

Издание посвящается нашему учителю, педагогу,
ученому, заслуженному строителю РФ,
почетному железнодорожнику РФ,
доктору технических наук, профессору
Борису Федоровичу ТАРАСОВУ (1931–2011)

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

ОБОЗНАЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

1. Точки обозначаются прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами: A, B, C, D, \dots или $1, 2, 3, 4, \dots$

2. Линии, произвольно расположенные в пространстве относительно плоскостей проекций, обозначаются строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, d, \dots

3. Линии, параллельные плоскостям проекций, обозначаются соответственно: горизонтальная — h ; фронтальная — f .

4. Поверхности (в том числе и плоскости) обозначаются строчными буквами греческого алфавита: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$

5. Плоскости проекций обозначаются: $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots$

6. Координатные оси обозначаются: ось абсцисс — Ox ; ось ординат — Oy ; ось аппликат — Oz .

7. Проекции геометрических фигур обозначаются так же, как оригинал, с добавлением верхнего индекса, который соответствует плоскости проекций: горизонтальные проекции — A^I, a^I, α^I ; фронтальные проекции — $A^{II}, a^{II}, \alpha^{II}$ и т. д.

ОБОЗНАЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ФИГУРАМИ

1. Совпадение $\equiv: A \equiv B$ — точки A и B совпадают.

2. Параллельность $\parallel: a \parallel b$ — прямые a и b параллельны.

3. Перпендикулярность $\perp: a \perp \alpha$ — прямая a перпендикулярна плоскости α .

ОБОЗНАЧЕНИЯ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЕ

1. Принадлежность $\in: A \in a$ — точка A принадлежит прямой a .

2. Включение $\subset: a \subset \alpha$ — прямая a принадлежит плоскости α .

3. Пересечение $\cap: A = a \cap \alpha$ — точка A есть пересечение прямой a с поверхностью α .

4. Импликация — логическое следствие $\Rightarrow: a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$ — если прямые a и b параллельны прямой c , то они параллельны между собой. Пояснения других принятых обозначений будут даны в тексте учебника.

1 МЕТОД ПРОЕКЦИЙ

1.1. ПРЕДМЕТ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Если чертеж является языком техники, одинаково понятным всем народам, то начертательная геометрия служит грамматикой этого мирового языка...

В. И. Курдюмов

Начертательная геометрия является одной из фундаментальных наук, составляющих основу инженерно-технического образования. Она изучает методы изображения пространственных геометрических фигур на плоскости и способы решения метрических и позиционных задач в пространстве по этим изображениям.

Основным методом проецирования, наиболее широко используемым в начертательной геометрии и черчении, является ортогональное проецирование. Этот метод заключается в том, что проецирование пространственного объекта осуществляется на две взаимно перпендикулярные плоскости лучами, перпендикулярными (ортогональными) к этим плоскостям. Ортогональное проецирование обладает определенной наглядностью и позволяет получить изображения (проекции), сохраняющие некоторые метрические характеристики оригинала.

В машиностроительном черчении наряду с ортогональным проецированием применяются и аксонометрические изображения, отличающиеся высокой степенью наглядности. В строительстве и архитектуре для изображения конструкций и сооружений широко используются проекции с числовыми отметками и перспективные проекции.

Метод проекций с числовыми отметками применяется при проектировании и изображении крупногабаритных инженерных сооружений (аэродромов, строительных площадок, карьеров, каналов, плотин и пр.), расположенных

на топографической поверхности. Этот метод широко используется при проектировании откосов железных и автомобильных дорог, при изыскании и трассировании дорог.

Перспективные проекции представляют собой центральное проецирование геометрических фигур на специально выбранную плоскость и позволяют получить изображения инженерных сооружений, наиболее точно соответствующие реальному зрительному восприятию человека. Этот вид проецирования в железнодорожном строительстве применяют при построении изображений зданий депо, вокзалов, интерьеров станций метрополитенов и пассажирских залов.

Начертательная геометрия используется также при конструировании сложных поверхностей технических форм в авиационной и судостроительной промышленности, при проектировании и изображении различных транспортных конструкций и сооружений.

Методы начертательной геометрии позволяют решать многие прикладные задачи специальных инженерных дисциплин (механики, химии, кристаллографии, картографии, инструментоведения, номографии и др.).

Автоматизированное проектирование и компьютерная графика находят все большее применение при создании современной транспортной техники.

Начертательная геометрия развивает у человека пространственное мышление, без которого немыслимо инженерное творчество.

Выдающийся ученый, профессор Санкт-Петербургского института инженеров путей сообщения Н. А. Рынин писал: «Начертательная геометрия является наивысшим средством развития той таинственной способности человеческого духа, которая зовется воображением и которая является ступенью к другой царственной способности — фантазии, без которой почти не совершаются великие открытия и изобретения»*.

* Рынин Н. А. Значение начертательной геометрии и сравнительная оценка ее методов. — СПб., 1907. — С. 1.

1.2. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

Начертательная геометрия как наука была создана в конце XVIII века великим французским геометром и инженером Гаспаром Монжем (1746–1818).

Первые идеи об ортогональном проецировании пространственных фигур на плоскость высказывались еще задолго до Монжа, в XVI веке немецким математиком и художником Альбрехтом Дюрером (1471–1528), который разработал метод ортогонального изображения конических сечений и некоторых пространственных кривых.

В 1637 году французский геометр и философ Рене Декарт (1596–1650) создал метод координат и заложил основы аналитической геометрии, а его соотечественник, инженер и математик Жирар Дезарг (1593–1662), использовал этот метод для построения перспективных проекций и обосновал теорию аксонометрических проекций.

В XVII веке в России успешно развиваются технические чертежи, выполненные в виде планов и профилей в масштабе. Здесь в первую очередь следует назвать чертежи выдающегося русского механика и изобретателя И. П. Кулибина (1735–1818). В его проекте деревянного арочного моста впервые были использованы ортогональные проекции (1773).

Большой вклад в развитие ортогональных проекций внес французский инженер А. Фрезье (1682–1773), который впервые рассмотрел проецирование объекта на две плоскости — горизонтальную и фронтальную.

Величайшей заслугой Г. Монжа явилось обобщение научных трудов его предшественников, всей теории о методах изображения пространственных фигур и создание единой математической науки об ортогональном проецировании — начертательной геометрии.

Сам Монж так определил созданную им науку: «Искусство представлять на листе бумаги, имеющем только два измерения, предметы, имеющие три размера, которые подчинены точному определению».

Рождение этой новой науки почти совпало с основанием в Петербурге первого в России высшего транспортного

учебного заведения — Института Корпуса инженеров путей сообщения (2 декабря 1809 года).

Студенты этого института, его профессора и ученые внесли большой вклад в развитие геометрических методов изображения, в теорию и практику начертательной геометрии.

Ученик Монжа, создатель и первый ректор этого института А. А. Бетанкур (1758–1824) был и первым лектором по начертательной геометрии.

Другой ученик Монжа, профессор К. И. Потье (1786–1855) издал первый в России учебник по начертательной геометрии на французском языке (1816).

С 1818 года в течение четверти века ведущим лектором по начертательной геометрии был питомец института Я. А. Севастьянов (1796–1849), который в 1821 году издал оригинальный учебник по начертательной геометрии на русском языке.

Большой вклад в развитие отечественной начертательной геометрии как науки и учебной дисциплины внесли профессора института Н. П. Дуров (1835–1883), Б. Х. Редер (1809–1872), Н. И. Макаров (1824–1904) и В. И. Курдюмов (1853–1904).

В XX веке большое влияние на развитие начертательной геометрии оказали научные труды профессора Института инженеров путей сообщения Н. А. Рынина (1877–1942) — выдающегося ученого в области инженерной графики, авиации и реактивной техники. Его перу принадлежат более 250 научных трудов. Преемником Н. А. Рынина на кафедре начертательной геометрии и продолжателем его идей в области начертательной геометрии стал профессор Д. И. Каргин (1880–1949). Основной научной работой Д. И. Кргина в области начертательной геометрии является его докторская диссертация «Точность графических расчетов».

За последние десятилетия теория прикладной геометрии получила дальнейшее развитие в трудах А. И. Добрjakова (1895–1947), А. К. Власова (1868–1922), Н. А. Глаголова (1888–1945) и Н. Ф. Четверухина (1891–1974). Кинематическая теория кривых линий и поверхностей,

разработанная М. Я. Громовым (1884–1963), дала новые возможности в построении их изображений. Многие работы профессора И. И. Котова (1909–1976) были посвящены проблемам разработки алгоритмов конструирования каркасных поверхностей и построения их изображений с помощью ЭВМ.

Развитие методов изображения и теории конструирования поверхностей, внедрение систем автоматизированного проектирования и компьютерной графики в учебный процесс — вот основные направления работы ученых в наши дни. Здесь в первую очередь следует отметить работы профессоров В. Е. Михайленко, Н. Н. Рыжова, П. В. Филиппова, С. А. Фролова, В. И. Якунина и др.

1.3. СПОСОБЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Проекцией точки A на плоскость проекций π называется точка A^π пересечения проецирующей прямой l , проходящей через точку A , с плоскостью проекций π (рис. 1):

$$A^\pi = l \cap \pi, A \in l.$$

Проекция любой геометрической фигуры есть множество проекций всех ее точек. Направление проецирующих прямых (проецирующих лучей) l и положение плоскости проекций определяют аппарат проектирования.

Центральным называется такое проектирование, при котором все проецирующие лучи исходят из одной точки S — центра проектирования (рис. 2).

Параллельным называется такое проектирование, при котором все проецирующие лучи параллельны заданному

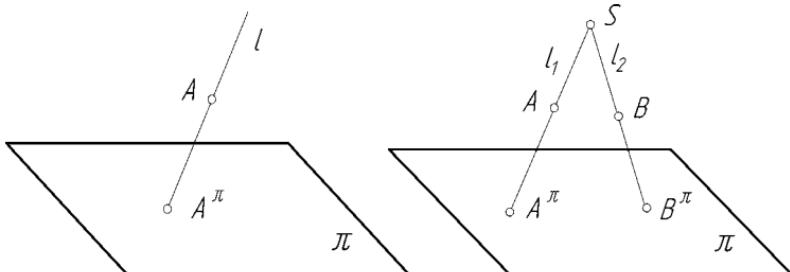


Рис. 1

Рис. 2

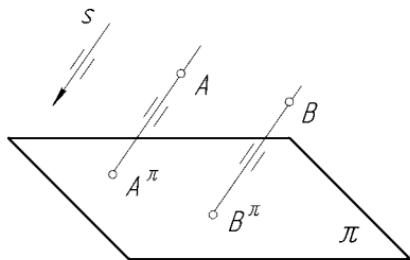


Рис. 3

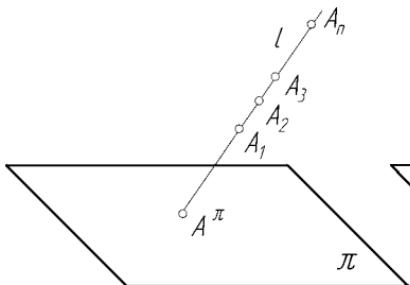


Рис. 4

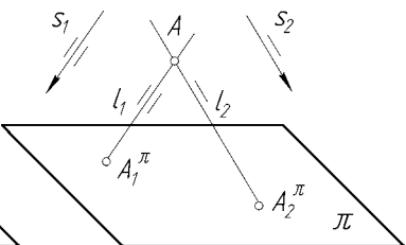


Рис. 5

направлению s (рис. 3). Параллельное проецирование представляет собой частный случай центрального проецирования, когда точка S находится на бесконечно большом расстоянии от плоскости проекций.

При заданном аппарате проецирования каждой точке пространства соответствует только одна точка на плоскости проекций.

Одна проекция точки не определяет положения этой точки в пространстве. Действительно, проекции A^π может соответствовать бесчисленное множество точек $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$, расположенных на проецирующей прямой l (рис. 4).

Для определения положения точки в пространстве при любом аппарате проецирования необходимо иметь две ее проекции, полученные при двух различных направлениях проецирования (или при двух различных центрах проецирования).

Так, из рисунка 5 видно, что две проекции точки A (A_1^π и A_2^π), полученные при двух направлениях проецирования s_1 и s_2 , определяют единственным образом положение самой точки A в пространстве. Далее будем рассматривать только метод параллельного проецирования.

1.4. ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Геометрические фигуры в общем случае проецируются на плоскость проекций с искажением. Проекции не сохраняют линейные и угловые величины оригинала. Характер этих искажений зависит от положения геометрической фигуры в пространстве, от аппарата проецирования и от положения плоскости проекций.

Однако некоторые геометрические свойства фигур остаются неизменными в процессе проецирования. Такие свойства геометрических фигур называются независимыми или инвариантными для данного аппарата проецирования.

Рассмотрим основные инвариантные свойства параллельного проецирования.

1. Проекция точки есть точка. Это вытекает из самого определения проекции как точки пересечения проецирующей прямой с плоскостью проекций.

2. Проекция прямой, не перпендикулярной плоскости проекций, есть прямая (рис. 6). Все проецирующие прямые, проходящие через точки прямой a параллельно направлению проецирования s , образуют лучевую плоскость α . Проекция прямой a на плоскость определяется как линия пересечения этой лучевой плоскости α с плоскостью проекций π :

$$a^\pi = \alpha \cap \pi, \quad a \subset \alpha.$$

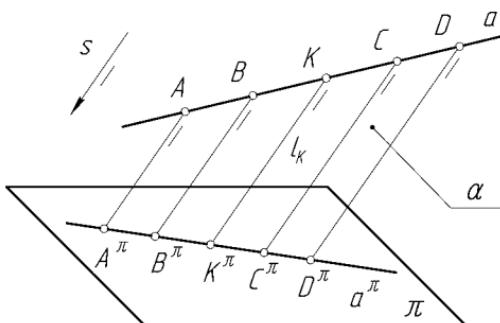


Рис. 6

3. Если точка принадлежит прямой, то и проекция этой точки принадлежит проекции прямой (см. рис. 6):

$$K \in a \Rightarrow K^\pi \in a^\pi.$$

Это свойство следует непосредственно из определения проекции геометрической фигуры как множества проекций всех ее точек. Если точка K принадлежит прямой a и плоскости α , то и проецирующий луч l_K принадлежит плоскости α . Этот луч пересечет плоскость проекций π на линии пересечения плоскостей α и π в точке K^π , принадлежащей проекции прямой a^π .

4. Если точка K делит отрезок AB в отношении $m:n$, то и проекция точки делит в таком же отношении проекцию этого отрезка (рис. 6):

$$\frac{AK}{KB} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{A^\pi K^\pi}{K^\pi B^\pi} = \frac{m}{n}.$$

Фигура $ADD^\pi A^\pi$ — трапеция. Прямая KK^π параллельна основаниям трапеции AA^π и DD^π , следовательно, делит ее стороны AD и $A^\pi D^\pi$ на пропорциональные части.

5. Проекция точки пересечения прямых есть точка пересечения проекций этих прямых (рис. 7):

Действительно, точка K принадлежит одновременно прямым AB и CD .

По третьему инвариантному свойству ее проекция K^π должна принадлежать проекциям этих прямых, т. е. являться точкой их пересечения.

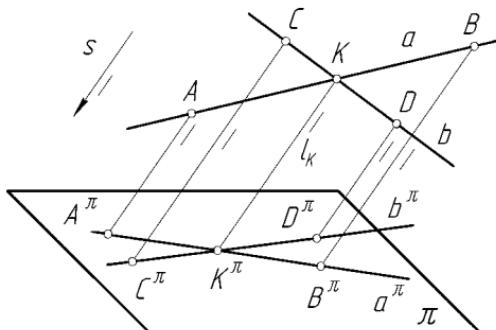


Рис. 7

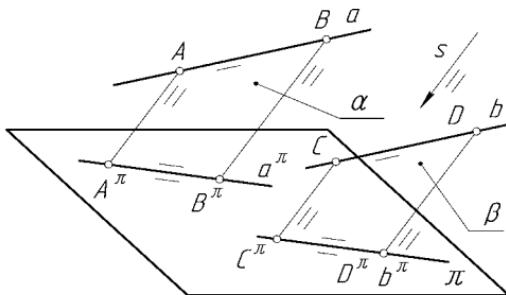


Рис. 8

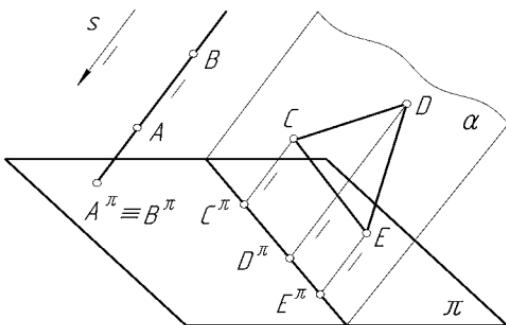


Рис. 9

6. Проекции параллельных прямых параллельны (рис. 8):

$$AB \parallel CD \Rightarrow A^\pi B^\pi \parallel C^\pi D^\pi.$$

Лучевые плоскости α и β , проходящие через параллельные прямые AB и CD , параллельны, так как две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости ($AB \parallel CD$ и $AA^\pi \parallel CC^\pi$). Две параллельные плоскости пересекаются с третьей по параллельным прямым, следовательно, $A^\pi B^\pi \parallel C^\pi D^\pi$.

7. Плоский многоугольник в общем случае проецируется в многоугольник с тем же количеством вершин.

Исключение составляет многоугольник (плоская ломаная или кривая линия), расположенный в проецирующей (лучевой) плоскости. Такой многоугольник проецируется в прямую линию (рис. 9).

8. Прямая, параллельная направлению проецирования, проецируется в точку (рис. 9).

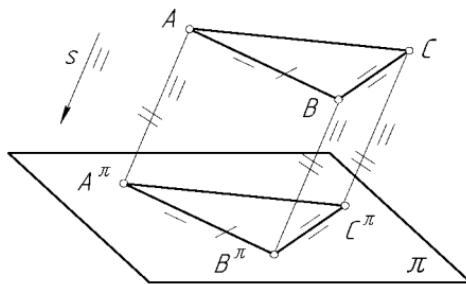


Рис. 10

9. Проекция плоской фигуры, параллельной плоскости проекций, конгруэнтна и параллельна этой фигуре (рис. 10):

$$ABC \parallel \pi \Rightarrow ABC \cong A^\pi B^\pi C^\pi.$$

Следствия этого инвариантного свойства следующие:

9.1. Проекция отрезка прямой, параллельной плоскости проекций, конгруэнтна и параллельна самому отрезку (рис. 10):

$$\begin{aligned} AB \parallel \pi &\Rightarrow A^\pi B^\pi \cong AB, \\ A^\pi B^\pi &\parallel AB. \end{aligned}$$

9.2. Проекция угла, стороны которого параллельны плоскости проекций, конгруэнтна этому углу (рис. 10):

$$AB \parallel \pi, BC \parallel \pi \Rightarrow \angle ABC \cong \angle A^\pi B^\pi C^\pi.$$

1.5. ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Ортогональное проецирование является частным случаем параллельного проецирования, когда направление проецирования перпендикулярно (ортогонально) плоскости проекций: $s \perp \pi$ (рис. 11).

Ортогональное проецирование является основным в черчении, так как обладает большой наглядностью и позволяет при определенном расположении деталей относительно плоскостей проекций сохранить некоторые линейные и угловые характеристики оригинала.

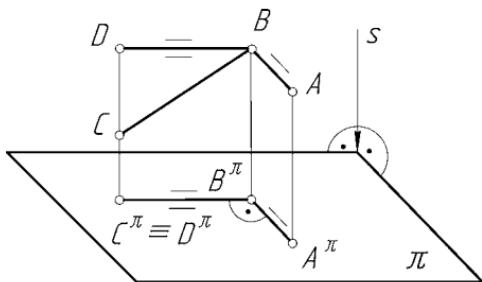


Рис. 11

Для ортогонального проецирования справедливы все девять инвариантных свойств параллельного проецирования, рассмотренные выше. Кроме того, необходимо отметить еще одно, десятое инвариантное свойство, которое справедливо только для ортогонального проецирования.

10. Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна ей, то на эту плоскость проекций прямой угол проецируется без искажения (рис. 11):

$$\angle ABC = 90^\circ, AB \parallel \pi \Rightarrow \angle A^\pi B^\pi C^\pi = \angle ABC = 90^\circ.$$

На рисунке 11 показан прямой угол ABD , обе стороны которого параллельны плоскости проекций π . По девятыому инвариантному свойству этот угол проецируется на плоскость π без искажения, т. е. $A^\pi B^\pi D^\pi = 90^\circ$.

Возьмем на проецирующем луче DD^π произвольную точку C . Полученный угол ABC будет прямым, так как $AB \perp DD^\pi B^\pi B$.

Проекцией прямого угла ABC , у которого только одна сторона AB параллельна плоскости проекций π , будет прямой угол $A^\pi B^\pi C^\pi$.

Более подробно об инвариантных свойствах центрального, параллельного и ортогонального проецирования можно узнать из литературы, приведенной в конце учебника.

2 ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

2.1. СИСТЕМА ТРЕХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ. ЭПЮРА МОНЖА

Все пространственные геометрические фигуры могут быть ориентированы относительно декартовой прямоугольной системы координатных осей — системы трех взаимно перпендикулярных координатных плоскостей (рис. 12). Координатные плоскости в начертательной геометрии обозначаются:

- горизонтальная плоскость проекций — π_1 ;
- фронтальная плоскость проекций — π_2 ;
- профильная плоскость проекций — π_3 .

Их линии пересечения образуют координатные оси: ось абсцисс — Ox ; ось ординат — Oy ; ось аппликат — Oz .

Точка O пересечения координатных осей (общая точка трех координатных плоскостей) называется началом координат.

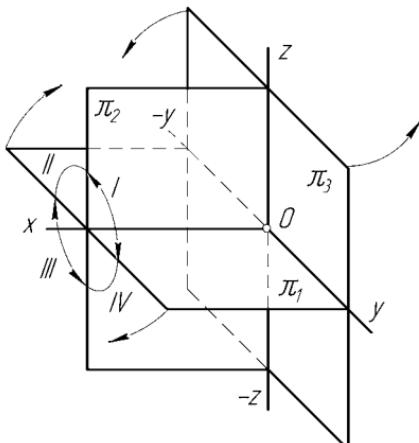


Рис. 12

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru