РАБОТА НАД ЗАДАЧЕЙ

Понятие «текстовая задача». Структура задачи

Обучение младших школьников решению задач является традицией русской методической школы. В то же время решение задач является наиболее трудной частью изучения математики для большинства детей.

Под задачей в начальном курсе математики подразумевается специальный текст, в котором описана некоторая ситуация на естественном языке с требованием либо дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации (определить числовое значение некоторой величины по известным числовым значениям других величин и зависимости между ними), либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами.

Основная особенность текстовых задач состоит в том, что в них не указывается прямо, какие именно действия должны быть выполнены для получения ответа на поставленную задачу.

В каждой задаче можно выделить:

а) числовые значения величин, которые называются ***данными*** или ***известными*** (их должно быть не меньше двух);

б) некоторую систему функциональных зависимостей, связывающих искомое с данными и данные между собой;

в) требование или вопрос, на который надо найти ответ.

Условие – та часть текста, в которой заданы сюжетная ситуация, числовые значения величин и существующие между ними зависимости. В задаче условие выражается одним или несколькими повествовательными предложениями.

Требования могут быть сформулированы как в вопросительной, так и в повествовательной форме, их может быть несколько.

Величину, значение которой требуется найти, называют ***искомой величиной***, а числовые значения искомых величин – ***искомыми***, или ***неизвестными***. Требование чаще всего выражается вопросом, начинающимся со слова «сколько», и заканчивается вопросительным знаком. Именно на эти внешние признаки условий и требований привыкают ориентироваться дети, если постоянно используются стандартные формулировки.

Так, если задачу «В Витиной коллекции 24 значка, а в Сашиной в 3 раза меньше. Сколько значков в коллекции Саши?» [2 класс, № 62]* переформулировать в виде «В Витиной коллекции 24 значка. Сколько значков в коллекции Саши, если у него значков в 3 раза меньше?» или «Найдите число значков в коллекции Саши, если у Вити в коллекции 24 значка, а у Саши значков в 3 раза меньше», то такие тексты будут создавать проблемы при работе над задачей, т. к. в первом случае вопрос соединен с условием в одно сложное предложение, а во втором – в формулировке требования отсутствует слово «сколько» и знак вопроса.

Ответ на требование задачи получается в результате ее решения. Решить задачу – значит раскрыть связи между данными и искомым, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи. Понятие «***решение задачи***» можно рассматривать с различных точек зрения: 1) решением задачи называют результат, т. е. ответ на требование задачи; 2) решением задачи называют процесс нахождения этого результата.

Классификация задач

Все арифметические задачи делятся по числу действий, которые необходимо выполнить для ее решения, на ***простые*** и ***составные***. Задачу, для решения которой нужно выполнить одно арифметическое действие, называют простой. Задачу, для решения которой нужно выполнить два действия и более, называют составной.

Выбрав в качестве основания классификации соответствие числа данных и искомых задачи, выделяют задачи определенные, задачи с альтернативным условием, неопределенные и переопределенные задачи. Чаще всего в задачах число условий соответствует числу данных и искомых.

Определенные задачи – это задачи, в которых условий столько, сколько необходимо и достаточно для получения ответа. Например: «Для урока труда купили 40 листов цветной бумаги: 3 пач-

* Здесь и далее по тексту имеется в виду номер задачи и соответствующий класс.

ки по 8 листов и несколько пачек по 4 листа. В скольких пачках по 4 листа бумаги?» [3 класс, № 386.]

Задачи с альтернативным условием – это задачи, в ходе решения которых необходимо рассматривать несколько возможных вариантов условия, а ответ находится после того, как все эти варианты будут исследованы. Например: «Из города одновременно выехали грузовая и легковая машины. Скорость грузовой машины 73 км/ч, а скорость легковой машины 88 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 6 ч?» [4 класс, № 315.] В задаче не указано, в каком направлении движутся машины; это может быть движение в противоположных направлениях или движение в одном направлении.

Неопределенные задачи – это задачи, в которых недостаточно условий для получения ответа. Например: «Купили 2 упаковки замороженной рыбы, по 3 кг в каждой упаковке, и несколько коробок соленой рыбы. Сколько килограммов соленой рыбы в одной коробке, если всего купили 26 кг?» Мы не можем ответить на вопрос этой задачи, т. к. в условии не указано, сколько было куплено коробок соленой рыбы.

Переопределенные задачи – задачи, имеющие условия, которые не используются при их решении выбранным способом. Такие условия называются лишними. При решении задачи другим способом лишними могут оказаться уже другие условия. Например: «От города до поселка автобус ехал 2 ч со скоростью 75 км/ч. Сколько времени понадобится велосипедисту, чтобы проехать этот путь со скоростью в 5 раз меньшей, чем у автобуса?». Если при решении задачи мы будем находить расстояние, которое проехал автобус, а затем скорость велосипедиста, то все данные в условии задачи нам понадобятся. Если же мы будем использовать свойство обратной пропорциональности и учтем, что велосипедист ехал со скоростью в 5 раз меньшей скорости автобуса, следовательно на прохождение всего пути ему потребуется времени в 5 раз больше, чем автобусу, то скорость автобуса окажется лишним условием. Задача будет решаться в одно действие: $2 \cdot 5 = 10$ (ч).

В начальном курсе математики неопределенные задачи называют ***задачами с недостающими данными***, а переопределенные – ***задачами с избыточными данными***.

Методы решения задач

Существуют различные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, практический и др.

Решить задачу ***арифметическим методом*** – значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических

действий над числами. Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными способами.

Решить задачу ***алгебраическим методом*** – значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение.

Решить задачу ***практическим методом*** – значит найти ответ на требование задачи, выполнив практические действия с предметами или их копиями (моделями).

Одну и ту же задачу можно решить различными методами.

Например: «У Жени был волшебный цветок с 7 лепестками, выполняющий желания. После исполнения нескольких желаний у цветка осталось 3 лепестка. Сколько Жениных желаний исполнилось?» [1 класс, № 142.]

Решим задачу практическим методом: выложим цветок с 7 лепестками, а затем уберем несколько лепестков так, чтобы осталось 3 лепестка. Для того чтобы ответить на вопрос задачи, можно пересчитать оставшиеся лепестки, не выполняя никаких арифметических действий.

Арифметический метод: $7 - 3 = 4$ (л.) выполнили желания.

Алгебраический метод: пусть x лепестков выполнили желания, тогда количество всех лепестков можно найти при помощи выражения $x + 3 = 7$ (л.).

Иногда в ходе решения задачи применяются несколько методов. В этом случае считают, что задача решена ***комбинированным методом***.

Основная цель начального курса математики – научить решать задачи арифметическим методом, поэтому более подробно остановимся именно на нем.

Прежде чем решить задачу, необходимо найти путь ее решения и составить план решения, т. е. произвести разбор задачи. Разбор задачи может быть ***аналитическим*** (от вопроса) и ***синтетическим*** (от данных). Рассмотрим пример разбора задачи на конкретном примере: «В цветочном магазине составили несколько букетов. 7 букетов купили утром, 3 букета – в обед. Сколько букетов составили, если к вечеру осталось 2 букета?» [1 класс, № 499.]

Аналитический разбор:

- Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? (*Нужно знать, сколько букетов купили и сколько букетов осталось.*)
- Известно, сколько букетов осталось? (*Да, осталось 2 букета.*)
- Известно, сколько букетов купили? (*Нет.*)
- Можем ли мы узнать, сколько букетов купили? (*Да, потому что известно, сколько букетов купили утром и сколько – вечером.*)
- Какое действие нужно выполнить, чтобы узнать число купленных билетов? (*Сложение.*)

Запишем решение задачи:
1) 7 + 3 = 10 (б.) купили;
2) 10 + 2 = 12 (б.).
Синтетический разбор:
– Что известно в задаче? (*Купили утром 7 букетов, 3 букета – в обед, и к вечеру осталось 2 букета*.)
– Что известно о купленных букетах? (*Купили 7 букетов утром и 3 букета – в обед*.)
– Можно ли, используя эти данные, узнать, сколько всего букетов купили? (*Да, надо к 7 прибавить 3*.)
– Можно ли узнать число составленных букетов, если известно число купленных букетов и число оставшихся букетов? (*Да*.)
– Какое действие нужно выполнить? (*Сложение*.)
Записываем решение задачи.

Следует заметить, что при решении первых простых задач целесообразно использовать синтетический способ разбора задачи. Это обусловлено психологическими особенностями детей младшего возраста.

Что касается записи решения задачи, то она также может быть произведена разными способами: действиями без пояснения, действиями с пояснением, действиями с вопросами, выражением. Рассмотрим все указанные способы на конкретной задаче: «У продавца было 15 воздушных шаров. Винни-Пух купил у него 4 шарика, а Пятачок – 3 шарика. Сколько шариков осталось у продавца?» [1 класс, № 346.]

Запись решения по действиям без пояснения:
1) 4 + 3 = 7 (ш.);
2) 15 – 7 = 8 (ш.).
Ответ: у продавца осталось 8 шариков.

Запись решения по действиям с пояснением:
1) 4 + 3 = 7 (ш.) купили;
2) 15 – 7 = 8 (ш.) осталось у продавца.
Ответ: 8 шариков.

При такой записи решения задачи возможен и другой вариант: пояснение в последнем действии не записывается, при этом ответ записывается подробно.

Запись решения по действиям с вопросами:
1) Сколько шариков купили?
4 + 3 = 7 (ш.).
2) Сколько шариков осталось у продавца?
15 – 7 = 8 (ш.).

Ответ: 8 шариков.

Запись решения выражением:
$15 - (4 + 3) = 8$ (ш.).

Ответ: у продавца осталось 8 шариков.

Следует отметить, что при решении некоторых задач, например на нахождение чисел по их сумме и разности, бывает достаточно сложно написать пояснение к действию. В этом случае можно записывать два действия одновременно, тогда эта проблема будет снята. Рассмотрим задачу: «В первом классе 20 учеников, причем мальчиков на 8 больше, чем девочек. Сколько девочек и сколько мальчиков в классе?»

1) $20 - 8 = 12$ (уч.) было бы в классе, если бы девочек было сколько же, сколько и мальчиков;

2) $12 : 2 = 6$ (уч.) составляют девочки.

Понятно, что составить и записать пояснение к первому действию достаточно сложно. Если мы соединим эти два действия в одно, то получим следующую запись:

$(20 - 8) : 2 = 6$ (дев.) в классе.

Виды работы над задачами на уроках математики

Для того чтобы сформировать у детей умение решать простые задачи, необходимо использовать на уроке разные виды работы. Наиболее распространенный вид работы с задачами на уроке – это ***решение задачи***.

Решение задач на уроке может отличаться формой организации деятельности детей, характером и степенью руководства процессом решения, содержанием решаемых задач, способом оформления решения и т. п. Исходя из сказанного, решение задач на разных уроках, в разных классах в зависимости от цели урока может осуществляться по-разному. Назовем несколько вариантов организации решения задач на уроке.

1. Фронтальное (коллективное) решение задачи под руководством учителя.

Этот вид работы с задачей на уроке наиболее известен. Однако нужно заметить, что учебные возможности такого решения на практике, особенно среди начинающих учителей, не всегда используются в полной мере, главным образом, из-за того, что содержание такой работы не ориентированно на конкретную цель. Поэтому учащиеся видят цель решения только в скорейшем получении ответа на вопрос задачи.

Но коллективное решение задачи под руководством учителя может преследовать разные цели, а потому должно отличаться расстановкой акцентов на определенных этапах этого решения. В качестве целей могут выступать: ориентация учащихся на получение соответствующих общих выводов, ориентация на запоминание определенных сведений о задачах, о процессе их решения и т. п.

Так, например, коллективное решение может использоваться для знакомства детей с решением (со способом решения) задач определенного вида. В этом случае оно должно быть ориентировано на запоминание учащимися отличительных особенностей задач данного вида (содержания задач этого вида) и на понимание и запоминание основных шагов такого решения. Коллективное решение под руководством учителя полезно использовать также для того, чтобы дети запомнили этапы решения, познакомились с каким-либо приемом, помогающим решению, и др.

2. Фронтальное (коллективное) решение задачи под руководством учащихся.

Этот вид работы чаще всего может быть использован для овладения учащимися умением поэтапно решать задачу, для закрепления умения пользоваться определенными приемами и методами решения. Учитель в этом случае только побуждает детей к руководству решением. Работа также должна завершаться обобщенными выводами в соответствии с ее целями.

3. Самостоятельное решение задачи учащимися.

При такой организации решения задачи учащиеся могут самостоятельно выбирать средства, методы, способы и формы ее решения, а также применять указанные учителем или рекомендованные в учебнике средства, методы и способы решения.

Самостоятельное решение – один из наиболее распространенных видов работы с задачами на уроке. Однако и здесь возможна ориентация на разные цели: на формирование умения решать задачи определенного вида, решать задачи с помощью определенных средств, приемов и методов; проводить проверку и самопроверку, оценку и самооценку; использовать при решении задач свойства действий; вычислительные приемы и т. д. И если первые цели ставятся на уроках довольно часто, то самопроверка и самооценка – значительно реже.

4. Выполнение части решения.

Основные цели выполнения части решения – формирование у учащихся умения производить определенный этап решения, обучение общим приемам решения, формирование представлений учащихся об арифметических действиях.

Приведем примеры заданий, которые определяют этот вид работы на уроке.

- Сделайте чертеж к этой задаче. (Само построение чертежа может проводиться под руководством учителя, под руководством учащихся или самостоятельно, при частичном руководстве учителя или учащихся.)
- Прочитайте задачу. Представьте то, о чем говорится в задаче, так, чтобы ее легче было решить. Расскажите, что вы представили.
- Пользуясь схемой разбора задачи от вопроса к данным, составьте план решения задачи.
- Запишите решение задачи выражением.
- Проверьте, правильно ли решена эта задача, определив смысл каждого действия (решив задачу другим способом, графически и т. п.).

5. Дополнительные виды работы над уже решенной задачей.

Как показывает практика, данные виды работы весьма эффективны. Однако пользуются ими нечасто, не хватает времени – ведь задачу нужно сначала решить. Но время найти можно, если предлагать для дополнительной работы уже готовое решение. На уроке организуется лишь осмысление такого решения, а затем проводится дополнительная работа.

Цели дополнительной работы над решенной задачей могут быть самыми разными: формирование у учащихся понимания смысла арифметических действий; обучение умениям находить другие способы решения, решать задачи разными методами, проводить анализ содержания задач, ставить вопросы к условиям задач. Целью дополнительной работы могут быть также выявление особенностей способа решения задач определенного вида, обучение элементам исследования задач, обучение умению обосновывать правильность решения задачи и т. п.

Виды дополнительной работы:

- Изменение условия задачи так, чтобы она решалась другим действием.
- Постановка нового вопроса к уже решенной задаче, постановка всех вопросов, ответы на которые еще можно найти по данному условию.
- Сравнение содержания данной задачи и ее решения с содержанием и решением другой задачи.
- Решение задачи другим способом или с помощью других средств – другим методом: графическим, алгебраическим и др.

- Изменение числовых данных задачи так, чтобы появился новый способ ее решения или, наоборот, чтобы один из способов решения стал невозможен.
- Исследование решения. (Сколько способов решения имеет задача? При каких условиях она не имела бы решения? Какие приемы наиболее целесообразны для поиска решения этой задачи? Возможны ли другие методы решения?)
- Обоснование правильности решения (проверка решения задачи любым из известных приемов).
- Установление соответствия между содержанием задачи и схематическим рисунком (чертежом, таблицей, какой-либо иной формой краткой записи) и, наоборот, между чертежом и содержанием задачи.
- Выбор среди предложенных задач той, которая соответствует данному чертежу, рисунку.
- Выбор среди нескольких рисунков (чертежей, таблиц и т. п.) того, который соответствует данной задаче.
- Нахождение ошибок в данном чертеже, таблице и т. п. (посторонних для данной задачи). Целью последних четырех видов является формирование умения пользоваться различными моделями задачи для поиска ее решения, т. к. обоснование соответствия содержания задачи чертежу, рисунку и т. д. является обязательной операцией при решении задачи с помощью этих моделей.
- Выбор среди данных задач тех, которые принадлежат к задачам одного типа (таким же, какие решали сегодня на уроке, или задачам, которые решаются так же, как только что решенная). Эта работа необходима для формирования умения решать задачи определенного вида: например, умения решать задачи с отношением «больше (меньше) на ...», «больше (меньше) в ... раз», простые задачи с величинами «цена», «количество», «стоимость» и т. п.
- Классификация простых задач по действиям, с помощью которых они могут быть решены. (Действие может быть указано устно, отмечено карандашом в учебнике, показано на карточке и т. п.)
- Обнаружение ошибок в решении задачи.
- Исключение из текста задачи лишних данных, лишних условий. Пример: «Не решая задачи, скажите, какие данные здесь лишние. Объясните почему. Подтвердите это, решив задачу».
- Дополнение содержания задачи недостающими для ее решения данными или отношениями.

- Выбор тех задач, которые ученик может решить устно. Основная цель этого вида работы – закрепление умения решать задачи, осознание смысла действий.

Реализовать разнообразные функции задач поможет и выполнение такого известного вида работы с задачами, как составление задач самими учащимися.

Само составление задач тоже может осуществляться в разных видах работы, с разной степенью полноты.

Это:

- дополнение задачи недостающими данными;
- постановка вопроса к данному условию;
- составление задачи по чертежу, рисунку, числовым данным и т. п.;
- составление задачи, аналогичной данной по способу решения; с такими же числовыми данными, но с другим решением;
- дополнение условия задачи сведениями, меняющими способ ее решения, но не меняющими результат решения;
- составление задачи по данной записи решения, по уравнению;
- составление и решение задачи, обратной данной.

Важно помнить, что на уроке нет и не может быть раз и навсегда принятого алгоритма работы с задачами. Вид и форма организации деятельности детей с помощью задач полностью зависят от целей, для достижения которых задача включена в урок.

Понятие простой задачи, ее виды

Простая задача – это задача, решаемая одним действием. Значение таких задач состоит в том, что только на их примере можно объяснить детям смысл арифметических действий над числами, познакомить младших школьников с ситуациями, в которых необходимо применить то или иное действие – например, практически узнать, что такое сумма или разность, как узнать, на сколько единиц или во сколько раз одно число больше другого. При решении простых задач раскрывается зависимость между величинами – например, между скоростью, временем и расстоянием.

Без умения решать простые задачи дети не смогут научиться решать составные задачи, т. к. решение любой сложной задачи сводится к решению нескольких простых задач. Из всего вышесказанного следует, что решению простых задач в начальной школе необходимо уделять достаточное внимание.

Существуют различные классификации простых задач. Например, простые задачи, решаемые в начальной школе, можно

разбить на два класса: задачи, при решении которых формируется представление об арифметических операциях, и задачи, в которых раскрывается смысл отношений «больше», «меньше». Однако такая классификация малоэффективна, т. к. математические понятия изучаются во взаимосвязи.

Простые задачи можно разделить на группы в зависимости от тех понятий, которые формируются при их решении. Можно выделить три такие группы.

Первая группа – это простые задачи, при решении которых усваивается конкретный смысл каждого из арифметических действий, т. е. дети усваивают, какое арифметическое действие соответствует той или иной операции над множествами. В этой группе можно выделить пять задач.

1. Задачи на нахождение суммы двух чисел.

На лугу паслись 3 козы и 4 овцы. Сколько домашних животных паслось на лугу? [1 класс, № 2.]

2. Задачи на нахождение остатка.

В теплице распустилось 50 тюльпанов. 30 тюльпанов срезали. Сколько тюльпанов осталось? [1 класс, № 116.]

3. Задачи на нахождение суммы одинаковых слагаемых, т. е. произведения.

У жука-плавунца 6 ног. Сколько ног у 3 жуков-плавунцов? [2 класс, № 4.]

4. Задачи на деление на равные части.

Фрекен Бок испекла 21 ватрушку и разложила поровну на 3 тарелки. По сколько ватрушек она положила на каждую тарелку? [2 класс, № 112.]

5. Задачи на деление по содержанию.

Винни-Пух раздал своим друзьям 12 воздушных шариков, по 3 каждому другу. Сколько друзей было у Винни-Пуха? [2 класс, № 108.]

Вторая группа – это простые задачи, при решении которых учащиеся усваивают связь между компонентами и результатами арифметических действий. К ним относятся задачи на нахождение неизвестных компонентов.

1. Нахождение первого слагаемого по известным сумме и второму слагаемому.

Летят утки и 2 гуся. Сколько летит уток, если всего летит 10 птиц? [1 класс, № 143.]

2. Нахождение второго слагаемого по известным сумме и первому слагаемому.

С одного персикового дерева собрали 6 ящиков персиков и несколько ящиков – со второго. Всего собрали 13 ящиков. Сколько ящиков персиков собрали со второго дерева? [1 класс, № 156.]

3. Нахождение уменьшаемого по известным вычитаемому и разности.

У мамы было несколько метров ситца. Она сшила себе сарафан из 3 м, и у нее осталось 9 м ситца. Сколько метров ситца было у мамы сначала? [1 класс, № 158.]

4. Нахождение вычитаемого по известным уменьшаемому и разности.

В книге было 13 сказок. Когда Юля прочитала несколько сказок, ей осталось прочитать еще 6 сказок. Сколько сказок прочитала Юля? [1 класс, № 159.]

5. Нахождение первого множителя по известным произведению и второму множителю.

Петя купил несколько карандашей на 36 руб. по цене 4 руб. за карандаш. Сколько карандашей он купил? [3 класс, № 147.]

6. Нахождение второго множителя по известным произведению и первому множителю.

Один стакан яблочного сока стоит 8 руб. Сколько стаканов сока купили, если заплатили 32 руб.? [3 класс, № 146.]

7. Нахождение делимого по известным делителю и частному.

На 8 тарелок положили по 3 апельсина. Сколько всего апельсинов положили на тарелки? [2 класс, № 37.]

8. Нахождение делителя по известным делимому и частному.

Ребята из кружка «Умелые руки» разместили на выставочном стенде свои 27 аппликаций в несколько рядов по 9 работ в каждом. Сколько рядов аппликаций было на выставке? [Задача, обратная задаче № 34, 2 класс.]

Третья группа – простые задачи, при решении которых раскрываются понятия разности (6 видов) и кратного отношения (6 видов).

1. Разностное сравнение чисел (первый вид).

Жаворонки живут 8 лет, а воробьи – 10 лет. На сколько лет дольше живут воробьи? [1 класс, № 207.]

2. Разностное сравнение чисел (второй вид).

Дикие голуби живут 13 лет, а дрозды – 7 лет. На сколько лет меньше живут дрозды, чем дикие голуби? [1 класс, № 211.]

3. Увеличение числа на несколько единиц (прямая форма).

Свете 7 лет, а ее брат Гриша на 10 лет старше. Сколько лет Грише? [1 класс, № 96.]

4. Увеличение числа на несколько единиц (косвенная форма).

У кошки 30 зубов, это на 12 зубов меньше, чем у собаки. Сколько зубов у собаки? [1 класс, № 262.]

5. Уменьшение числа на несколько единиц (прямая форма).

Мы выписали 3 газеты, а журналов – на 2 меньше, чем газет. Сколько журналов мы будем получать? [1 класс, № 63.]

6. Уменьшение числа на несколько единиц (косвенная форма).

Обезьяна живет 40 лет, это на 5 лет дольше, чем живет верблюд. Сколько лет живет верблюд? [1 класс, № 263.]

Назовем задачи, связанные с понятием кратного отношения.

1. Кратное сравнение чисел или нахождение отношения двух чисел (первый вид).

Феде 8 лет, а его маме 32 года. Во сколько раз мама старше своего сына? [2 класс, № 178.]

2. Кратное сравнение чисел (второй вид).

Дедушке 54 года, а его внучке 6 лет. Во сколько раз внучка младше своего деда? [2 класс, № 183.]

3. Увеличение числа в несколько раз (прямая форма).

В одной бочке было 36 ведер воды, а во второй – в 2 раза больше, чем в первой. Сколько ведер воды во второй бочке? [2 класс, № 88.]

4. Увеличение числа в несколько раз (косвенная форма).

Школьники собрали на своем огороде 4 кг помидоров. Это в 2 раза меньше, чем огурцов. Сколько килограммов огурцов собрали школьники? [2 класс, № 208.]

5. Уменьшение числа в несколько раз (прямая форма).

На улице Колокольчиков Цветочного города проживали 20 коротышек, а на улице Маргариток – в 2 раза меньше. Сколько коротышек проживали на улице Маргариток? [2 класс, № 83.]

6. Уменьшение числа в несколько раз (косвенная форма).

В Машином наборе 24 фломастера. Это в 4 раза больше, чем в наборе ее брата. Сколько фломастеров в наборе брата? [2 класс, № 210.]

Здесь названы только основные типы простых задач, которыми, конечно же, не исчерпываются все типы простых задач, решаемых в начальной школе. Тем не менее такая классификация дает возможность установить, каких задач недостает в учебниках, и восполнить обнаруженные пробелы. Это позволит подобрать учащимся для решения задачи разных видов.

Подготовительная работа к обучению детей решению задач

Важнейшим умением, необходимым ребенку для правильного решения простых задач, является умение правильно выбирать арифметическое действие в предложенной ситуации.

Знакомство учащихся с арифметическими действиями сложения и вычитания можно разделить на 2 этапа:

1) подготовка к правильному пониманию различных сюжетных ситуаций, соответствующих смыслу действий;
2) знакомство со знаком действия и обучение составлению соответствующего математического выражения.

При работе над задачей большое значение имеют умения понимать ситуацию задачи, правильно моделировать ее, выбирать и объяснять выбор действия.

Как уже было сказано выше, большинство задач предлагается детям в стандартной форме: условие выражено повествовательным предложением и предшествует требованию, которое выражено вопросительным предложением. Дети достаточно успешно справляются с такого рода задачами. Но при встрече с нетиповыми текстами дети теряются и не могут с ними работать.

К нетиповым текстам относятся такие, в которых требование выражено повествовательным предложением или текст задачи сформулирован одним предложением и т. д.

Например, задачу «Ребята запустили 6 воздушных змеев четырехугольной формы и 3 треугольной формы. Сколько всего воздушных змеев запустили ребята?» [1 класс, № 6] можно сформулировать также в виде: «Ребята запустили 6 воздушных змеев четырехугольной формы и 3 треугольной формы. Найдите количество запущенных ребятами воздушных змеев». Или: «Сколько воздушных змеев запустили ребята, если среди них было 6 воздушных змеев четырехугольной формы и 3 треугольной формы?»

Такие тексты учат ребенка анализировать задачу, устанавливать связи между данными и искомым для осознанного выбора действия. В противном случае ребенок будет просто манипулировать числами, которые есть в тексте, не задумываясь над смыслом этих действий.

Для того чтобы ребенок научился находить ответ на требование задачи не пересчетом, а путем выполнения арифметических действий, необходимо аккуратно относиться к использованию наглядности. При решении задачи наглядный материал сначала выставляется, сосчитывается, записывается числами, а затем убирается (в конверт, за ширму и т. д.).

Например, учитель активно использует наглядный материал, стараясь облегчить восприятие детьми условия задачи. Рассмотрим задачу: «На прилавке лежало 12 дынь. Мы купили 2 дыни. Сколько дынь осталось на прилавке?» [1 класс, № 114.] Если к доске прикрепить 12 рисунков дынь, а затем 2 рисунка убрать, то на доске останутся рисунки дынь, о которых спрашивается в задаче.

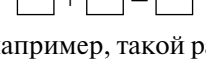
При этом ответ на требование задачи можно будет получить пересчетом, а не путем выполнения арифметического действия. Дети также смогут правильно ответить на вопрос о выборе действия, т. к. рисунки дынь с доски убрали. Дети запоминают, что слова «стало», «вместе» и т. д. связаны с действием сложения, а слова «осталось», «улетели» и т. д. – с действием вычитания.

Но часто встречаются задачи, в которых эти слова указывают не на очевидное, а на противоположное действие. Например: «Петя подарил другу 12 фишек, у него осталось еще 15 фишек. Сколько фишек было у Пети?» [1 класс, № 172.] Так как в задаче используются слова «подарил» и «осталось», то некоторые дети предполагают, что задача решается действием вычитания.

Необходимым условием подготовки ребенка к обучению решению задач является умение выполнять действия над множествами. До введения простых задач на нахождение суммы необходимы упражнения на объединение множеств, при этом можно использовать различные наглядные средства: палочки, кружочки, треугольники и т. д. Подготовкой к решению задач на вычитание будет удаление части множества, на умножение – объединение равночисленных множеств, на деление – разбиение множества на равночисленные, попарно не пересекающиеся подмножества. С помощью операций над множествами также раскрывается смысл отношений «меньше на несколько единиц», «меньше в несколько раз» и др.

При проведении подготовительной работы можно использовать задания на составление рассказа по картинке с последующей записью этого рассказа в виде математического выражения.

Например: составь рассказ по картинке, который соответствовал бы записи:



Можно составить, например, такой рассказ: «Было 3 красных и 4 синих шарика. Всего было 7 шариков».

Рассказ на первых порах не должен содержать вопроса. Цель такого задания – научить составлять математическое выражение или равенство в соответствии с заданной ситуацией. Поскольку ситуация задана с помощью рисунка, то сделать это ребенку не так сложно.

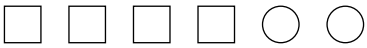
Если учитель не добавляет и не убирает элементы, а картинка дана в готовом виде, то дети лишаются подсказки (элементы добавили – прибавляем, убрали – вычитаем), что несколько усложняет задание.

Если ребенок затрудняется в составлении рассказа, то можно облегчить задание, указав в выражении конкретные числа. Напри-

мер, составить по картинке рассказ в соответствии с выражением 7 – 3 = 4. Это может быть такой рассказ: «Было 7 шариков. Из них 3 – красного цвета. Значит, шариков синего цвета было 4».

При последующей подготовительной работе конкретные рисунки можно заменять абстрактными (треугольники, кружочки, квадратики и т. д.).

Например: составь рассказы по следующему рисунку:



Можно составить следующие тексты:

1) 4 квадрата и 2 кружка, всего 4 + 2 = 6 фигур;
2) всего 6 фигур, из них 4 квадрата, а кружочков 6 – 4 = 2;
3) всего 6 фигур, из них 2 кружочка, а квадратов 6 – 2 = 4;
4) квадратов 4, а кружочков 2, значит, квадратов больше, чем кружочков на 4 – 2 = 2;
5) квадратов 4, а кружочков 2, значит, кружочков меньше, чем квадратов на 4 – 2 = 2.

Большинство арифметических задач связано с величинами, поэтому до включения в задачу той или иной величины, необходимо познакомить детей с этой величиной. Для решения задач также необходимо, чтобы дети осознали связи между величинами. Это можно сделать при решении конкретных задач.

Задачи на нахождение суммы и остатка

Первые задачи, с которыми встречается ученик, должны быть самыми простыми для их понимания. К таким задачам относятся задачи на нахождение суммы и остатка. На их примере ученики знакомятся с задачей, с ее частями, овладевают некоторыми общими приемами работы над задачей.

Задачи на нахождение суммы и остатка вводятся одновременно. Это происходит по двум причинам: во-первых, действия сложения и вычитания вводятся одновременно, во-вторых, умение решать эти задачи лучше формируется при противопоставлении.

Подготовкой к решению задач такого вида является выполнение операций над множествами. Дети должны уметь находить число элементов в объединении непересекающихся множеств и в разности множеств. Кроме того, они должны усвоить, что операции объединения множеств соответствует действие сложения, а операции удаления части множества – вычитание. Задания такого типа дети выполняют практическим путем, а результат находят пересчетом.

Например, перед тем, как пререйти к решению простых задач на нахождение суммы и остатка, можно предложить детям сле-

дующее задание: на наборном полотне (или на экране) учитель выставляет 3 яблока и 2 груши и просит сказать, сколько всего яблок и груш. Затем на доске ученик записывает математическое выражение, с помощью которого можно найти число фруктов, а затем находит его значение. Чтобы нахождение значения выражения не сводилось к пересчитыванию предметов, груши и яблоки можно убрать в непрозрачный пакет или корзинку и пересчитать их только после того, как будет найдено значение выражения.

Рассмотрим подготовительную работу перед решением задач на нахождение остатка. Например, в коробке было 7 карандашей (карандаши пересчитываются и убираются в коробку), 2 карандаша из коробки достали (2 карандаша из коробки убираются). Надо узнать, сколько карандашей в коробке осталось. При организации такой работы исключается возможность поиска ответа путем пересчета, а также появляется возможность проверить практическим путем полученный результат.

При ознакомлении с задачами на нахождение суммы и остатка первые задачи можно не давать в готовом виде, а предложить детям составить их самостоятельно. При этом можно использовать наглядный материал, но так, чтобы искомое было спрятано и дети не смогли бы найти ответ на требование задачи путем пересчета.

Далее вводится решение готовых задач вначале под руководством учителя, а затем самостоятельно. Рассмотрим один из вариантов знакомства учащихся с задачей на нахождение суммы двух чисел на примере: «В вазе лежали 4 яблока и 3 груши. Сколько фруктов лежало в вазе?» [1 класс, № 8.] После прочтения и анализа текста задачи ее содержание иллюстрируется на наборном полотне (в один кармашек наборного полотна устанавливается 4 «яблока», в другой – 3 «груши»). Чтобы ответить на вопрос задачи, т. е. узнать, сколько фруктов лежало в вазе, сложим фрукты в одну вазу (все «фрукты» устанавливаются в одном кармашке наборного полотна).

– Сколько фруктов мы положили в вазу? (*4 яблока и 3 груши*.) В математике говорят так: к четырем прибавили три – и записывают: 4 + 3.
– Сколько фруктов оказалось в вазе? (*Семь*.) Записываем решение задачи: 4 + 3 = 7.

Для того чтобы подготовить детей к выбору действия без опоры на предметы, необходимо каждый раз устанавливать: когда придвинули еще 2 треугольника, купили еще 3 открытки и т. д., всех предметов стало больше. Делаем вывод: когда мы прибавляем, то предметов становится больше. В дальнейшем это ляжет в основу выбора действия. Аналогично проводится подготовка к решению задач на нахождение остатка.

При работе над задачей учитель может использовать также задания такого вида: «Составьте задачу, чтобы она решалась при помощи выражения 3 + 5» и т. д.

Рассмотрим один из вариантов знакомства учащихся с задачей на вычитание. Например: «В вазе лежало 5 яблок. Три яблока съели. Сколько яблок осталось в вазе?» Проиллюстрируем задачу на наборном полотне: установим 5 рисунков с яблоками. Затем три рисунка с яблоками с наборного полотна уберем. Проговариваем: «Было 5 яблок, 3 съели, осталось 2 яблока. В математике выполненное действие записывается так: 5 – 3 = 2. Говорят, что из 5 вычли 3 и получили 2».

В дальнейшем ребенок выбирает действие при решении такого вида задач без использования иллюстраций, используя опорные слова: израсходовали, съели, подарили и т. д. Однако выбор действия для решения задачи, ориентированный только на опорные слова, может быть ошибочным. Например, дана задача: «На ветке сидели воробьи. Вначале улетело 3 воробья, а потом улетело еще 5 воробьев. Сколько всего воробьев улетело с ветки?» В задаче говорится о том, что воробьи улетели, т. е. их стало меньше. Можно предположить, что задача решается действием вычитания. Но на самом деле, чтобы ответить на вопрос задачи, надо к трем прибавить пять, т. е. задача решается сложением. Поэтому необходимо научить детей общим приемам работы над задачей.

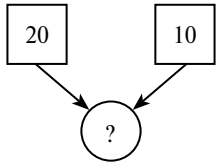
Учитель или дети читают задачу, при этом она воспринимается в целом. При повторном прочтении ученики могут выложить на партах цифры, обозначающие числовые данные задачи, а искомое число обозначают вопросительным знаком. Затем ученики объясняют, что обозначает каждое число и что требуется найти. Следующий шаг: дети представляют, о чем говорится в задаче, и выясняют, какое число получится в результате – больше или меньше данных чисел. Это может помочь детям правильно выбирать действия.

В дальнейшем при работе над задачей выбор действия происходит на основе ранее сформированной связи. Например: съели, стало меньше – значит, надо вычесть.

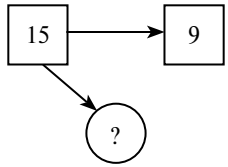
Если ребенок затрудняется с выбором действия, при помощи которого решается задача, можно использовать наглядное предметное моделирование, исключающее нахождение ответа к требованию задачи пересчетом. Но пользоваться этим приемом постоянно не стоит. Предметный наглядный материал можно постепенно заменять схематическим моделированием. При этом модель должна наглядно иллюстрировать объединение непересекающихся множеств или удаление части множества.

Рассмотрим задачу: «Аэросани до обеда проехали 20 км, а после обеда – еще 10 км. Сколько километров проехали аэросани?» [1 класс, № 22.]

Схема к данной задаче будет выглядеть так:



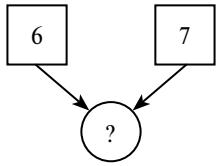
Рассмотрим задачу на нахождение остатка: «Мальчик-с-пальчик по дороге в лес бросил 15 хлебных шариков. 9 шариков склевала вредная ворона. Сколько шариков осталось?» [1 класс, № 113.] Схема к этой задаче будет выглядеть так:



Схемы, соответствующие процессу объединения множеств, содержат стрелки, направленные внутрь, а схемы к задачам на вычитание – стрелки наружу.

Такие схемы наглядно демонстрируют связи между данными и искомыми, это может помочь ученику с выбором действия. Кроме того, при составлении такой схемы ребенок учится анализировать условие задачи и осознанно выбирать действие для нахождения ответа. В дальнейшем на схеме можно ставить знак «+» или «–» соответственно.

Рассмотрим вариант работы над задачей с использованием такой модели. Пусть дана задача: «С дерева сначала улетело 6 птиц, а потом еще 7 птиц. Сколько всего птиц улетело с дерева?» [1 класс, № 47.] Составим схему к задаче. Закрепим на доске карточки с числами, которые даны в условии задачи. Мы не знаем, сколько всего птиц улетело с дерева, поэтому обозначим этих птиц знаком вопроса. Покажем стрелками, какие птицы улетели.



На схеме видно: для того чтобы ответить на вопрос задачи, нужно числа сложить. Ставим на схеме знак «+», а затем записываем решение: 6 + 7 = 15.

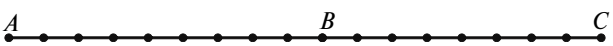
Еще один вариант построения модели задачи – с помощью отрезков. Научить ребенка использовать такие схемы для решения самых простых задач полезно, т. к. это умение может оказать существенную помощь в дальнейшем при решении более сложных задач.

Чертеж может быть двух видов. В первом случае длина отрезка, выраженная в клеточках или в сантиметрах, соответствует данным задачи, и ответ на требование задачи можно получить простым пересчетом. В другом случае длины отрезков не соответствуют условию задачи; они лишь отражают зависимости между данными и искомыми, при этом численные значения записываются числами. В этом случае вариант пересчета становится невозможным и ответ можно найти, выполнив необходимые действия над числами, указанными на чертеже. Первый вариант графической схемы возможен лишь при небольших числовых данных и необходим при знакомстве со схемами такого вида.

Графическая схема в виде отрезков более абстрактна по сравнению со схематическим рисунком и требует определенного уровня умения составлять и читать такие графические изображения данных в задаче ситуаций.

Рассмотрим задачу: «Сеня отрезал 9 см тесьмы, а Петя – 8 см. Сколько сантиметров тесьмы отрезали оба мальчика?» [1 класс, № 24.]

Изобразим длину тесьмы Сени в виде отрезка *a*, а длину тесьмы Пети – отрезком *b*. Тогда длину отрезанной тесьмы можно изобразить при помощи отрезка *AC*, состоящего из отрезка *AB*, равного *a*, и отрезка *BC*, равного *b*. Длина всего отрезка *AC* равна сумме длин отрезков *AB* и *BC*, поэтому длину отрезанной тесьмы находим действием сложения: 9 + 8 = 17 (см).



Аналогично обосновывается выбор действия и при решении задач на вычитание: «У Вадика было 50 руб. Он купил книгу за 30 руб. Сколько денег у него осталось?» [1 класс, № 112.] Изобразим деньги, которые были у Вадика, в виде отрезка *a*, а деньги, которые он потратил на книгу, – в виде отрезка *b*. Тогда оставшиеся деньги будут изображены отрезком *c*. Так как значение длины

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru