

## Вариант 1

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n+1}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{\sqrt{n^4+1}}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1} \right)$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+5) \cdot n}$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{n}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{\sqrt{n}+1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\ln 3)^n}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n \cdot n}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{x}{-}\right)^n$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^3 \sqrt[n]{n}}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \sin^2 x; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sqrt{x}; \quad x_0 = 4$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01; остаток оценить с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2 + 3)^3}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,01

$$\int_{0,1}^{0,5} \frac{e^{-x}}{x} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данному начальному условию:

$$y' = x^2 - y^2; \quad y(1) = 2$$

## Вариант 2

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - 1}{2\sqrt{n} + 1}$$

$$2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}$$

$$4. \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \frac{1}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{n-1}} \right]$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{n}}}{n^2}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^n$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

$$9. \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$$

$$10. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{\sqrt{3n^3 + 1}}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(n+1)^n}$$

$$12. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2x-1)^n}{6^n}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. \quad f(x) = \frac{1}{2-3x}; \quad x_0 = 0$$

$$14. \quad f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = \pi/4$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,001; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 5n^4}{(2 + n^3 + n^5)^2}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^5}}$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данному начальному условию:

$$y' = y + y^2; \quad y(0) = 3$$

### Вариант 3

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+1}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n+1} \right)$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+5}{n^2+4}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами, используя признак д'Аламбера, радикальный или интегральный признаки Коши:

5. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \ln^n 2$$

6. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$$

7. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2+1}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакпеременные ряды:

8. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[5]{n}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n}{3}}{n \cdot 3^n}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1) \ln^2(n+1)}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (2x-3)^n}{2n-1}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}}; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sin(\pi x/8); \quad x_0 = 4$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,001; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n^2+2n+2)^3}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,0001

$$\int_{0,25}^{0,5} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данным начальным условиям:

$$y'' + xy' - x^2y = 0; \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1$$

## Вариант 4

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

5. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n!}$$

6. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3 n}}$$

7. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

8. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{7n+1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^{n/2}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^{n/3}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n-1}}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+1)^n}{3n+1}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \frac{x^2}{4+x}; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sin(\pi x/2); \quad x_0 = 1$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)^2}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_{0,1}^{0,2} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данному начальному условию:

$$y' = 2e^y + xy; \quad y(0) = 0$$



## Вариант 5

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{2n^2 - 1}}$$

$$2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}} \sin \frac{1}{n+1}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{7^n}{(2n-5)!}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^3(n+1)}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt{2n+3}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}}{\sqrt{5n-1}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{(n+2)!}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{(n+1) \cdot 5^n}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = (x-1)^6 e^x; \quad x_0 = 1$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,001; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n + 3)^5}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_{0,25}^{0,5} \frac{\cos \frac{x^2}{2}}{x^2} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данным начальным условиям:

$$y'' = x \sin y'; \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = \pi/4$$

## Вариант 6

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{3n^3 + 1}}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n^2 + 6n}{n^4 - 5n + 1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^2 + 1}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot 2^{-n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{\ln^2 n + 1}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^n \cdot \frac{1}{3^n}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 + 1)}{5n^2 - 1}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{8n^3 + 11n}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{3n^3 + 4}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2} \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{3n^2} (x-1)^n$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x}}; \quad x_0 = -3$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,001; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(n^2 + 2n)^3}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_{0,1}^{0,2} \frac{1}{x} \ln(1+x^2) dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данным начальным условиям:

$$y'' - (1+x^2)y^2 = 0; \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 0$$

## Вариант 7

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \cos \frac{1}{n+1} - \cos \frac{1}{n} \right)$$

$$4. \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \frac{\sqrt{n}+1}{n-1} \right]$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n}{3n+1} \cdot \left( \frac{3}{2} \right)^n$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \frac{1}{n \ln^2 n} \right]$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin^n \frac{1}{n}}{n^n}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 - n}$$

$$9. \sum_{n=1} \sin^n \left( -\frac{1}{n} \right)$$

$$10. \sum_{n=1} \left( -\frac{1}{2} \right)^{\frac{n}{3}} \cdot n$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1} \frac{x^n}{(2n+1)\sqrt{n}}$$

$$12. \sum_{n=1} \frac{2^n(x+2)^n}{n+1}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2}; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \ln(-3x^2 + 14x - 15); \quad x_0 = 2$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1} \frac{n^2}{(n^3 + 2)^2}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \cos \sqrt{x} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данному начальному условию:

$$y' = x^2 + \sin y; \quad y(0) = 0.$$

## Вариант 8

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sqrt{n} + 2)^2}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4 + 1}}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n - 1)\sqrt{3n - 2}}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{n}{(n^2 + 3)^{3/2}}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{(n!)^2}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} e^{\sqrt{n}}}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \cos \frac{2}{\sqrt{n+4}}}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right)$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{(n+4) \ln^2(n+4)}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда в концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)^2} \cdot \frac{x^{2n}}{2^n}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x+1)^n}{\sqrt{n+3}}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \frac{5}{3x+2}; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sin^2 x \cdot \cos^2 x; \quad x_0 = \pi/4;$$

15. Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,001; оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 5}{(n^3 + 5n + 1)^3}$$

16. Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,001

$$\int_{0,25}^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$$

17. Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего данному начальному условию:

$$y' = xy + \ln(x+y); \quad y(1) = 0.$$



## Вариант 9

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью необходимого признака и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2n+1)^2}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{2^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2n^2}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака д'Аламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{3^n - n^3}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2}{n^3 + 1} \right)^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-3)^2}}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакопеременные ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \sqrt[3]{n}}$$

Конец ознакомительного фрагмента.  
Приобрести книгу можно  
в интернет-магазине  
«Электронный универс»  
[e-Univers.ru](http://e-Univers.ru)