2 \cong S_1P_1 - \mathrm{v}T_0 \\ S_2P_1 = S_1P_1 - S_1S_2\cos\theta = S_1P_1 - uT_0\cos\theta \end{cases}$$

$$P_1P_2 = S_2P_1 - S_2P_2 \cong (\mathrm{v} - u\cos\theta)T_0 \approx \lambda_\theta$$

$$\lambda_\theta = \frac{2\pi}{\omega_\theta}\mathrm{v} = (\mathrm{v} - u\cos\theta)T_0$$

$$\omega_\theta = \frac{2\pi\mathrm{v}}{(\mathrm{v} - u\cos\theta)T_0}, \Rightarrow \omega_\theta = \frac{2\pi}{\left(1 - \frac{u}{\mathrm{v}}\cos\theta\right)T_0} = \frac{\omega_0}{1 - \frac{u}{\mathrm{v}}\cos\theta}.$$

При $\theta = 0, \pi$ приёмник зарегистрирует частоту:

$$\omega_\theta = \frac{\omega_0}{1 \mp \frac{u}{\mathrm{v}}}.$$

При $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$ приёмник зарегистрирует частоту: $\omega_\theta = \omega_0$.

Можно показать, что частота сигнала меняется не только в результате движения источника (u), но и при движении приёмника ($\mathrm{v}_п$).

При движении источника (u) и приёмника ($\mathrm{v}_п$) *по одной прямой*, частота, регистрируемая приёмником, будет равна

$$\omega' = \omega_0 \frac{\mathrm{v} + \mathrm{v}_n}{\mathrm{v} - u} \qquad (1.13)$$

Здесь: v — скорость волны,

$\mathrm{v}_п$ — скорость приёмника,

u — скорость источника.

При движении к источнику $\mathrm{v}_п > 0$, при движении от источника $\mathrm{v}_п < 0$.

Источник движется к приемнику с положительной скоростью $u > 0$, от приемника с отрицательной скоростью $u < 0$.