

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Предисловие | 4 |
| Литература, рекомендуемая для подготовки | 5 |
| Структура вступительного экзамена по математике в 10-й класс | 6 |
| Вступительные испытания 1-го этапа в 10-й класс 2023 г. | 7 |
| Решение заданий по математике 1-го этапа вступительных испытаний 2023 г. | 10 |
| Вступительные испытания 1-го этапа в 10-й класс 2024 г. | 19 |
| Вступительные испытания 2-го этапа в 10-й класс 2024 г. | 20 |
| Решение заданий по математике 2-го этапа вступительных испытаний 2024 г. | 22 |
| Задания для подготовки | 28 |
| 1. Тожественные преобразования и вычисления | 28 |
| Задачи для самостоятельного решения | 32 |
| 2. Задачи на проценты | 37 |
| Задачи для самостоятельного решения | 39 |
| 3. Текстовые задачи | 40 |
| Задачи для самостоятельного решения | 44 |
| 4. Линейная функция | 46 |
| Задачи для самостоятельного решения | 48 |
| 5. Уравнения и неравенства | 51 |
| 6. Прогрессии | 55 |
| Задачи для самостоятельного решения | 56 |
| 7. Задачи с параметром, задачи на координатной плоскости и прямой | 58 |
| Задачи для самостоятельного решения | 69 |
| 8. Основные факты школьной планиметрии | 74 |
| 9. Задачи по геометрии из 1-го этапа вступительных испытаний | 80 |
| Примеры вступительных испытаний | 83 |
| Варианты задач по математике 1-го этапа вступительных испытаний | |
| в 10-й класс | 83 |
| Вариант 1 | 83 |
| Вариант 2 | 84 |
| Вариант 3 | 85 |
| Вариант 4 | 86 |
| Вариант 5 | 87 |
| Вариант 6 | 88 |
| Вариант 7 | 89 |
| Вариант 8 | 90 |
| Вариант 9 | 91 |
| Варианты задач по математике 2-го этапа вступительных испытаний | |
| в 10-й класс | 92 |
| Вариант 1 | 92 |
| Вариант 2 | 93 |
| Вариант 3 | 94 |
| Вариант 4 | 95 |
| Вариант 5 | 96 |
| Вариант 6 | 97 |
| Вариант 7 | 98 |
| Примерные задания устного собеседования в 10-й класс | 99 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Авторы данного пособия ставили своей целью помочь абитуриентам, поступающим в 10-й класс Лицея НИУ ВШЭ. Пособие содержит разбор демонстрационных вариантов и задания для самостоятельной подготовки. Часть этих заданий была взята из вариантов прошлых лет. В целом сборник дает понять ожидаемый уровень освоения математики абитуриентами.

Для поступления в Лицей НИУ ВШЭ всем абитуриентам необходимо успешно справиться с задачами по математике 1-го этапа вступительных испытаний. Поступающим на направления «Математика», «Информатика, инженерия и математика» и «Экономика и математика» необходимо продемонстрировать хороший уровень владения математикой в решении задач 2-го этапа вступительных испытаний. Задания для самостоятельного решения содержат задачи для подготовки к обоим этапам вступительных испытаний. Авторы уверены, что владение алгоритмами решения представленных здесь задач может служить хорошим дополнением к глубокому и основательному изучению курса школьной математики.

Выражаем нашу благодарность и признательность В.П. Барашеву, Б.В. Галицкому, В.Н. Деменко, О.А. Евсеевой, А.Б. Зубову, Е.М. Ивениной, А.В. Красинцу, И.А. Миткевич, О.В. Охтенко, Д.С. Чистякову, Н.А. Шабат, А.В. Цареву, И.Х. Ямалиеву за помощь в подготовке этого пособия, бесценные идеи, замечания и поддержку.

*С пожеланиями успехов,
авторы настоящего пособия*

ЛИТЕРАТУРА, РЕКОМЕНДУЕМАЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

1. Алгебра. 9-й класс: учебник / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. 14-е изд., стер. М.: Просвещение, 2023.
2. Алгебра. 9-й класс: учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. 8-е изд., стер. М.: Просвещение, 2023.
3. Алгебра. 9-й класс. Углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. 8-е изд. М.: Просвещение, 2023.
4. Математика. Геометрия. 7–9-й классы. Базовый уровень: учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 14-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2023.
5. Геометрия. 9-й класс: учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. 8-е изд. М.: Просвещение, 2023.
6. Геометрия. 9-й класс. Углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. 6-е изд., стер. М.: Просвещение, 2023.
7. Геометрия. 9-й класс: учебник / В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовниченко. 8-е изд., стер. М.: Просвещение, 2022.
8. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М.: Физматлит, 2007.
9. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М.: Физматлит, 2007.
10. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для 8–9-го классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2001.
11. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9-й классы. М.: МЦНМО, 2004.
12. Иванов О.А. Практикум по элементарной математике: Алгебро-аналитические методы: учеб. пособие. М.: МЦНМО, 2001.
13. Кравцев С.В., Макаров Ю.Л., Максимов М.И. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Экзамен, 2001.
14. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: справочник. М.: Факториал, 1997.
15. Олехник С.Н., Потапов М.К., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике: справочное пособие. 3-е изд., стер. М.: Физматлит, 2003.
16. Сергеев И.Н. Математика: задачи с ответами и решениями. М.: КДУ, 2013.
17. Хорошилова Е.В. Элементарная математика: учеб. пособие для старшеклассников и абитуриентов. Часть 1. М.: МГУ, 2020.
18. Хорошилова Е.В. Элементарная математика: учеб. пособие для старшеклассников и абитуриентов. Часть 2. М.: МГУ, 2020.

СТРУКТУРА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ В 10-Й КЛАСС

Вступительные испытания 1-го этапа проходят все абитуриенты, поступающие в 10-й класс Лицея НИУ ВШЭ. Работа представляет собой тест и состоит из 10 заданий с открытым ответом.

Ответом является целое число или конечная десятичная дробь с 1–2 знаками после запятой. Проверка ответов осуществляется с помощью информационных технологий.

Задания оцениваются по шкале, приведенной в таблице:

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Количество баллов | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1,5 |

Вступительные испытания 2-го этапа выполняют только поступающие на направления «Математика», «Информатика, инженерия и математика» и «Экономика и математика» Лицея НИУ ВШЭ. Она состоит из пяти заданий с развернутым ответом. Проверка решений осуществляется по критериям, устанавливаемым приемной комиссией Лицея НИУ ВШЭ.

Задания оцениваются по шкале, приведенной в таблице:

| | | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|---|
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Количество баллов | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |

Темы для подготовки: числа и вычисления (натуральные, целые, рациональные, действительные числа); алгебраические выражения (буквенные выражения, многочлены, алгебраические дроби); уравнения и неравенства (линейные, квадратные уравнения и неравенства с одной переменной и их системы); решение текстовых задач; числовые последовательности (арифметическая и геометрическая прогрессии, сложные проценты); функции, линейная функция, квадратичная функция, обратная пропорциональность, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$, их свойства и графики, решение уравнений и неравенств с использованием графиков функций; геометрические фигуры и их свойства (треугольники, многоугольники, окружность и круг); треугольники, элементы треугольника, медианы, высоты, биссектрисы треугольника и их свойства; равенство и подобие треугольников; прямоугольный треугольник и его свойства; параллельные прямые, их признаки и свойства; теорема Чевы, теорема Менелая; четырехугольники и их свойства; параллелограмм, трапеция; теорема синусов, теорема косинусов; площади фигур; окружность и ее свойства; вписанные и центральные углы; хорда, секущая и касательная окружности; взаимное расположение двух окружностей; вписанные и описанные окружности и их свойства.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ 1-ГО ЭТАПА В 10-Й КЛАСС

ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ 2023 ДЕМО
Выполните задания (10 баллов)

1 (0,5 балла) Вычислите: $58 \cdot \left(\left(2\frac{1}{14} \right)^{-2} - \left(1\frac{14}{15} \right)^{-2} \right)$.

ИЛИ

Найдите значение выражения $(-6t)$, если $t = \frac{11}{6} : (2,65 : 2,5 - 1,1)$.

2 (1 балл) Решите уравнение

$$\frac{7}{x^2 + 3x - 4} - \frac{3x + 6}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{1 - x}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший из них.

ИЛИ

Решите неравенство

$$\left(\sqrt{x + 2} + 1 \right) \cdot (7,3x - 20) \leq 0.$$

В ответе укажите количество целых чисел, являющихся решениями неравенства.

3 (1 балл) В параллелограмме $MFKT$ угол T равен 135° , а диагональ FT перпендикулярна стороне FK , которая равна 14. Найдите площадь параллелограмма $MFKT$.

ИЛИ

Треугольник MPK равнобедренный. Известно, что MK — основание, угол при котором равен 75° . Найдите длину стороны MP , если высота, проведенная к этой стороне, равна 18.

4 (1 балл) Ежемесячный доход семьи равен 95 000 руб., причем 40% этой суммы составляет заработная плата Татьяны. В результате кризиса ее заработная плата снизилась на 10%. На сколько процентов снизился общий доход семьи, если доходы остальных членов семьи не изменились?

ИЛИ

Динара и Карим состязались в беге на 1 км. Динара обогнала Карима на 90 с, но если бы Карим бежал в 1,5 раза быстрее, то он обогнал бы Динару на 1 мин. С какой скоростью бежала Динара? Ответ дайте в км/ч.

5 (1 балл) Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1, а при делении на 4 — остаток 2.

ИЛИ

Миша начал читать книгу. Каждый день он читал в 2 раза меньше страниц, чем в предыдущий, и прочитал книгу за 6 дней. Сколько страниц книги прочитал Миша за третий день, если в книге 189 страниц?

6 (1 балл) Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции

$$f(x) = \sqrt{9 - x \cdot |x|} + \sqrt{\frac{\sqrt{5} - 3}{10x^2 - 11x - 62}}.$$

ИЛИ

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2 + \frac{1}{x+2}$ при условии, что аргумент принимает значения из области определения функции $g(x) = \sqrt{(x+5)(x+2)} + \sqrt{x+1}$.

7 (1 балл) Найдите значение выражения

$$\sqrt{18}(\sqrt{x} - 3) \sqrt{2x + 18 + 12\sqrt{x}} - 6x$$

при $x = 0,15$.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3}a - (1 + 3\sqrt{3})\sqrt{ab} + 3b}{\sqrt{a + 9b - 6\sqrt{ab}}} - \sqrt{b}$ при $a = 27$, $b = 5$.

8 (1 балл) Замените все буквы цифрами (одинаковые буквы — одинаковыми цифрами, разные буквы — разными), чтобы разность

ЛИЦЕЙ — ОГОНЬ

приняла наибольшее возможное значение. В ответе укажите это значение.

ИЛИ

В конкурсе по поеданию булочек участвовало 5 человек. Все они съели разное количество булочек, и каждому удалось съесть хотя бы одну. Когда каждого участника спросили, сколько булочек в сумме было съедено за время конкурса, они назвали различные числа от 11 до 15, причем известно, что занявший первое место ошибся на 1, занявший второе место — на 2, третье — на 3, четвертое — на 4, пятое — на 5 булочек. Сколько булочек съел победитель конкурса?

9 (1 балл) Окружность радиуса 3,5 вписана в треугольник KLT и касается сторон KT и KL соответственно в точках A и B . Известно, что $TA : AK = 1 : 2$, $KB : BL = 2 : 3$. Найдите наибольшую сторону треугольника KLT .

ИЛИ

В треугольнике PKT известны стороны: $PK = 12$, $PT = 15$, $KT = 18$. Проведена биссектриса PF . Окружность, описанная около треугольника PKF , пересекает сторону PT в точке M . Найдите периметр треугольника MFT .

10 (1,5 балла) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{ax^2 + x - a - 1}{\sqrt{1-x}} = 0$$

не имеет решений. В ответ запишите разность между наибольшим и наименьшим из таких значений.

ИЛИ

Найдите значение параметра a , при котором расстояние между точками, заданными на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} y^2 - 4x + x^2 = 0, \\ 2y + ax - 3 = 0, \end{cases}$$

будет наибольшим.

1 (0,5 балла) Вычислите: $58 \cdot \left(\left(2\frac{1}{14} \right)^{-2} - \left(1\frac{14}{15} \right)^{-2} \right)$.

Решение. Запишем смешанные дроби в скобках в виде неправильных дробей:

$$\left(2\frac{1}{14} \right)^{-2} = \left(\frac{14}{29} \right)^2, \quad \left(1\frac{14}{15} \right)^{-2} = \left(\frac{15}{29} \right)^2.$$

По формуле разности квадратов

$$\left(\frac{14}{29} \right)^2 - \left(\frac{15}{29} \right)^2 = \left(\frac{14}{29} - \frac{15}{29} \right) \cdot \left(\frac{14}{29} + \frac{15}{29} \right) = -\frac{1}{29}.$$

Умножая это число на 58, получим в итоге -2 .

Ответ: -2 .

ИЛИ

Найдите значение выражения $(-6t)$, если $t = \frac{11}{6} : (2,65 : 2,5 - 1,1)$.

Решение. Сначала найдем значение выражения, стоящего в скобках:

$$2,65 : 2,5 - 1,1 = 265 : 250 - 1,1 = 1,06 - 1,1 = -0,04 = -\frac{1}{25}.$$

Далее выполним деление:

$$\frac{11}{6} : \left(-\frac{1}{25} \right) = -\frac{11 \cdot 25}{6}.$$

Тогда $-6t = 11 \cdot 25 = 275$.

Ответ: 275.

2 (1 балл) Решите уравнение

$$\frac{7}{x^2 + 3x - 4} - \frac{3x + 6}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{1 - x}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший из них.

Решение. Заметим, что

$$x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4), \quad x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2).$$

Тогда

$$\frac{7}{(x - 1)(x + 4)} - \frac{3x + 6}{(x - 1)(x + 2)} = -\frac{1}{x - 1}.$$

Далее

$$\begin{cases} \frac{7}{x + 4} - \frac{3x + 6}{x + 2} = -1, \\ x \neq 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 1, \\ x \neq -2, \\ x \neq -4, \\ \frac{7}{x+4} - 3 = -1. \end{cases}$$

Данная система имеет единственное решение $x = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $-0,5$.

ИЛИ

Решите неравенство

$$(\sqrt{x+2} + 1) \cdot (7,3x - 20) \leq 0.$$

В ответе укажите количество целых чисел, являющихся решениями неравенства.

Решение. На области допустимых значений $[-2; +\infty)$ имеем

$$\sqrt{x+2} + 1 \geq 1.$$

Разделим неравенство на $\sqrt{x+2} + 1$, получим

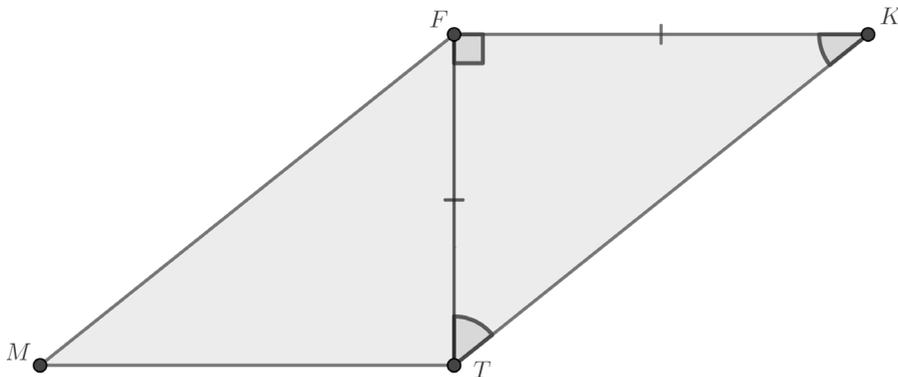
$$7,3x - 20 \leq 0 \Rightarrow x \leq 2\frac{54}{73}.$$

Пересечем множество полученных значений x с условием $x \geq -2$. Таким образом, решениями неравенства являются числа из промежутка $[-2; 2\frac{54}{73}]$. В этом промежутке 5 целых чисел.

Ответ: 5.

3 (1 балл) В параллелограмме $MFKT$ угол T равен 135° , а диагональ FT перпендикулярна стороне FK , которая равна 14. Найдите площадь параллелограмма $MFKT$.

Решение.



Если $\angle MTK = 135^\circ$, то $\angle FKT = 45^\circ$. Тогда $\angle FTK = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Значит, треугольник FTK равнобедренный и $FT = FK = 14$.

Отрезок FT является высотой параллелограмма.

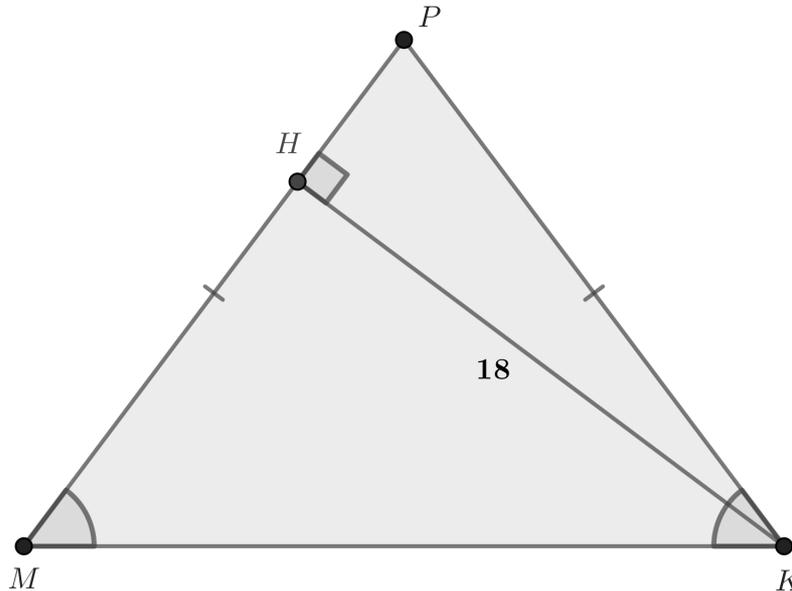
Получим $S_{MFKT} = FT \cdot FK = 14^2 = 196$.

Ответ: 196.

ИЛИ

Треугольник MPK — равнобедренный. Известно, что MK — основание, угол при котором равен 75° . Найдите длину стороны MP , если высота, проведенная к этой стороне, равна 18.

Решение.



Так как треугольник MPK равнобедренный, то

$$\angle MPK = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ.$$

Проведем высоту KH . В прямоугольном треугольнике RHK катет KH лежит против угла в 30° , значит, $PM = PK = 2 \cdot 18 = 36$.

Ответ: 36.

4 (1 балл) Ежемесячный доход семьи равен 95 000 руб. Известно, что 40% этой суммы составляет заработная плата Татьяны. В результате кризиса ее заработная плата снизилась на 10%. На сколько процентов снизился общий доход семьи, если доходы остальных членов семьи не изменились?

Решение. Зарплата Татьяны составляет $95\,000 \cdot 0,4 = 38\,000$ руб. Изменение ее заработной платы составит $38\,000 \cdot 0,1 = 3800$ руб. На эту же величину изменится доход семьи. Он снизится на $\frac{3800}{95\,000} \cdot 100\% = 4\%$.

Ответ: 4.

ИЛИ

Динара и Карим состязались в беге на 1 км. Динара обогнала Карима на 90 с, но если бы Карим бежал в 1,5 раза быстрее, то он обогнал бы Динару на 1 мин. С какой скоростью бежала Динара? Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x — скорость Динары, y — скорость Карима в км/мин. Тогда

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}.$$

Если Карим будет бежать в 1,5 раза быстрее, его скорость составит $1,5y$. Значит:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{1,5y} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{2}{3y} = 1.$$

Сложим полученные уравнения:

$$\frac{1}{y} - \frac{2}{3y} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{15}{2}.$$

Тогда $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} - \frac{3}{2} = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$ км/мин.

Выразим скорость в км/ч: $\frac{1}{6}$ км/мин составляет 10 км/ч.

Ответ: 10.

5 (1 балл) Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1, а при делении на 4 — остаток 2.

Решение. Обозначим через A число, удовлетворяющее условию задачи. Тогда

$$A = 3k + 1, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow (A - 1) : 3.$$

С другой стороны, по условию задачи число A при делении на 4 дает остаток 2, значит, это число можно представить в виде

$$A = 4p + 2, p \in \mathbb{Z} \Rightarrow (A - 2) : 4.$$

Тогда

$$(A + 2) : 12 \Rightarrow A = 12l - 2 = 12(l - 1) + 10 = 12s + 10, \quad l, s \in \mathbb{Z}.$$

Значит, нужно найти сумму трехзначных чисел, которые при делении на 12 будут давать остаток 10.

Определим их количество:

$$100 \leq 12s + 10 \leq 999 \Rightarrow 8 \leq s \leq 82.$$

Тогда всего подходящих чисел 75.

Эти числа образуют арифметическую прогрессию с разностью $d = 12$ и первым членом $a_1 = 106$, который получается при $s = 8$. Найдем сумму прогрессии:

$$S = \frac{2 \cdot 106 + 74 \cdot 12}{2} \cdot 75 = 41\,250.$$

Ответ: 41 250.

ИЛИ

Миша начал читать книгу. Каждый день он читал в 2 раза меньше страниц, чем в предыдущий, и прочитал книгу за 6 дней. Сколько страниц книги прочитал Миша за третий день, если в книге 189 страниц?

Решение. Числа, равные количеству страниц, которое Миша читал каждый день, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$. Пусть x — количество страниц, прочитанных в первый день. Тогда по формуле суммы геометрической прогрессии получим

$$189 = \frac{x \cdot (0,5^6 - 1)}{0,5 - 1} \Rightarrow x = \frac{189 \cdot \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{64}} = 96.$$

Тогда в третий день Миша прочитал $96 \cdot \frac{1}{4} = 24$ страницы.

Ответ: 24.

6 (1 балл) Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции

$$f(x) = \sqrt{9 - x \cdot |x|} + \sqrt{\frac{\sqrt{5} - 3}{10x^2 - 11x - 62}}.$$

Решение. Так как $\sqrt{5} - 3 < 0$, то второе слагаемое существует при условии

$$10x^2 - 11x - 62 < 0, \quad \text{откуда} \quad x \in \left(-2; \frac{31}{10}\right).$$

Первое слагаемое существует при условии $9 - x \cdot |x| \geq 0$. Рассмотрим два случая.

При $x \geq 0$ имеем $9 - x^2 \geq 0$, откуда $x \in [-3; 3]$. Пересечем с полученным условием для второго слагаемого, получим $x \in [0; 3]$.

При $x < 0$ получим неравенство $9 + x^2 \geq 0$, которое справедливо при всех x . В пересечении с условием для второго слагаемого получим $x \in (-2; 0)$.

Теперь объединим два полученных множества. Итак, $f(x)$ определена на промежутке $(-2; 3]$. Запишем целые числа из этого множества: $-1; 0; 1; 2; 3$. Сумма целых решений равна 5.

Ответ: 5.

ИЛИ

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2 + \frac{1}{x+2}$ при условии, что аргумент принимает значения из области определения функции $g(x) = \sqrt{(x+5)(x+2)} + \sqrt{x+1}$.

Решение. Графиком функции $f(x)$ является гипербола, $x = -2$ — вертикальная асимптота, $y = 2$ — горизонтальная асимптота. Найдем область определения функции $g(x)$:

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0, \\ (x + 5)(x + 2) \geq 0. \end{cases}$$

Получим, что $x \geq -1$. На этом промежутке функция $f(x)$ убывает. Значит, свое наибольшее значение на указанном промежутке она принимает в самой левой точке промежутка, т.е. при $x = -1$. Тогда наибольшее значение равно $f(-1) = 3$.

Ответ: 3.

7 (1 балл) Найдите значение выражения

$$\sqrt{18}(\sqrt{x} - 3) \sqrt{2x + 18 + 12\sqrt{x}} - 6x$$

при $x = 0,15$.

Решение. Заметим, что

$$2x + 18 + 12\sqrt{x} = 2(\sqrt{x} + 3)^2.$$

Так как \sqrt{x} принимает неотрицательные значения при всех допустимых x , то

$$\sqrt{2(\sqrt{x} + 3)^2} = \sqrt{2} \cdot |\sqrt{x} + 3| = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{x} + 3).$$

Тогда при $x \geq 0$ имеем

$$\sqrt{18}(\sqrt{x} - 3) \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{x} + 3) - 6x = 6x - 54 - 6x = -54.$$

Ответ: -54 .

ИЛИ

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3a} - (1 + 3\sqrt{3})\sqrt{ab} + 3b}{\sqrt{a + 9b - 6\sqrt{ab}}} - \sqrt{b}$ при $a = 27, b = 5$.

Решение. При $a \geq 0, b \geq 0$ выражение в числителе дроби можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sqrt{3a} - (1 + 3\sqrt{3})\sqrt{ab} + 3b &= \sqrt{3a} - \sqrt{ab} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{ab} + 3b = \\ &= \sqrt{a}(\sqrt{3a} - \sqrt{b}) - 3\sqrt{b}(\sqrt{3a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{3a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - 3\sqrt{b}). \end{aligned}$$

Выражение в знаменателе можно представить в виде квадрата разности:

$$a + 9b - 6\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2.$$

Так как $a = 27, b = 5$, то $\sqrt{a} - 3\sqrt{b} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} < 0$, поэтому

$$\sqrt{(\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - 3\sqrt{b}| = 3\sqrt{b} - \sqrt{a}.$$

Тогда частное равно

$$\frac{(\sqrt{3a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} - 3\sqrt{b})}{-(\sqrt{a} - 3\sqrt{b})} = -\sqrt{3a} + \sqrt{b}.$$

Подставив данные числовые значения буквенных переменных, найдем значение исходного выражения: $-\sqrt{3a} + \sqrt{b} - \sqrt{b} = -\sqrt{3a} = -\sqrt{27 \cdot 3} = -9$.

Ответ: -9 .

8 (1 балл) Замените все буквы цифрами (одинаковые буквы — одинаковыми цифрами, разные буквы — разными), чтобы разность

ЛИЦЕЙ — ОГОНЬ

приняла наибольшее возможное значение. В ответе укажите это значение.

Решение. Чем больше уменьшаемое, тем больше разность. Наибольшее пятизначное число с различными цифрами — это 98765.

Определим наименьшее возможное значение вычитаемого. На первую позицию нельзя поставить 0, поэтому $O = 1$. Все остальные цифры различны, значит, самое маленькое возможное вычитаемое равно 10123.

Тогда разность равна 88642.

Ответ: 88642.

ИЛИ

В конкурсе по поеданию булочек участвовало 5 человек. Все они съели разное количество булочек, и каждому удалось съесть хотя бы одну. Когда каждого участника спросили, сколько булочек в сумме было съедено за время конкурса, они назвали различные числа от 11 до 15, причем известно, что занявший первое место ошибся на 1, занявший второе место — на 2, третье — на 3, четвертое — на 4, пятое — на 5 булочек. Сколько булочек съел победитель конкурса?

Решение. Количество булочек, которое могли съесть участники конкурса, не меньше чем $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Тогда меньше всего ошибся участник, назвавший число 15. Именно он занял первое место. Значит, всего было съедено 16 булочек.

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru