СОДЕРЖАНИЕ

От издательства 15
Об авторах 16
Благодарности 20
Введение 21

Часть 1. Загадки четырехугольников 23
Введение в четырехугольники 23
Пример 1. Четырехугольники в треугольниках 24
Пример 2. Сравнение суммы диагоналей с суммой противоположных сторон четырехугольника 24
Пример 3. Разделение трапеции на две равные по площади области 25
Пример 4. Неожиданный треугольник, площадь которого вдвое меньше площади трапеции 26
Пример 5. Удивительная линия, соединяющая середины диагоналей трапеции 26
Пример 6. Неожиданная коллинеарность в трапеции 27
Пример 7. Удивительная параллельность, создаваемая трапецией 27
Пример 8. Еще одна удивительная конвергенция, порожденная трапецией 28
Пример 9. Любопытное равенство углов 28
Пример 10. Любопытное равенство отрезков 29
Пример 11. Удивительное разбиение общего четырехугольника 29
Пример 12. Разделенные на три части стороны четырехугольника определяют одну треть четырехугольника 30
Пример 13. Разделение четырехугольника пополам 30
Пример 14. Разделение четырехугольника на три равные по площади части 31
Пример 15. Еще одно разделение четырехугольника на три области равной площади 32
Пример 16. Когда два четырехугольника имеют общие середины 32
Пример 17. Определение центра тяжести четырехугольника 33
Пример 18. Центроиды могут создавать подобный четырехугольник в соотношении размеров 1:9 35

Пример 19. Точка минимального расстояния четырехугольника 35
Пример 20. Пример с ромбом 36
Пример 21. Нетривиальное сравнение параллелограммов 36
Пример 22. Пропорциональность параллелограммов 37
Пример 23. Неожиданная параллельность в сопряженных параллелограммах ... 38
Пример 24. Разделение параллелограмма пополам 38
Пример 25. Разделение трапеции пополам 39
Пример 26. Разделение параллелограмма на три части 39
Пример 27. Трисекционное деление диагонали параллелограмма 40
Пример 28. Еще одно остроумное деление диагонали параллелограмма на три части 40
Пример 29. Еще одна точка трисекционного деления на диагонали параллелограмма 41
Пример 30. Связь длин сторон параллелограмма с длинами его диагоналей 41
Пример 31. Неожиданная перпендикулярность в параллелограмме 42
Пример 32. Удивительные сюрпризы, скрытые в параллелограмме 42
Пример 33. Треугольники, образующие параллелограммы без построения параллельных прямых 43
Пример 34. Создание параллелограмма с площадью, составляющей одну девятую от площади исходного параллелограмма 43
Пример 35. Как деление углов параллелограмма пополам и на три части создает другой параллелограмм 44
Пример 36. Использование параллелограмма для построения квадрата 44
Пример 37. Параллелограмм образует равносторонний треугольник 45
Пример 38. Раскрытие секретных произведений вдоль сторон параллелограмма 45
Пример 39. Необычные равные площади, создаваемые в параллелограмме 46
Пример 40. Равные площади треугольников, полученные простым способом с помощью параллелограмма 46
Пример 41. Еще больше равных площадей треугольников, скрытых в параллелограмме 47
Пример 42. Еще один пример равных площадей в параллелограмме 47
Пример 43. Неожиданная перпендикулярность, возникающая из параллелограмма 48
Пример 44. Параллелограмм Вариньона и его особые свойства 48
Пример 45. Поистине впечатляющий параллелограмм 49
Пример 46. Подробнее о центре четырехугольника 50
Пример 47. Еще больше сюрпризов в параллелограмме 50
Пример 48. Особые четырехугольники дают параллелограмм Вариньона 51
Пример 49. Некоторые особенные четырехугольники дают квадрат Вариньона 51
Пример 50. Другие особые четырехугольники могут сформировать ромб Вариньона 52
Пример 51. Параллелограмм Виттенбауэра 52
Пример 52. Удивительное равенство в прямоугольнике 53
Пример 53. Неожиданная константа, связанная с точками на прямоугольнике 54
Пример 54. Неожиданная перпендикулярность в прямоугольнике 54

Пример 55. Особая точка в прямоугольнике, которая генерирует равные суммы площадей квадратов 55
Пример 56. Приравнивание площадей квадрата и прямоугольника, прикрепленных к большему квадрату 56
Пример 57. Расположение квадратов и ромбов 56
Пример 58. При соединении квадратов формируется еще один квадрат 57
Пример 59. Необычное расположение фигур может привести к неожиданным точкам, лежащим на одной окружности 58
Пример 60. Неожиданные точки, лежащие на одной окружности 58
Пример 61. Квадрат на прямоугольном треугольнике 59
Пример 62. Перпендикулярность в квадрате и неожиданное равенство 59
Пример 63. Удивительное совпадение в квадрате 60
Пример 64. Удивительное равенство в квадрате 60
Пример 65. Удивительное равенство квадрата 61
Пример 66. Удивительные соотношения площадей в особом разбиении квадрата 61
Пример 67. Равенство возникает, когда квадрат и прямоугольник имеют общую диагональ 62
Пример 68. Удивительное равенство площадей внутри квадрата 62
Пример 69. Удивительные треугольники равной площади, полученные из квадрата 63
Пример 70. Еще один случай равных площадей, полученных из исходного квадрата 63
Пример 71. Два квадрата приводят к неожиданному равенству 64
Пример 72. Удивительное свойство биссектрис углов полного четырехугольника 65
Пример 73. Перпендикуляры из вершин четырехугольника к случайно проведенной прямой 65
Пример 74. Дополнительные соотношения в четырехугольниках 66
Пример 75. Две равные смежные стороны четырехугольника образуют равные углы 67
Пример 76. Две равные противоположные стороны четырехугольника образуют равные углы 68
Пример 77. Угол, образованный биссектрисами смежных углов четырехугольника 68
Пример 78. Четырехугольник с двумя последовательными прямыми углами имеет перпендикулярные биссектрисы углов 69
Пример 79. Сравнительные площади квадрата на четырехугольнике 69
Пример 80. Квадраты на сторонах четырехугольника образуют треугольники равной площади 70
Пример 81. Равенство пар квадратов на диагоналях и срединных линиях 70
Пример 82. Введение в циклический четырехугольник 71
Пример 83. Еще одно замечательное свойство вписанного четырехугольника 72
Пример 84. Удивительное свойство углов вписанного четырехугольника 73
Пример 85. Построение вписанных четырехугольников 74
Пример 86. Ортоцентр треугольника порождает множество циклических четырехугольников 74

Пример 87. Подробнее о вписанном четырехугольнике 75
Пример 88. Биссектрисы углов четырехугольника создают вписанный в окружность четырехугольник 75
Пример 89. Биссектрисы углов параллелограмма образуют прямоугольник 76
Пример 90. Биссектрисы углов прямоугольника образуют квадрат 76
Пример 91. Неожиданные точки, лежащие на одной окружности с равнобедренной трапецией 77
Пример 92. Неожиданная перпендикулярность внутри циклического четырехугольника 77
Пример 93. Необычные линии, делящие друг друга пополам в циклическом четырехугольнике 78
Пример 94. Еще несколько необычных линий, пересекающих друг друга в циклическом четырехугольнике 78
Пример 95. Разделение четырехугольника на две равные области 79
Пример 96. Еще один сюрприз в циклическом четырехугольнике 80
Пример 97. Интересное свойство ортоцентра в параллелограмме 80
Пример 98. Неожиданный циклический четырехугольник 81
Пример 99. Вписанные центры четырех треугольников циклического четырехугольника определяют прямоугольник 82
Пример 100. Вписанный четырехугольник образует ромб 82
Пример 101. Вписанный четырехугольник образует параллелограмм 83
Пример 102. Неожиданный пример с циклическим четырехугольником 84
Пример 103. Вписанный четырехугольник, образованный другим вписанным четырехугольником 84
Пример 104. Перпендикуляры к диагонали и стороне, проведенные из вершины особого вписанного четырехугольника, определяют середину другой диагонали 85
Пример 105. Перпендикуляры, проведенные из середин вписанного четырехугольника, пересекаются в одной точке 86
Пример 106. Перпендикулярные сюрпризы в циклическом четырехугольнике 86
Пример 107. Вписанный четырехугольник порождает еще одну неожиданную перпендикулярность 87
Пример 108. Неожиданные параллели от перпендикуляров к сторонам циклического четырехугольника 88
Пример 109. Сюрпризы в циклических четырехугольниках с перпендикулярными диагоналями 88
Пример 110. Еще одна неожиданная перпендикулярность циклического четырехугольника 89
Пример 111. Вписанный четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует параллелограмм 90
Пример 112. Еще одно неожиданное свойство циклических четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 90
Пример 113. Циклический четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует точки, лежащие на одной окружности 91
Пример 114. Еще одно неожиданное свойство циклических четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 92

Пример 115. Вписанный четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует треугольники равной площади 92
Пример 116. Неочевидное свойство четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 93
Пример 117. Равные суммы площадей квадратов на противоположных сторонах четырехугольника 94
Пример 118. Неожиданная перпендикулярность возникает в циклическом четырехугольнике 94
Пример 119. Связь между диагоналями и сторонами циклических четырехугольников 95
Пример 120. Знаменитая теорема Птолемея 96
Пример 121. Любопытное соотношение параллелограмма 96
Пример 122. Равносторонний треугольник в циклическом четырехугольнике 97
Пример 123. Биссектрисы углов в циклических четырехугольниках 97
Пример 124. Неожиданная биссектриса угла в особом вписанном четырехугольнике 98
Пример 125. Перпендикуляры к сторонам циклического четырехугольника, проведенные из точки на его описанной окружности 99
Пример 126. Удивительные факты циклического четырехугольника 99
Пример 127. Знаменитая теорема Брахмагупты 100
Пример 128. Странное равенство квадратов 101
Пример 129. Пропорциональность порождает равенство площадей 102
Пример 130. Парные квадраты на сторонах четырехугольника образуют равенство 102
Пример 131. Линия, соединяющая середины диагоналей четырехугольника, – линия Ньютона 103
Пример 132. Разделение четырехугольника на две пары треугольников с равными суммами площадей 104
Пример 133. Описанный четырехугольник 105
Пример 134. Линия Ньютона во вписанном четырехугольнике 106
Пример 135. Подробнее о линии Ньютона в четырехугольнике со вписанной окружностью 106
Пример 136. Поиск площади треугольника, составляющей одну четверть площади соответствующего четырехугольника 107
Пример 137. Середины диагоналей полного четырехугольника 108
Пример 138. Разделение четырехугольника на четыре равные области 108
Пример 139. Разделение четырехугольника на две пары треугольников равной площади 109
Пример 140. Окружность со вписанным и описанным четырехугольниками образует коллинеарные точки 110

Часть 2. Доказательства примеров 111

Пример 1. Четырехугольники в треугольниках 111
Пример 2. Сравнение суммы диагоналей с суммой противоположных сторон четырехугольника 112
Пример 3. Разделение трапеции на две равные по площади области 113

Пример 4. Неожиданный треугольник, площадь которого вдвое меньше площади трапеции ... 113
Пример 5. Удивительная линия, соединяющая середины диагоналей трапеции ... 114
Пример 6. Неожиданная коллинеарность в трапеции ... 114
Пример 7. Удивительная параллельность, создаваемая трапецией ... 115
Пример 8. Еще одна удивительная конвергенция, порожденная трапецией ... 116
Пример 9. Любопытное равенство углов ... 116
Пример 10. Любопытное равенство отрезков ... 117
Пример 11. Удивительное разбиение общего четырехугольника ... 118
Пример 12. Разделенные на три части стороны четырехугольника определяют одну треть четырехугольника ... 119
Пример 13. Разделение четырехугольника пополам ... 120
Пример 14. Разделение четырехугольника на три равные по площади части ... 122
Пример 15. Еще одно разделение четырехугольника на три области равной площади ... 123
Пример 16. Когда два четырехугольника имеют общие середины ... 125
Пример 17. Определение центра тяжести четырехугольника ... 126
Пример 18. Центроиды могут генерировать подобный четырехугольник в соотношении размеров 1:9 ... 129
Пример 19. Точка минимального расстояния четырехугольника ... 130
Пример 20. Пример с ромбом ... 130
Пример 21. Нетривиальное сравнение параллелограммов ... 131
Пример 22. Пропорциональность параллелограммов ... 132
Пример 23. Неожиданная параллельность в сопряженных параллелограммах ... 133
Пример 24. Разделение параллелограмма пополам ... 134
Пример 25. Разделение трапеции пополам ... 135
Пример 26. Разделение параллелограмма на три части ... 135
Пример 27. Трисекционное деление диагонали параллелограмма ... 136
Пример 28. Еще одно остроумное деление диагонали параллелограмма на три части ... 136
Пример 29. Еще одна точка трисекционного деления на диагонали параллелограмма ... 137
Пример 30. Связь длин сторон параллелограмма с длинами его диагоналей ... 137
Пример 31. Неожиданная перпендикулярность в параллелограмме ... 138
Пример 32. Удивительные сюрпризы, скрытые в параллелограмме ... 139
Пример 33. Треугольники, образующие параллелограммы без построения параллельных прямых ... 140
Пример 34. Создание параллелограмма с площадью, составляющей одну девятую от площади исходного параллелограмма ... 140
Пример 35. Как деление углов параллелограмма пополам и на три части создает другой параллелограмм ... 141
Пример 36. Использование параллелограмма для построения квадрата ... 142
Пример 37. Параллелограмм образует равносторонний треугольник ... 143

Пример 38. Раскрытие секретных произведений вдоль сторон параллелограмма 143
Пример 39. Необычные равные площади, создаваемые в параллелограмме 144
Пример 40. Равные площади треугольников, полученные простым способом с помощью параллелограмма 144
Пример 41. Еще больше равных площадей треугольников, скрытых в параллелограмме 145
Пример 42. Еще один пример равных площадей в параллелограмме 146
Пример 43. Неожиданная перпендикулярность, возникающая из параллелограмма 146
Пример 44. Параллелограмм Вариньона и его особые свойства 147
Пример 45. Поистине впечатляющий параллелограмм 149
Пример 46. Подробнее о центре четырехугольника 149
Пример 47. Еще больше сюрпризов в параллелограмме 150
Пример 48. Особые четырехугольники дают параллелограмм Вариньона 152
Пример 49. Некоторые особенные четырехугольники дают квадрат Вариньона 152
Пример 50. Другие особые четырехугольники могут сформировать ромб Вариньона 153
Пример 51. Параллелограмм Виттенбауэра 154
Пример 52. Удивительное равенство в прямоугольнике 157
Пример 53. Неожиданная константа, связанная с точками на прямоугольнике 157
Пример 54. Неожиданная перпендикулярность в прямоугольнике 158
Пример 55. Особая точка в прямоугольнике, которая генерирует равные суммы площадей квадратов 158
Пример 56. Приравнивание площадей квадрата и прямоугольника, прикрепленных к большему квадрату 159
Пример 57. Расположение квадратов и ромбов 160
Пример 58. При соединении квадратов формируется еще один квадрат 161
Пример 59. Необычное расположение фигур может привести к неожиданным точкам, лежащим на одной окружности 162
Пример 60. Неожиданные точки на одной окружности 163
Пример 61. Квадрат на прямоугольном треугольнике 163
Пример 62. Перпендикулярность в квадрате и неожиданное равенство 164
Пример 63. Удивительное совпадение в квадрате 165
Пример 64. Удивительное равенство в квадрате 166
Пример 65. Удивительное равенство квадрата 166
Пример 66. Удивительные соотношения площадей в особом разбиении квадрата 167
Пример 67. Равенство возникает, когда квадрат и прямоугольник имеют общую диагональ 168
Пример 68. Удивительное равенство площадей внутри квадрата 168
Пример 69. Удивительные треугольники равной площади, полученные из квадрата 169
Пример 70. Еще один случай равных площадей, полученных из исходного квадрата 170

Пример 71. Два квадрата приводят к неожиданному равенству 171
Пример 72. Удивительное свойство биссектрис углов полного четырехугольника 171
Пример 73. Перпендикуляры из вершин четырехугольника к случайно проведенной прямой 172
Пример 74. Дополнительные соотношения в четырехугольниках 174
Пример 75. Две равные смежные стороны четырехугольника образуют равные углы 175
Пример 76. Две равные противоположные стороны четырехугольника образуют равные углы 176
Пример 77. Угол, образованный биссектрисами смежных углов четырехугольника 176
Пример 78. Четырехугольник с двумя последовательными прямыми углами имеет перпендикулярные биссектрисы углов 177
Пример 79. Сравнительные площади квадрата на четырехугольнике 177
Пример 80. Квадраты на сторонах четырехугольника образуют треугольники равной площади 178
Пример 81. Равенство пар квадратов на диагоналях и срединных линиях ... 179
Пример 82. Введение в циклический четырехугольник 180
Пример 83. Еще одно замечательное свойство вписанного четырехугольника 181
Пример 84. Удивительное свойство углов вписанного четырехугольника 182
Пример 85. Построение вписанных четырехугольников 183
Пример 86. Ортоцентр треугольника порождает множество циклических четырехугольников 183
Пример 87. Подробнее о вписанном четырехугольнике 184
Пример 88. Биссектрисы углов четырехугольника создают вписанный в окружность четырехугольник 185
Пример 89. Биссектрисы углов параллелограмма образуют прямоугольник 185
Пример 90. Биссектрисы углов прямоугольника образуют квадрат 186
Пример 91. Неожиданные точки, лежащие на одной окружности с равнобедренной трапецией 187
Пример 92. Неожиданная перпендикулярность внутри циклического четырехугольника 188
Пример 93. Необычные прямые, делящие друг друга пополам в циклическом четырехугольнике 188
Пример 94. Еще несколько необычных прямых, пересекающих друг друга в циклическом четырехугольнике 190
Пример 95. Разделение четырехугольника на две равные области 191
Пример 96. Еще один сюрприз в циклическом четырехугольнике 192
Пример 97. Интересное свойство ортоцентра в параллелограмме 192
Пример 98. Неожиданный циклический четырехугольник 194
Пример 99. Вписанные центры четырех треугольников циклического четырехугольника определяют прямоугольник 194
Пример 100. Вписанный четырехугольник образует ромб 196
Пример 101. Вписанный четырехугольник образует параллелограмм 196
Пример 102. Неожиданный пример с циклическим четырехугольником 197

Пример 103. Вписанный четырехугольник, образованный другим вписанным четырехугольником 198
Пример 104. Перпендикуляры к диагонали и стороне, проведенные из вершины особого вписанного четырехугольника, определяют середину другой диагонали 199
Пример 105. Перпендикуляры, проведенные из середин вписанного четырехугольника, пересекаются в одной точке 200
Пример 106. Перпендикулярные сюрпризы в циклическом четырехугольнике 201
Пример 107. Вписанный четырехугольник порождает еще одну неожиданную перпендикулярность 201
Пример 108. Неожиданные параллели от перпендикуляров к сторонам циклического четырехугольника 202
Пример 109. Сюрпризы в циклических четырехугольниках с перпендикулярными диагоналями 203
Пример 110. Еще одна неожиданная перпендикулярность циклического четырехугольника 204
Пример 111. Вписанный четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует параллелограмм 205
Пример 112. Еще одно неожиданное свойство циклических четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 206
Пример 113. Циклический четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует точки, лежащие на одной окружности 206
Пример 114. Еще одно неожиданное свойство циклических четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 207
Пример 115. Вписанный четырехугольник с перпендикулярными диагоналями образует треугольники равной площади 208
Пример 116. Неочевидное свойство четырехугольников с перпендикулярными диагоналями 208
Пример 117. Равные суммы площадей квадратов на противоположных сторонах четырехугольника 209
Пример 118. Неожиданная перпендикулярность возникает в циклическом четырехугольнике 210
Пример 119. Связь между диагоналями и сторонами циклических четырехугольников 210
Пример 120. Знаменитая теорема Птолемея 211
Пример 121. Любопытное соотношение параллелограмма 212
Пример 122. Равносторонний треугольник в циклическом четырехугольнике 213
Пример 123. Биссектрисы углов в циклических четырехугольниках 213
Пример 124. Неожиданная биссектриса угла в особом вписанном четырехугольнике 214
Пример 125. Перпендикуляры к сторонам циклического четырехугольника, проведенные из точки на его описанной окружности 215
Пример 126. Удивительные факты циклического четырехугольника 216
Пример 127. Знаменитая теорема Брахмагупты 216
Пример 128. Странное равенство квадратов 218
Пример 129. Пропорциональность порождает равенство площадей 219

Пример 130. Парные квадраты на сторонах
четырехугольника образуют равенство 222
Пример 131. Линия, соединяющая середины диагоналей
четырехугольника, – линия Ньютона 223
Пример 132. Разделение четырехугольника на две пары
треугольников с равными суммами площадей 225
Пример 133. Описанный четырехугольник 228
Пример 134. Линия Ньютона во вписанном четырехугольнике 230
Пример 135. Подробнее о линии Ньютона
в четырехугольнике со вписанной окружностью 231
Пример 136. Поиск площади треугольника, составляющей
одну четверть площади соответствующего четырехугольника 232
Пример 137. Середины диагоналей полного четырехугольника 234
Пример 138. Разделение четырехугольника на четыре равные области 234
Пример 139. Разделение четырехугольника на две пары
треугольников равной площади 236
Пример 140. Окружность со вписанным и описанным
четырехугольниками образует коллинеарные точки 239

Часть 3. Инструментарий 240

Введение: инструментарий геометрии 240
A. Инструменты, с которыми читатели, вероятно, знакомы из курса
геометрии для старшей школы 241
A1. Конгруэнтность треугольников 241
A2. Подобие треугольников 241
A3. Свойства прямоугольного треугольника (см. рис. A3) 241
A4. Углы, связанные с окружностью (см. рис. A4) 242
A5. Касательные, секущие и хорды:
сегменты окружности и степень точки (см. рис. A5) 243
A6. Закон синусов и закон косинусов (см. рис. A6) 244
A7. Тождества для суммы и разности углов 245
B. Менее известные инструменты, однако полезные и увлекательные 245
B1. Биссектриса внутреннего угла треугольника 245
B2. Внешняя биссектриса угла в треугольнике 246
B3. Теорема Менелая 247
B4. Теорема Чевы 249
B5. Расширенная теорема Чевы 251
B6. Теорема Дезарга 252
B7. Изометрии: отражение и вращение 254
B8. Гомотетия и подобие 257
B9. Теорема Симсона 258
B10. Формула Герона 259

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

Отзывы и пожелания

Мы всегда рады отзывам наших читателей. Расскажите нам, что вы думаете об этой книге – что понравилось или, может быть, не понравилось. Отзывы важны для нас, чтобы выпускать книги, которые будут для вас максимально полезны.

Вы можете написать отзыв на нашем сайте *www.dmkpress.com*, зайдя на страницу книги и оставив комментарий в разделе «Отзывы и рецензии». Также можно послать письмо главному редактору по адресу *dmkpress@gmail.com*; при этом укажите название книги в теме письма.

Если вы являетесь экспертом в какой-либо области и заинтересованы в написании новой книги, заполните форму на нашем сайте по адресу *http://dmkpress.com/authors/publish_book/* или напишите в издательство по адресу *dmkpress@gmail.com*.

Список опечаток

Хотя мы приняли все возможные меры для того, чтобы обеспечить высокое качество наших текстов, ошибки все равно случаются. Если вы найдете ошибку в одной из наших книг, мы будем очень благодарны, если вы сообщите о ней главному редактору по адресу *dmkpress@gmail.com*. Сделав это, вы избавите других читателей от недопонимания и поможете нам улучшить последующие издания этой книги.

Нарушение авторских прав

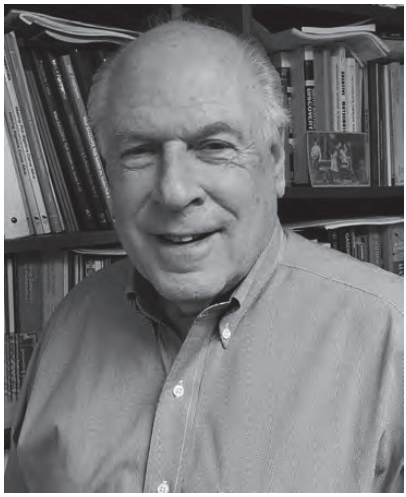
Пиратство в интернете по-прежнему остается насущной проблемой. Издательство «ДМК Пресс» очень серьезно относится к вопросам защиты авторских прав и лицензирования. Если вы столкнетесь в интернете с незаконной публикацией какой-либо из наших книг, пожалуйста, пришлите нам ссылку на интернет-ресурс, чтобы мы могли применить санкции.

Ссылку на подозрительные материалы можно прислать по адресу электронной почты *dmkpress@gmail.com*.

Мы высоко ценим любую помощь по защите наших авторов, благодаря которой мы можем предоставлять вам качественные материалы.

ОБ АВТОРАХ

Альфред С. Позаментье



Альфред С. Позаментье (Alfred S. Posamentier) в настоящее время является заслуженным лектором в Нью-Йоркском городском колледже технологий Городского университета Нью-Йорка (New York City College of Technology of the City University of New York).

До этого он занимал должность исполнительного директора по интернационализации и финансируемым программам в Университете Лонг-Айленда, Нью-Йорк.

Ранее пять лет проработал деканом Школы образования и профессором математики в Университете Мерси, Нью-Йорк. А еще он 40 лет проработал в Городском колледже Городского университета Нью-Йорка, где в настоящее время является почетным профессором математики и почетным деканом Школы образования. Он является автором и соавтором более 80 книг по математике для учителей, учащихся средних и начальных школ, а также для широкой читательской аудитории. Доктор Позаментье также часто вы-

ступает в качестве комментатора в газетах и журналах по темам, связанным с образованием.

После получения степени бакалавра математики в Хантер-колледже Городского университета Нью-Йорка он занял должность учителя математики в средней школе имени Теодора Рузвельта (Бронкс, Нью-Йорк), где сосредоточил свое внимание на улучшении навыков решения задач у учащихся и одновременно на обогащении их обучения, выходящем далеко за рамки традиционных учебников. За шесть лет работы там он также создал первые в школе математические команды (как на младшем, так и на старшем уровнях). Он до сих пор сотрудничает с учителями математики и руководителями на национальном и международном уровнях, помогая им максимально повысить свою эффективность.

Сразу после поступления на факультет Городского колледжа Нью-Йорка в 1970 году (после получения там степени магистра в 1966 году) он начал разрабатывать курсы повышения квалификации для учителей математики средних школ, включая такие специализированные области, как занимательная математика и решение задач в математике. В качестве декана педагогического факультета Городского колледжа в течение 10 лет его интересы в области образовательных вопросов охватывали весь спектр образовательных проблем. За время своего пребывания на посту декана он вывел педагогический факультет из числа худших в рейтинге штата Нью-Йорк на первое место, получив в 2009 году безупречную аккредитацию NCATE. Он также привлек более 12 миллионов долларов от частного сектора на инновационные образовательные программы. Позаментье повторил этот успешный опыт в колледже Мерси, что позволило ему стать единственным колледжем, получившим одновременно аккредитацию NCATE и TEAC. В 1973 году Альфред Позаментье получил докторскую степень в области математического образования в Фордхэмском университете (Нью-Йорк) и с тех пор стал известен как специалист в области математического образования по Европе. Он был приглашенным профессором в нескольких европейских университетах в Австрии, Англии, Германии, Чехии, Турции и Польше.

В 1990 году он занимал должность профессора по программе Фулбрайта в Венском университете.

В 1989 году ему была присвоена почетная должность научного сотрудника в Южном университете (Лондон, Англия). В знак признания его выдающихся преподавательских заслуг Ассоциация выпускников Городского колледжа назвала его педагогом года в 1994 и 2009 годах. В Нью-Йорке 1 мая 1994 года был учрежден день в его честь президентом городского совета Нью-Йорка. В 1994 году он также был награжден Большой почетной медалью Республики Австрия, а в 1999 году, с одобрения парламента, президент Республики Австрия присвоил ему звание университетского профессора Австрии. В 2003 году ему было присвоено звание почетного члена Венского технического университета, а в 2004 году он был награжден Австрийским почетным крестом за достижения в области искусств и наук от президента Республики Австрия. В 2005 году он был включен в Зал славы выпускников Хантер-колледжа, а в 2006 году был награжден престижной

медалью Таунсенда Харриса Ассоциацией выпускников Городского колледжа. В 2009 году он был включен в Зал славы преподавателей математики штата Нью-Йорк, а в 2010 году был удостоен престижной премии Кристиана Питера Бойта от Технического университета Берлина. В 2017 году Позаментье был удостоен высшей оценки (Summa Cum Laude) от Фонда Себастьяна А. К., Мехико, Мексика.

Он занимал многочисленные важные руководящие должности в сфере математического образования на местном уровне. Был членом экспертной комиссии по экзаменам Math-A Regents при Управлении образования штата Нью-Йорк и Комитета по стандартам математики при Управлении, который пересмотрел стандарты математики для штата Нью-Йорк, а также входил в состав Консультативного совета по математике при канцлере школ Нью-Йорка.

Доктор Позаментье по-прежнему является ведущим комментатором по вопросам образования и продолжает свою давнюю страсть к поиску способов сделать математику интересной для учителей, учеников и широкой общественности, как видно из некоторых его последних книг.

Для получения дополнительной информации и списка его публикаций см.: *https://en.wikipedia.org/wiki/Alfred_S._Posamentier.*

Роберт Геретшлегер



Роберт Геретшлегер (Robert Geretschläger) в настоящее время является преподавателем в Университете Граца, Австрия (University of Graz, Austria). Он преподавал математику и геометрию, проживая в Граце, Австрия. После почти 40 лет работы в должности преподавателя в Федеральной реальной гимназии Кеплерштрассе в Граце он в 2022 году вышел на пенсию.

В настоящее время продолжает преподавать геометрию в рамках педагогического образования в Университете Граца, Австрия.

Родился в Торонто, Канада, в 1957 году, переехал в Австрию в 1972 году, где завершил образование, получив степень магистра в качестве учителя ма-

тематики средней школы со специализацией в геометрии, а затем защитил докторскую диссертацию по математике в Университете Граца.

На протяжении большей части своей карьеры он активно участвовал в организации математических соревнований всех возрастов и уровней сложности.

Среди прочих ролей в этом контексте он был руководителем австрийской команды на Международной математической олимпиаде с 2007 года и ведущим организатором Математического конкурса «Кенгуру» в Австрии с момента его основания в середине 1990-х годов. Он также отвечал за внедрение в Австрии Международного математического турнира городов и Средиземноморского математического конкурса.

На международном уровне, начиная с 2008 года, является членом Исполнительного комитета Всемирной федерации математических соревнований (WFNMC), занимая должность старшего вице-президента с 2018 по 2022 год и президента с 2022 года. Он также является давним членом международного совета Ассоциации «Кенгуру без границ» (AKSF), где в настоящее время занимает должность казначея. Читал лекции на многих международных площадках, будучи приглашенным лектором в Канаде, Австралии, Чехии, Швейцарии, Колумбии и Германии, среди прочих стран.

Он также принимал участие в ряде проектов по математическому образованию на протяжении многих лет. А еще много лет был членом Дидактической комиссии Австрийского математического общества (ÖMG) и ведущим редактором серии учебников по математике для старших классов. Роберт активно участвовал в разработке учебных программ для австрийских средних школ и сыграл активную роль на начальном этапе внедрения исследования PISA в Австрии.

Он является редактором и соавтором многочисленных книг по популярной математике, математике для решения задач (конкурсной математике) и своей особой области исследований – геометрии оригами.

Более подробная информация доступна на его веб-сайте по адресу: *www.rgeretschlaeger.com*.

БЛАГОДАРНОСТИ

Хорошо известно, что математические задачи часто допускают альтернативные решения. Наша цель в этой книге – представить наиболее элегантные и эффективные решения и доказательства некоторых из самых сложных геометрических задач. В этом нам помогли несколько математиков, предложивших замечательные идеи. Среди них: Дэвид Хэнкин, Мориц Хиблер, Ханс Гуменбергер (David Hankin, Moritz Hiebler, Hans Humenberger) и Роберт Серкей (Robert Serkey).

Авторы благодарны за то, что они поделились с ними своими знаниями.

Конец ознакомительного фрагмента.
Приобрести книгу можно
в интернет-магазине
«Электронный универс»
e-Univers.ru