Содержание

От издательства

Отзывы и пожелания

Мы всегда рады отзывам наших читателей. Расскажите нам, что вы думаете об этой книге – что понравилось или, может быть, не понравилось. Отзывы важны для нас, чтобы выпускать книги, которые будут для вас максимально полезны.

Вы можете написать отзыв на нашем сайте www.dmkpress.com, зайдя на страницу книги и оставив комментарий в разделе «Отзывы и рецензии». Также можно послать письмо главному редактору по адресу dmkpress@gmail.com; при этом укажите название книги в теме письма.

Если вы являетесь экспертом в какой-либо области и заинтересованы в написании новой книги, заполните форму на нашем сайте по адресу http://dmkpress.com/authors/publish_book/ или напишите в издательство по адресу dmkpress@gmail.com.

Список опечаток

Хотя мы приняли все возможные меры для того, чтобы обеспечить высокое качество наших текстов, ошибки все равно случаются. Если вы найдете ошибку в одной из наших книг, мы будем очень благодарны, если вы сообщите о ней главному редактору по адресу dmkpress@gmail.com. Сделав это, вы избавите других читателей от недопонимания и поможете нам улучшить последующие издания этой книги.

Нарушение авторских прав

Пиратство в интернете по-прежнему остается насущной проблемой. Издательство «ДМК Пресс» очень серьезно относится к вопросам защиты авторских прав и лицензирования. Если вы столкнетесь в интернете с незаконной публикацией какой-либо из наших книг, пожалуйста, пришлите нам ссылку на интернет-ресурс, чтобы мы могли применить санкции.

Ссылку на подозрительные материалы можно прислать по адресу электронной почты dmkpress@gmail.com.

Мы высоко ценим любую помощь по защите наших авторов, благодаря которой мы можем предоставлять вам качественные материалы.

Предисловие к четвертому изданию

Как и в предыдущих изданиях, в четвертом издании теория игр преподается в основном на примерах, в целом опираясь на цикл обучения Карплюса, в котором за примерами следуют общие наблюдения, подкрепленные дополнительными, а иногда и более сложными примерами. Новый материал включает более подробную и обновленную информацию о байесовском равновесии Нэша, кооперативных решениях в NTU-играх и разработке социальных механизмов, причем в последнем случае отражены некоторые недавние Нобелевские премии. Новые примеры связаны с событиями, вызванными пандемией COVID и глобальным потеплением. Также были добавлены некоторые новые примеры из бизнеса, в том числе брендинг пива и решение «производить или купить». С другой стороны, данная книга была реорганизована в разделы с более базовыми темами и примерами в начале главы и более четким переходом к более сложным темам. Главы, посвященные некоторым темам в недавних работах, которые кажутся менее важными в теории игр, таким как аукционы и переговоры, были удалены, чтобы сделать книгу немного компактнее.

Об авторе

Роджер А. Маккейн (Roger A. McCain) вырос в штате Луизиана и получил степени по математике и экономике в Университете штата Луизиана. В 1988 году начал преподавать в Университете Дрекселя. Маккейн – автор более 100 научных статей и нескольких книг, в основном по экономике и теории игр.

ЧАСТЬ I

Интерактивные решения

Глава 1

Конфликт, стратегия, игры

Что такое теория игр? И какое отношение она имеет к стратегии и конфликтам? Конечно, применение стратегий и возникновение конфликтов присутствуют во многих аспектах человеческой жизни, в том числе в играх. В конфликтах могут быть победители и проигравшие, а в играх зачастую есть победители и проигравшие. Этот учебник – введение в способ мышления о стратегии, способ мышления, основанный на математическом изучении игр. Первый шаг в этой главе – ответить на вопросы: что такое теория игр и какое отношение она имеет к стратегии? Но вместо того, чтобы сразу отвечать на вопросы, давайте начнем с нескольких примеров. Первый из них – это пример человеческой деятельности, которую мы чаще всего ассоциируем со стратегией и конфликтами: война.

1.1. Повстанческое движение в Испании: нанесем удар по Гертулею

История в изложении Коллин Маккалоу (Colleen McCullough) из истории Римской республики:

Примерно в 75 году до н. э. Испания (по-латыни Hispania) восстала против Рима, но лидерами испанского восстания были римские солдаты и испанцы, перенявшие римскую культуру. Считалось, что лидер восстания Квинт Серторий намеревался использовать Испанию как военную базу, чтобы стать хозяином Рима. Рим отправил две армии, чтобы подавить восстание: одной командовал старший, аристократичный и уважаемый Метелл Пий, а другой – Помпей, который был (тогда еще) молод и неопытен, но очень богат и готов был платить за свою армию. Помпей командовал Метеллом Пием. Пий возмущался своим подчиненным положением, поскольку Помпей был не только младше, но и ниже по социальному статусу. Помпей отправился на помощь небольшому римскому гарнизону в Новом Карфагене, но не продвинулся дальше Лауро, где Серторий настиг его и осадил. (См. карту на рис. 1.1.) Таким образом, Помпей и Серторий зашли в тупик в Восточной Испании. Метелл Пий и его армия находились в Западной Испании, где Пий был наместником. Это устраивало Сертория, который не хотел, чтобы две римские армии объединились. Серторий отправил своего заместителя Гертулея в Ламиниум, расположенный к северо-востоку от лагеря Пия, чтобы помешать Пию отправиться на восток и связаться с Помпеем.

Рис. 1.1 ❖ Испания со стратегиями Гертулея и Пия

У Пия было две стратегии на выбор. Они обозначены светло-серыми стрелками на карте. Он мог напасть на Гертулея и захватить Ламиниум, что в случае успеха открыло бы путь в восточную Испанию и лишило бы мятежников одной из их армий. В случае успеха он мог бы двинуться к Лауро и объединиться с Помпеем против Сертория. Но его шансы на успех были невелики. Сражаясь в оборонительной битве на пересеченной местности вокруг Ламиниума, испанские легионы были бы очень опасны и, вероятно, уничтожили бы легионы Пия. В качестве альтернативы Пий мог бы отправиться в Гадес и на кораблях добраться до Нового Карфагена, снять осаду Нового Карфагена, которую Помпей не смог снять, и двинуться к Лауро, сняв осаду с гораздо более крупных сил Помпея. Для Пия это был бы лучший исход, поскольку он не только объединил бы римские армии и подготовил почву для разгрома мятежников, но и показал бы выскочке Помпею, что молодой выскочка не может справиться с задачей, не прибегая к помощи закаленного в боях римского аристократа.

Гертулей, прекрасный воин, столкнулся с трудной стратегической задачей. Ему нужно было сдержать или уничтожить Пия. Гертулей мог бы двинуться прямо в Новый Карфаген и сразиться с Пием вместе с небольшим войском, которое уже было там. Его шансы на победу над Пием были бы очень высоки, но Пий узнал бы, что Гертулей движется в Новый Карфаген, и тогда Пий мог бы повернуть на север, без боя захватить Ламиниум и прорваться на северо-восток. Таким образом, Гертулей не смог бы выполнить свою миссию. В качестве альтернативы Гертулей мог оставаться в Ламиниуме до тех пор, пока Пий не покинет свой лагерь, а затем перехватить Пия у брода на реке Бетис. Он прибыл бы с уставшей армией и сражался бы на более благоприятной для римлян местности, поэтому его шансы были бы ниже; но Ламиниум нельзя было бы потерять, и римлянам пришлось бы сражаться, чтобы вырваться из окружения.

Таким образом, оба военачальника должны были принять решение. Мы можем представить решения в виде древовидной схемы, подобной той, что изображена на рис. 1.2. Гертулей должен сначала решить, стоит ли отправлять свои войска в поход на Новый Карфаген или остаться в Ламиниуме, где он может перехватить Пия у реки Бетис. Начнем слева, с решения Гертулея, а затем посмотрим, какое решение должен принять Пий в зависимости от того, какое решение принял Гертулей. Что насчет результатов? Для Гертулея все просто. Если он не сможет остановить Пия, то провалит свою миссию. Если он перехватит Пия в Новом Карфагене, у него будут хорошие шансы на победу. Если он перехватит Пия у брода на Бетисе, у него будет шанс как минимум 50 на 50 проиграть битву. В целом, исходя из текущих данных, Пий выигрывает, а Гертулей проигрывает. Если он вырвется, взяв Ламиниум, он добьется успеха. Однако если он снимет осаду Нового Карфагена, то получит удовольствие показать себя и своему начальнику. Но он не может быть уверен в победе, если отправится в Новый Карфаген.

Внимание!

Вот несколько концепций, которые мы будем развивать в этой главе: **теория игр** – это изучение выбора стратегий взаимодействующими рациональными агентами, или, другими словами, *теория интерактивных решений*.

Ключевым этапом в теоретическом анализе игр является определение того, какая стратегия является **лучшим ответом** человека на стратегии, выбранные другими. Следуя примеру неоклассической экономики, **мы определяем наилучший ответ игрока как стратегию, которая приносит этому игроку максимальную прибыль с учетом стратегии, которую выбрал или может выбрать другой игрок (игроки)**.

Теория игр основана на научной метафоре – идее о том, что многие взаимодействия, которые мы обычно не рассматриваем как игры, такие как экономическая конкуренция, война и политические выборы, можно рассматривать и анализировать так же, как мы анализируем игры.

На рис. 1.2 показана древовидная диаграмма, отражающая суть проблемы Гертулея.

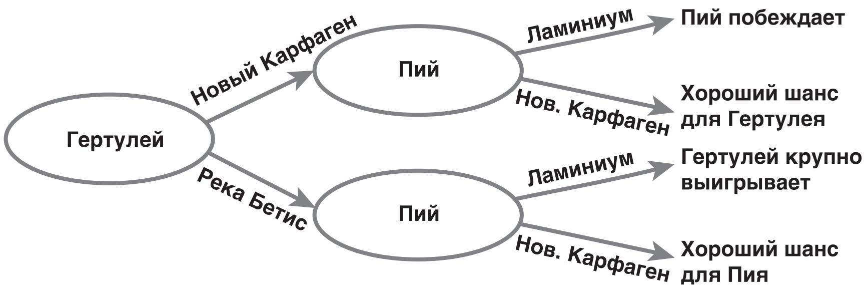

Рис. 1.2 ❖ Дерево игры «Испанское восстание»

Если Гертулей отправится в Новый Карфаген, Пий отправится в Ламиниум и победит. Если Гертулей останется в Ламиниуме, Пий нападет на Новый Карфаген. Таким образом, лучшее, что может сделать Гертулей, – это остаться в Ламиниуме и попытаться перехватить Пия у реки.

На самом деле Пий двигался быстрее, чем ожидал Гертулей, так что уставшим войскам Гертулея пришлось сражаться с отдохнувшей римской армией. Повстанцы потерпели сокрушительное поражение и бежали, открыв Пию путь в Гадес, откуда он переправил свои легионы по морю в Новый Карфаген, где они сняли осаду и двинулись дальше, чтобы снять осаду с Помпея в Лауро, и Пий вернулся в Рим героем. У Помпея было еще много лет, чтобы создать себе репутацию, и в конце концов он стал первым человеком в Риме, но оказался в свете фар Юлия Цезаря. Но это уже совсем другая история[1].

При анализе стратегий Пия и Гертулея с помощью древовидной диаграммы мы используем концепции **теории игр**.

1.2. Какое это имеет отношение к играм?

История о восстании в Испании – хороший пример того, как мы обычно думаем о стратегии в конфликтах. Гертулей должен сделать первый ход и попытаться угадать, как Метелл Пий отреагирует на его решение. Каждый из них хочет перехитрить другого.

Согласно здравому смыслу, в этом и заключается стратегия. Есть несколько игр, которые очень похожи на конфликт между Метеллом Пием и Гертулеем. Очень простая игра такого рода называется «Ним» (Nim). На самом деле

[1] Источник: Colleen McCullough, *Fortune's Favorites* (Avon PB, 1993), pp. 621–625.

«Ним» – это целое семейство игр, от более маленьких и простых версий до более крупных и сложных. Однако в этом примере мы рассмотрим только самую простую версию. Три монеты раскладываются в два ряда, как показано на рис. 1.3. Одна монета находится в первом ряду, а две – во втором. Игроки ходят по очереди, и на каждом ходу игрок должен взять хотя бы одну монету. На каждом ходу игрок может взять столько монет, сколько пожелает, но не может брать монеты более чем из одного ряда в одном игровом раунде. Побеждает игрок, который возьмет последнюю монету. Таким образом, цель состоит в том, чтобы поставить соперника в такое положение, при котором он будет вынужден оставить только одну монету.

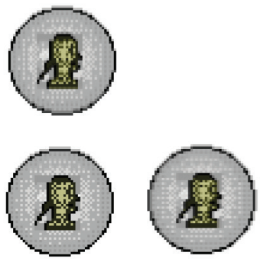

Рис. 1.3 ❖ «Ним»

Мы хотели бы ответить на несколько вопросов об этой игре. Какова наилучшая последовательность ходов для каждого из двух игроков? Существует ли вообще такая наилучшая стратегия? Можем ли мы быть уверены, что первый игрок может победить? Или второй? Это вопросы, на которые вы, возможно, хотели бы знать ответ, например если бы кто-то предложил вам поспорить на партию в «Ним».

Допустим, что нашими двумя игроками в «Ним» являются Анна и Барбара. Анна будет ходить первой. И снова мы визуализируем стратегии наших двух игроков с помощью древовидной диаграммы. Схема показана на рис. 1.4. Анна начнет с овала слева, и в каждом овале будут показаны монеты, которые игрок увидит, если доберется до этого овала. Таким образом, Анна, играющая первой, увидит все три монеты. Затем Анна может выбрать один из трех сценариев на этом первом этапе. Сценарии следующие:

1. Взять одну монету из верхнего ряда.
2. Взять одну монету из второго ряда.
3. Взять обе монеты из второго ряда.

Стрелки, ведущие от первого овала, соответствуют трем ходам, расположенным сверху вниз. Таким образом, если Анна сделает первый ход, Барбара увидит две монеты, расположенные рядом в верхнем овале второго столбца. В этом случае Барбара может взять одну или две монеты из второго ряда, оставив одну или ни одной для Анны в следующем раунде, как показано в двух верхних овалах третьего столбца. Конечно, взяв две монеты и не оставив ни одной Анне, Барбара выиграет игру.

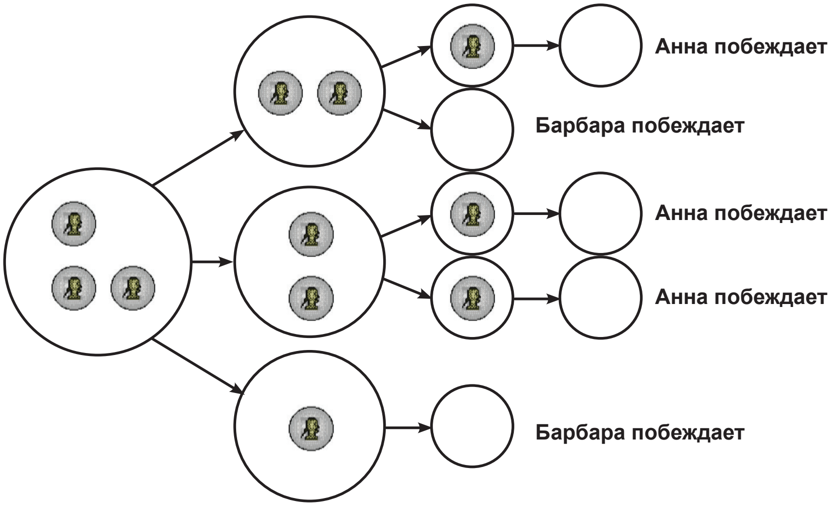

Рис. 1.4 ❖ Древовидная схема для игры в ним

Аналогичным образом мы видим на схеме, что два других варианта Анны оставляют Барбаре другие альтернативные ходы. Если мы рассмотрим стратегию 3, то увидим, что она оставляет Барбаре только один вариант, но этот вариант означает, что Барбара выиграет. С точки зрения Анны, ход 2 в середине является наиболее интересным. Как мы видим в среднем овале во втором столбце, у Барбары остается по одной монете в каждом ряду. Барбара должна выбрать ту или иную – это ее единственный выбор. Но каждый из них оставляет Анне всего по одной монете, оставляя Барбару ни с чем на следующем ходу, и, таким образом, Анна выигрывает игру. Теперь мы видим, что лучшим ходом Анны будет взять одну монету из второго ряда, и как только она это сделает, Барбара уже ничего не сможет сделать, чтобы помешать Анне выиграть.

Теперь мы знаем ответы на приведенные выше вопросы. В игре «Ним» есть лучшая стратегия. Для Анны лучшая стратегия – «взять одну монету из второго ряда на первом ходу, а затем взять любую монету, которую оставит Барбара». Для Барбары лучшая стратегия – «если Анна оставит монеты только в одном ряду, взять их все, в противном случае взять любую монету». Мы также можем быть уверены, что Анна выиграет, если будет играть по своей лучшей стратегии.

1.3. Зарождение теории игр

В начале XX века математики начали изучать азартные игры. Эти исследования положили начало теории игр. Великий математик Джон фон Нейман (John von Neumann) расширил область изучения, включив в нее такие игры, как покер. Покер фундаментально отличается от игры «Ним» и шахмат.

В «Ниме» каждый игрок всегда знает, какие ходы сделал другой игрок. То же самое верно и для шахмат, хотя шахматы гораздо сложнее «Нима». В покере, напротив, вы можете не знать, блефует ли ваш соперник. Такие игры, как «Ним» и шахматы, называются играми с совершенной информацией, поскольку в них нет блефа и каждый игрок всегда знает, какие ходы сделал другой игрок. Такие игры, как покер, в которых возможен блеф, называются играми с несовершенной информацией.

Определение: *совершенная информация. Игра с совершенной информацией* – это игра, в которой каждый игрок всегда знает о каждом шаге других игроков, что повлияет на результаты его собственного выбора стратегий. *Игра с несовершенной информацией* – это игра, где некоторые игроки иногда не знают о стратегиях, выбранных другими игроками, либо потому, что эти стратегии выбираются одновременно, либо потому, что они скрыты.

Анализ игр с несовершенной информацией, проведенный фон Нейманом, стал шагом вперед в математическом изучении игр. Но более важный прорыв произошел, когда фон Нейман объединился с экономистом-математиком Оскаром Моргенштерном (Oskar Morgenstern). В 1940-х годах они вместе работали над книгой под названием «Теория игр и экономическое поведение». Идея книги заключалась в том, что многие аспекты жизни, которые мы не считаем играми, такие как экономическая конкуренция и военные конфликты, можно анализировать как игры. Сегодня теоретики игр рассматривают все виды стратегий, которые выбирают люди, как стратегии для игр. Согласно Роберту Ауманну (Robert Aumann) и Томасу Шеллингу (Thomas Schelling), двум теоретикам игр, разделившим Нобелевскую премию по экономике в 2005 году, теория игр рассматривается как теория интерактивного принятия решений, или *теория интерактивных решений*.

Дополнительно: Джон фон Нейман, 1903–1957

Джон фон Нейман, родившийся и получивший образование в Венгрии, был одним из ведущих математиков XX века, участвовал в изобретении компьютеров и, помимо многих других достижений, сыграл ключевую роль в создании теории игр, особенно в сотрудничестве с Оскаром Моргенштерном.

Как мы уже говорили, теория игр изучает рациональный выбор стратегий. Эта концепция рациональности имеет много общего с неоклассической экономической теорией. Таким образом, рациональность является ключевым связующим звеном между неоклассической экономической теорией и теорией игр. Конечно, Моргенштерн был экономистом, но фон Нейман также был хорошо знаком с неоклассической экономической теорией, поэтому было естественно, что они опирались на неоклассическую экономическую традицию.

Неоклассическая экономическая теория основана на предположении, что люди абсолютно рациональны в своих экономических решениях. В частности, предполагается, что каждый человек стремится в сложившихся обстоятельствах максимизировать свою выгоду – прибыль, доходы или субъектив-