

Оглавление

Введение.....	7
Лекция 1.....	11
Тема 1. Проецирование точки.....	11
1.1. Метод проекций.....	11
1.2. Точка в системе двух плоскостей проекций π_1, π_2	14
1.3. Точка в системе трех плоскостей проекций π_1, π_2, π_3	19
Вопросы для самоконтроля к теме 1.....	25
Лекция 2.....	27
Тема 2. Проецирование прямой линии.....	27
2.1. Проецирование отрезка прямой общего положения.....	27
2.2. Особые (частные) положения прямой линии относительно плоскостей проекций.....	28
2.2.1. Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций (Прямые уровня).....	28
2.2.2. Прямые, параллельные двум плоскостям проекций (Проецирующие).....	30
2.2.3. Прямые, лежащие на плоскостях проекций.....	32
2.2.4. Прямые, лежащие на осях.....	33
2.3. Следы прямой линии.....	34
2.4. Определение натуральной величины прямой и углов ее наклона к плоскостям проекций (метод прямоугольного треугольника).....	41
2.5. Деление отрезка в заданном отношении.....	43
2.6. Взаимное положение прямой и точки.....	44

2.7. Взаимное положение двух прямых.....	45
2.8. Проецирование прямого угла	48
Вопросы для самоконтроля к теме 2.....	49
Лекция 3.....	51
Тема 3. Проецирование плоскости	51
3.1. Способы задания плоскостей.....	51
3.2. Положение плоскости относительно плоскостей проекций.....	52
3.2.1. Плоскость общего положения	52
3.2.2. Плоскости частного положения	53
3.3. Прямая и точка в плоскости	57
3.3.1. Прямая общего положения в плоскости общего положения	57
3.3.2. Прямые особого положения в плоскости общего положения	58
3.3.3. Линия наибольшего наклона плоскости (линия ската)	59
3.3.4. Линии особого положения в проецирующих плоскостях.....	63
3.3.5. Принадлежность точки и прямой плоскости	64
Лекция 4.....	72
3.4. Взаимное положение прямой с плоскостью и двух плоскостей.....	72
3.4.1. Определение видимости геометрических элементов на эпюрах.....	72
3.4.2. Взаимное положение прямой и плоскости	73
3.4.3. Взаимное положение двух плоскостей.....	79

3.4.4. Взаимное пересечение плоских фигур.....	86
3.4.5. Взаимно перпендикулярные плоскости	87
Вопросы для самоконтроля к теме 3.....	88
Лекция 5.....	90
Тема 4. Способы преобразования чертежа.....	90
4.1. Способ вращения.....	90
4.1.1. Вращение точки.....	91
4.1.2. Вращение прямой	92
4.1.3. Вращение плоскости	94
4.2. Способ перемены плоскостей проекций.....	99
Лекция 6.....	105
4.3. Способ плоскопараллельного перемещения.....	105
4.4. Способ совмещения	107
Вопросы для самоконтроля к теме 4.....	111
Лекция 7.....	113
Тема 5. Геометрические тела.....	113
5.1. Многогранники.....	113
5.1.1. Построение проекций многогранников.....	114
5.1.2. Пересечение многогранника прямой линией	115
5.1.3. Пересечение многогранника плоскостью частного положения	117
5.1.4. Пересечение многогранника плоскостью общего положения.....	118
5.1.5. Развертка поверхности многогранника.....	119
Лекция 8.....	121
5.2. Криволинейные тела. Тела вращения	121
5.2.1. Кривые линии.....	121

5.2.2. Кривые поверхности.....	121
5.2.3. Фигуры сечения конической поверхности.....	123
5.2.4. Пересечение боковой поверхности прямого кругового конуса прямой линией.....	126
5.2.5. Пересечение прямого кругового конуса плоскостью частного положения	127
5.2.6. Пересечение прямого кругового конуса плоскостью общего положения.....	128
5.2.7. Развертка поверхности тел вращения.....	130
Лекция 9.....	132
5.3. Взаимное пересечение поверхностей геометрических тел	132
5.3.1. Пересечение поверхностей многогранников.....	133
5.3.2. Пересечение поверхностей криволинейных тел.....	136
Вопросы для самоконтроля к теме 5.....	141
Библиографический список	143

Введение

В число фундаментальных дисциплин, составляющих основу инженерного образования, входит **начертательная геометрия**, являющаяся одним из разделов геометрии, который учит изображению предметов и пространственных форм, воспроизведению их по чертежам, способам решения пространственных геометрических задач, а также способствует развитию пространственного воображения.

Законы и выводы начертательной геометрии являются основой для выполнения технических чертежей. Чем сильнее развито пространственное воображение, чем свободнее владеет современный инженер методами изображения трехмерных тел на плоскости. Там, где есть творческие поиски нового, где пытливо думают и принимают смелые технические решения, где конструируют и строят, необходимо свободно владеть проекционным чертежом и его теоретической основой — начертательной геометрией.

Использование начертательной геометрии является рациональным при конструировании сложных поверхностей технических форм с наперед заданными параметрами, в авиационной и автомобильной промышленности, при создании корпусов судов и судовых двигателей и во многих других областях техники.

Известна роль начертательной геометрии в архитектуре, строительстве, изобразительном искусстве. Проекционные способы дают возможность получать наглядные изображения проектируемых объектов и целых комплексов.

Естественные науки достигают еще большего расцвета в тех случаях, когда изучаемые свойства сопровождаются доступными для человеческого восприятия наглядными геометрическими моделями.

Методы начертательной геометрии, позволяющие решать математические задачи в их графической интерпретации, находят широкое применение в физике, химии, механике, кристаллографии и многих других науках. Как и другие отрасли математики, начертательная геометрия развивает логическое мышление.

Начертательная геометрия со времен ее основоположника — французского ученого (математика, геометра, механика и химика) Гаспара Монжа (1746–1818 гг.) завоевала достойное место в высшей школе как наука, необходимая для инженера и архитектора. Применение для построения чертежа метода ортогонального проецирования (основы современных методов геометрического моделирования трехмерного пространства на плоскости) было предложено Монжем, что послужило назвать этот метод **методом Монжа**, а описанный ниже эюр — **эпюром Монжа**.

Приступая к изучению курса, каждому студенту следует помнить, что *начертательная геометрия* принадлежит к числу тех общетехнических дисциплин, изучение которых требует систематической работы на протяжении всего периода изучения.

Учебным планом предусмотрены лекции и практические занятия студентов под руководством преподавателя для активного и самостоятельного решения задач в рабочих тетрадях, выполнение эпюров с последующей их защитой.

Материал курса «Начертательная геометрия» разделен для промежуточного контроля на три модуля. Названия тем, входящих в каждый из модулей, приведены в *табл. 1*.

Таблица 1

Тематический блок	№ темы	Название темы
1-й модуль	1	Проецирование точки
	2	Проецирование прямой линии
2-й модуль	3	Проецирование плоскости
		Взаимное положение прямых и плоскостей
3-й модуль	4	Способы преобразования чертежа
	5	Геометрические тела

Тщательная подготовка к каждому практическому занятию является обязательным условием его эффективности. Посещение лекций и четкое ведение конспекта лекций является непременным условием успеха.

После основательного изучения соответствующей части курса (модуля) каждый студент должен выполнить определенное количество работ (чертежей), предусмотренных рабочей программой. Чертежи выполняются студентами по индивидуальным вариантам.

Экзамен проводится лектором в конце 1 семестра (в январе). К сдаче экзамена допускаются студенты, выполнившие все задачи по рабочей тетради, а также защитившие альбом с эпюрами.

Для сдачи экзамена (или дифференцированного зачета) по указанным модулям (выполнив практические домашние и аудиторные контрольные работы, тесты по темам, входящим в изучаемый модуль и предъявив рабочий конспект лекций) студент должен владеть теоретическим материалом и уметь решать задачи по данной теме.

В настоящем пособии приняты следующие буквенно-цифровые обозначения (табл. 2):

Таблица 2

Обозначения и символика			
1	Точки в пространстве — прописными буквами латинского алфавита A, B, C, \dots , а также арабскими цифрами — $1, 2, 3, \dots$. При преобразовании эпюра вращением (совмещением или др.) в новом положении точки A^*, B^*, C^* (или A', B', C'), после второго преобразования — A^{**}, B^{**}, C^{**} (или A'', B'', C'')	6	Следы плоскостей: – $\alpha\pi_1, \beta\pi_1, \gamma\pi_1, \dots$ (горизонтальные); – $\alpha\pi_2, \beta\pi_2, \gamma\pi_2, \dots$ (фронтальные); – $\alpha\pi_3, \beta\pi_3, \gamma\pi_3, \dots$ (профильные)
		7	Точки схода следов: $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \beta_x, \beta_y, \beta_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$
		8	Следы прямой: – горизонтальный $M (M_1, M_2, M_3)$; – фронтальный $N (N_1, N_2, N_3)$; – профильный $P (P_1, P_2, P_3)$
2	Проекции точек — подстрочными индексами: – A_1, B_1, C_1, \dots (горизонтальные); – A_2, B_2, C_2, \dots (фронтальные); – A_3, B_3, C_3, \dots (профильные)	9	Совпадение: – проекций точек: $A_1 \equiv B_1, C_2 \equiv D_2, \dots$ – точки с ее проекцией: $A \equiv A_1, B \equiv B_2, M \equiv M_1, N \equiv N_3$
3	Плоскости — строчными буквами греческого алфавита $\alpha, \beta, \delta, \gamma, \psi, \sigma, \omega, \theta, \eta, \lambda, \mu$	10	Параллельность — $\alpha \parallel \beta$ (плоскость α параллельна плоскости β)
4	Плоскости проекций — строчной буквой греческого алфавита π . Горизонтальная плоскость (π_1), фронтальная плоскость (π_2), профильная плоскость (π_3) и дополнительные плоскости π_4, π_5, \dots	11	Перпендикулярность — $AB \perp CD$ (прямые AB и CD перпендикулярны)
		12	Принадлежность — $A \in AB$ (точка A принадлежит прямой AB), $A \notin AB$ (точка A не принадлежит прямой AB)

<i>Обозначения и символика</i>	
5	<p><i>Оси проекций</i> — строчными буквами x, y, z (или Ox, Oy, Oz), где x — ось абсцисс, y — ось ординат, z — ось аппликат. Начало координат — буква O</p>
13	<p><i>Угол наклона</i> к плоскости проекций:</p> <ul style="list-style-type: none"> – α — к горизонтальной плоскости проекций; – β — к фронтальной плоскости проекций; – γ — к профильной плоскости проекций <p><i>Угол</i> — $\angle ABC$ (угол ABC)</p>
14	<p><i>Принятые сокращения:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> гпг (h_1) — горизонтальная проекция горизонтали; фпг (h_2) — фронтальная проекция горизонтали; гпф (f_1) — горизонтальная проекция фронтали; фпф (f_2) — фронтальная проекция фронтали; лнн — линия наибольшего наклона; Н. В. — натуральная величина

Лекция 1

Тема 1. Проецирование точки

1.1. Метод проекций

Правила построения изображений, излагаемые в начертательной геометрии, основаны на *методе проекций*.

Процесс построения изображений предметов на плоскости с помощью проецирующих лучей называется *проецированием*. Плоскость, на которой построено изображение, называется *плоскостью проекций*, воображаемые прямые, при помощи которых строится изображение, — *проецирующими лучами*. Геометрически закономерное изображение предмета, полученное проецированием на плоскость, называется *проекцией*. Рисунки, фотографии, чертежи, тени, падающие от освещенных предметов, — все это примеры проекций предметов пространства.

Методы проецирования делятся в зависимости от способа проведения проецирующих лучей на *центральное* и *параллельное* проецирование.

1. Центральное проецирование (коническое)

Задаем *плоскостью проекций* (π_0) и *центром проекций* (S) — точкой, не лежащей в этой плоскости (*рис. 1*). Взяв некоторую точку A и проведя через S и A прямую линию до пересечения ее с π_0 , получаем точку A_0 . Также поступаем, например, с точками B, C, D . A_0, B_0, C_0, D_0 — *центральные проекции точек A, B, C, D* на плоскость π_0 . Они получаются в пересечении *проецирующих прямых (проецирующих лучей) SA, SB, SC, SD* с плоскостью проекций.

Проекцию линии можно построить, проецируя ряд ее точек (*рис. 2*). Центральное проецирование называется также *коническим* (или *полярным*, или *перспективной*), вследствие того, что при проецировании предмета или кривой линии проецирующие лучи, проведенные из центра проекций, образуют проецирующую *коническую поверхность*.

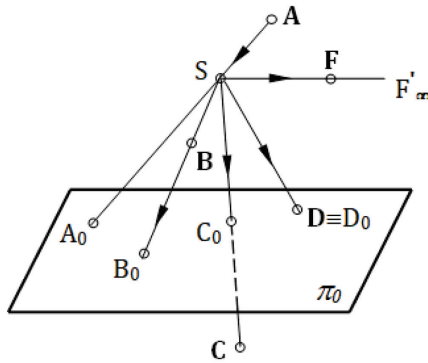


Рис. 1. Центральные проекции точек

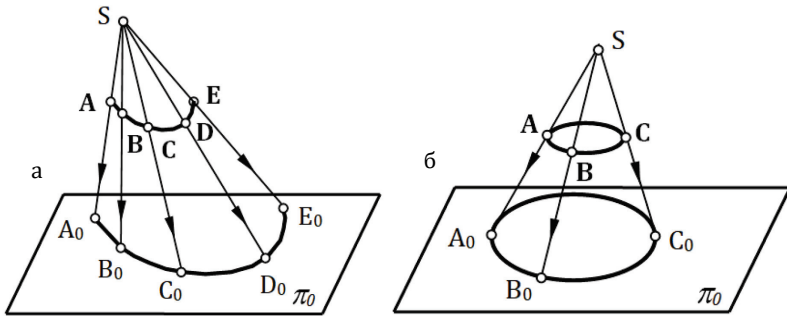


Рис. 2. Центральное проецирование

Центральное проецирование при определенных условиях дает наглядные изображения, подобные тем, которые получаются на сетчатке человеческого глаза в процессе зрительного восприятия предметов. Центральные проекции являются наиболее наглядными, но строятся сложно и неудобноизмеримы, поэтому в техническом черчении применяются редко, а, в основном, находят применение для изображения форм относительно больших размеров в архитектуре и строительстве.

2. Параллельное проецирование (цилиндрическое)

Параллельное проецирование — частный случай центрального проецирования, когда центр проекции бесконечно удален (рис. 3).

Параллельной проекцией точки называем точку пересечения проецирующей прямой, проведенной параллельно заданному направлению, с плоскостью проекций.

Чтобы получить параллельную проекцию некоторой линии, можно построить проекции ряда ее точек и провести через эти проекции линию. При этом проецирующие прямые в своей совокупности образуют цилиндрическую поверхность, поэтому параллельные проекции также называют цилиндрическими.

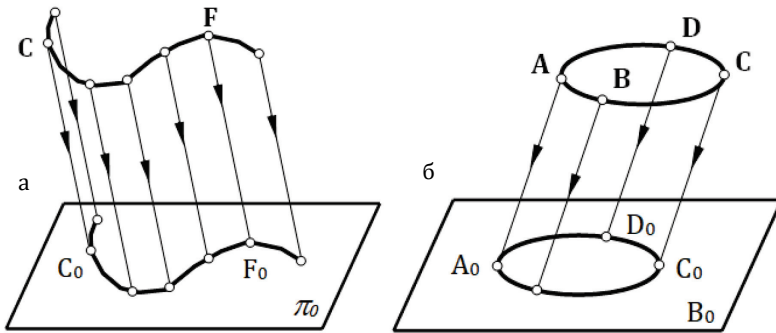


Рис. 3. Параллельное проектирование

Применяя приемы параллельного проектирования точки и линии, можно строить параллельные проекции поверхности и тела.

В свою очередь, параллельные проекции делятся на два вида:

- *косоугольные* (рис. 4, а и рис. 3), когда направление проектирования составляет с плоскостью проекций угол, не равный 90° ($\alpha \neq 90^\circ$);

- *прямоугольные* (или *ортогональные*, от греч. *orthogonios* — прямоугольный), рис. 4, б, когда проецирующие прямые перпендикулярны к плоскости проекций ($\alpha = 90^\circ$).

Параллельные проекции применяют при построении аксонометрических чертежей.

Некоторые виды параллельных проекций, и, в первую очередь, ортогональные, обладают достаточной наглядностью при изображении предметов относительно небольших размеров (машин и их деталей) и дают возможность легко

производить на них измерения. Это делает их незаменимыми при построении технических чертежей.

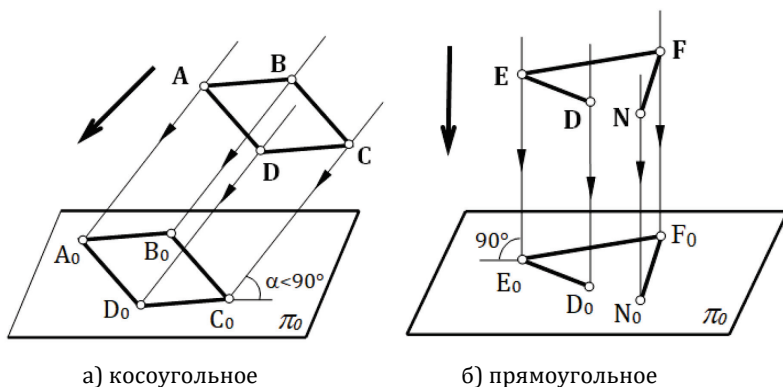


Рис. 4. Параллельное проектирование

Способ ортогонального проектирования положен в основу изучения общей части курса начертательной геометрии.

Так как одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве, то для определения местоположения точки необходимо спроецировать ее не на одну, а на две плоскости проекций.

1.2. Точка в системе двух плоскостей проекций π_1, π_2

Даны две взаимно перпендикулярные плоскости (рис. 5). Считаем их бесконечными и непрозрачными. Плоскость π_1 , расположенную горизонтально, называют *горизонтальной плоскостью проекций*, π_2 , расположенную вертикально, — *фронтальной плоскостью проекций*.

Линия пересечения плоскостей проекций π_1 и π_2 называется *осью проекций* (Ox). Ось проекций разделяет каждую из плоскостей на две полуплоскости (*пóлы*): горизонтальную плоскость на переднюю (π_1) и заднюю ($-\pi_1$), фронтальную — на верхнюю (π_2) и нижнюю ($-\pi_2$).

Плоскости π_1 и π_2 при пересечении образуют четыре прямых двугранных угла — это *квадранты* (или *четверти*) пространства (I, II, III, IV).

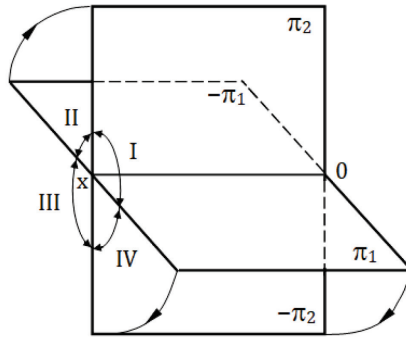


Рис. 5. Система двух плоскостей проекций π_1, π_2

Ортогональной проекцией точки на плоскость называют основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость.

Для построения проекций (\bullet) A , лежащей в первой (I) четверти (квадранте) пространства в системе π_1, π_2 (рис. 5), проводим из A перпендикуляры к π_1 и π_2 , получаем проекции точки A :

- A_1 — горизонтальную проекцию точки A на плоскость π_1 ;

- A_2 — фронтальную проекцию точки A на плоскость π_2 .

Для совмещения плоскости π_1 с π_2 поворачиваем π_1 вокруг оси проекций на угол 90° и получаем одну плоскость чертежа — эюр Монжа (рис. 6, б). В результате передняя полуплоскость (π_1) будет совмещена с нижней полуплоскостью ($-\pi_2$), а задняя полуплоскость ($-\pi_1$) — с верхней полуплоскостью (π_2).

Изображение взаимно связанных ортогональных проекций, полученное в результате совмещения плоскостей проекций в одну, называется ортогональным чертежом или эюром (фр. *épure* — чертеж).

На эюре остаются проекции точки A (A_1 и A_2), которые расположатся на одном перпендикуляре к оси проекций (Ox) — на линии проекционной связи ($A_1 - A_x - A_2$). Расстояние от точки A до горизонтальной плоскости проекций π_1 (AA_1) будет соответствовать отрезку A_2A_x , а до фронтальной плоскости проекций π_2 (AA_2) — отрезку A_1A_x (рис. 6).

Прямые AA_2 и AA_1 образуют плоскость ψ (рис. 6, а), перпендикулярную к плоскостям π_1 и π_2 и, следовательно, к оси Ox .

Горизонтальная проекция точки A (A_1) располагается ниже оси Ox , а фронтальная проекция точки A (A_2) — выше оси Ox , что характерно для точки, лежащей в первой (I) четверти пространства.

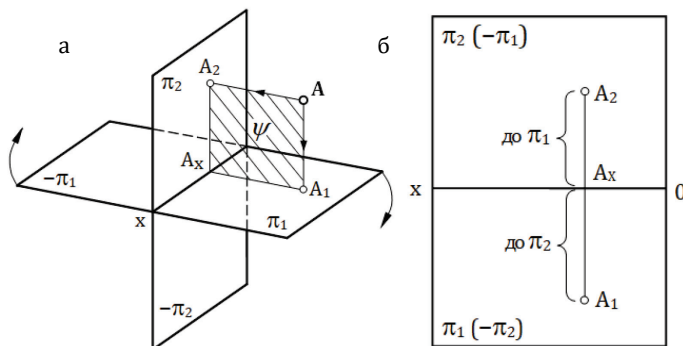


Рис. 6. Точка в I четверти

Ознакомимся с эюрами точек, лежащих в II, III и IV четвертях.

Точка B лежит во второй (II) четверти пространства (рис. 7, а). Ее фронтальная проекция (B_2) будет лежать на верхней поле плоскости π_2 и на эюре выше оси Ox . Горизонтальная ее проекция (B_1) лежит на задней поле горизонтальной плоскости ($-\pi_1$) и после совмещения плоскостей окажется выше оси Ox (рис. 7, б). В результате обе проекции (B_1 и B_2) расположатся выше оси Ox .

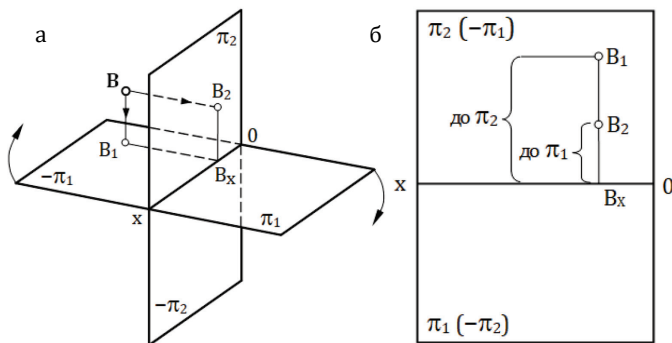


Рис. 7. Точка во II четверти

Точка C , расположенная в третьей (III) четверти (рис. 8, а), проецируется на нижнюю полу фронтальной плоскости ($-\pi_2$) и на заднюю полу горизонтальной ($-\pi_1$), поэтому ее фронтальная проекция (C_2) будет на эюре ниже оси Ox (рис. 8, б), а горизонтальная проекция (C_1) — выше.

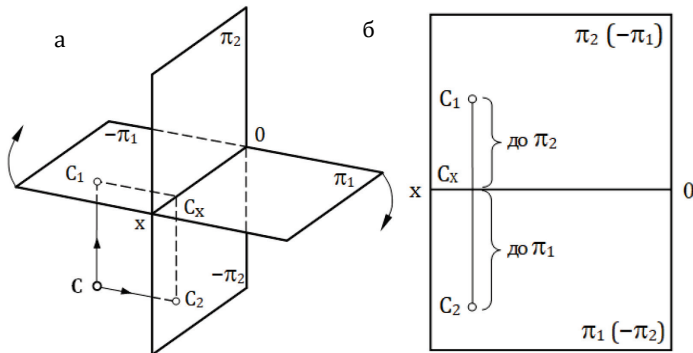


Рис. 8. Точка в III четверти

Точка D лежит в четвертой (IV) четверти пространства (рис. 9, а), проецируется на переднюю полу горизонтальной плоскости (π_1) и нижнюю полу фронтальной плоскости ($-\pi_2$). Обе проекции точки D (горизонтальная D_1 и фронтальная D_2) на эюре лежат ниже оси Ox (рис. 9, б).

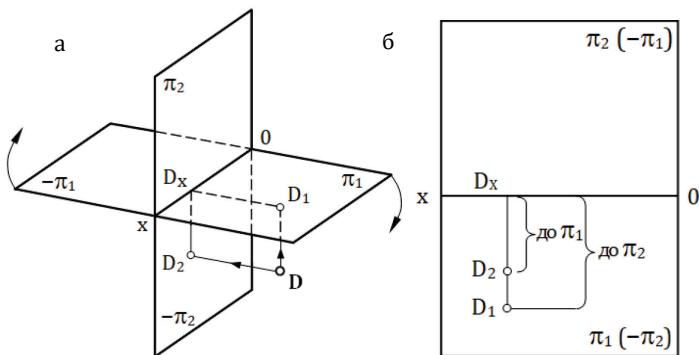


Рис. 9. Точка в IV четверти

Точка E лежит на передней поле горизонтальной плоскости проекций (π_1), рис. 10, а. Проведя необходимые построения, получаем горизонтальную проекцию (E_1), которая

будет совпадать с самой точкой E ($E_1 \equiv E$), и фронтальную проекцию точки (E_2), которая будет совпадать с E_x ($E_2 \equiv E_x$). После совмещения плоскостей на эюре (рис. 10, б) горизонтальная проекция E_1 , а вместе с ней и сама точка E располагаются ниже оси Ox , а фронтальная проекция E_2 будет лежать на оси Ox .

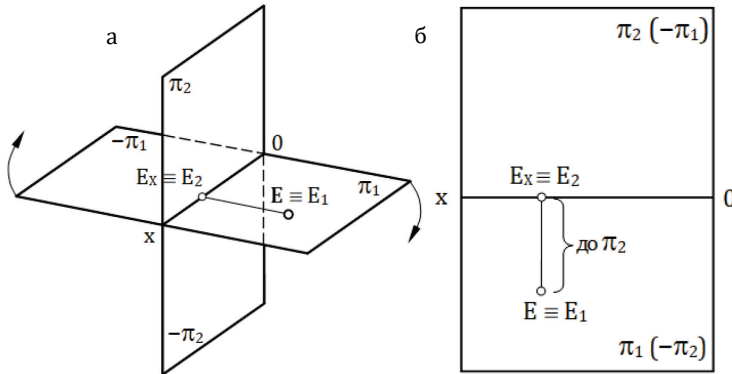


Рис. 10. Точка $\in \pi_1$

Точка F лежит на верхней поле π_2 (рис. 11, а). Фронтальная проекция (F_2) будет совпадать с самой точкой F ($F_2 \equiv F$) и горизонтальная проекция точки (F_1) будет совпадать с F_x ($F_1 \equiv F_x$). На эюре (рис. 11, б) фронтальная проекция F_2 вместе с самой точкой F располагаются выше оси Ox , а горизонтальная проекция F_1 лежит на оси Ox .

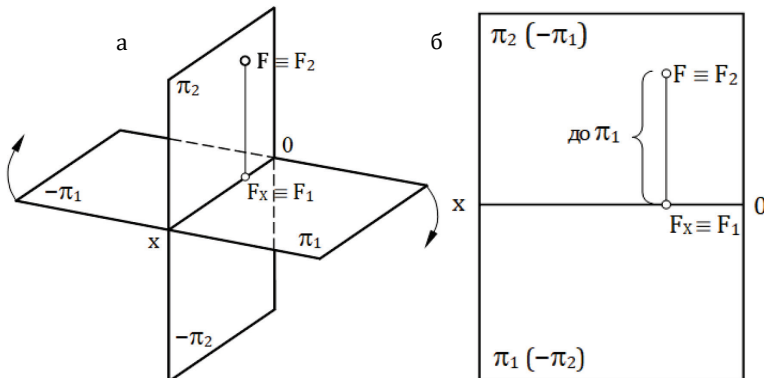


Рис. 11. Точка $\in \pi_2$

Если не ограничивать плоскости проекций π_1 , π_2 , эпюр будет иметь следующий вид (рис. 12).

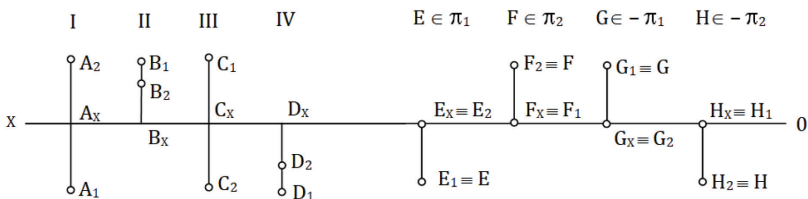


Рис. 12. Эпюры точек

1.3. Точка в системе трех плоскостей проекций π_1 , π_2 , π_3

Третья плоскость (рис. 13, а) расположена вертикально, перпендикулярна к π_1 и π_2 , обозначается π_3 и называется *профильной плоскостью проекций* ($\pi_3 \perp \pi_1, \pi_2$).

Плоскости проекций, попарно пересекаясь, определяют три оси: Ox , Oy , Oz , которые можно рассматривать как *систему прямоугольных декартовых координат* в пространстве с началом в точке O (буква O — первая буква латинского слова *origo* — начало). В системе, называемой «*правой*», «*положительный*» луч Ox направлен от точки O влево (в отличие от математики). Каждая координатная ось делится точкой O на две полупрямые. Система знаков, указанная на рис. 13, а, соответствует «*правой системе*» координат.

Три плоскости проекций делят пространство на восемь прямых трехгранных углов, называемых *октантами*. Нумерация октантов указывается римскими цифрами (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII) и дана на рис. 13, а.

Нумерация первых четырех октантов (I, II, III, IV), где $x > 0$, совпадает с нумерацией четвертой. Последние четыре октанта (V, VI, VII, VIII), где $x < 0$, симметричны первым относительно профильной плоскости проекций: V симметричен I, VI симметричен II, III симметричен VII, IV симметричен VIII.

К горизонтальной A_1 и фронтальной A_2 проекции добавляется *профильная проекция* точки — A_3 .

Переходим от наглядного изображения к плоскому чертежу (*эпюру*), для чего вращаем плоскости π_1 и π_3 вокруг осей Ox и Oz до совмещения с плоскостью π_2 (рис. 13, б).

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru